

العدد العشرون أكتوبر 2016 N° 20 October – Octobre 2016

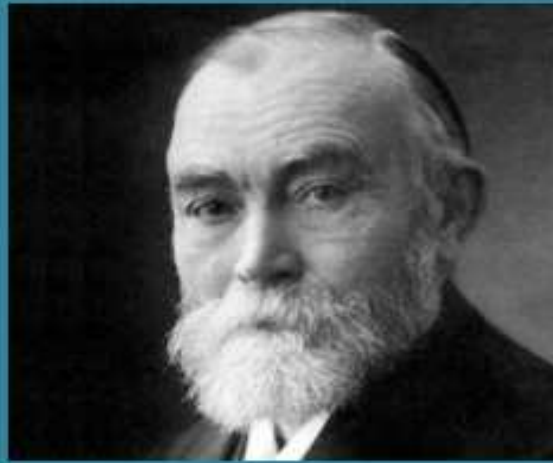
AL-MUKHATABAT

المخاطبات

LOGIQUE – ÉPISTÉMOLOGIE – HUMANITÉS

منطق - إبستمولوجيا - إنسانيات

LOGIC - EPISTEMOLOGY - HUMANITIES



SPECIAL ISSUE عدد خاص **NUMERO SPECIAL**

GOTTLÖB FREGE جوتلوب فريجه

AL-MUKHATABAT

المخاطبات

LOGIQUE – ÉPISTÉMOLOGIE – HUMANITÉS

منطق - إبستمولوجيا - إنسانيات

LOGIC - EPISTEMOLOGY - HUMANITIES

Revue trimestrielle, trilingue (Français-Arabe-Anglais), à comité de lecture pour la
Logique, l'Epistémologie et les Humanités

مجلة فصلية محكمة تنشر البحوث ذات الصلة بالمنطق والإبستمولوجيا

والإنسانيات باللغات العربية والفرنسية والانجليزية

Quarterly, Trilingual (English-Arabic-French), Peer-reviewed Journal of Logic,
Epistemology and Humanities

Fondateur de la revue et rédacteur en chef

مؤسس المجلة ومدير التحرير

Hamdi Mlika
hamdi.mlika@fshk.rnu.tn

Comité de rédaction

هيئة التحرير

Said Bentajar, Grace Campbell, Haytham El-Sayed, Viviane Huys, Daniele Mezzadri,
Farhat Mlayeh, Virginie Muxart, Salah Osman, Sabine Plaud, Paula Quinon,
Gisele Secco, Denis Vernant.

البريد الإلكتروني

revuealmukhatabat@gmail.com

العنوان البريدي

Adresse Postale

Revue *Al-Mukhatabat*, Hamdi Mlika, 21 Recasement Sud 4003 Sousse/Tunisie

Toute correspondance doit être adressée au rédacteur en chef.
Les opinions exprimées dans les articles de cette revue n'engagent que la responsabilité
de leurs auteurs.

ISSN 1737 – 6432

Editorial Board الهيئة العلمية Comité scientifique

- Mohammed Abattouy** (Université Mohammed V- Agdal),
Maher Abdel Kader Mohamed Ali (Alexandria University)
Samir Abuzaid (Engineering Consulttant, Cairo)
Hourya Benis Sinaceur (CNRS, France)
Ali Benmakhlouf (Université Paris 13)
Zoubaida Mounya Ben Missi (ENS Constantine)
Azlarabe Lahkim Bennani (Université Dhar Mehraz-Fès)
Paul Boghossian (New York University)
Pierre Cassou-Noguès (Université Paris 8)
Annalisa Coliva (Università degli studi di Modena e Reggio Emilia)
Tim Crane (University of Cambridge)
Bahaa Darwish (Minia University)
Bernard D’Espagnat † (CERN Université Paris-sud 11)
Jean Dhombres (Centre Koyré, EHESS-Paris)
Viviane Durant-Guerrier (Université de Montpellier)
Hassan Elbahi (Université Ibn Tofail, Kénitra)
Yomna Elkoly (Université du Caire)
Nejib Elhassadi (Université de Benghazi)
Pascal Engel (EHESS-Paris)
Miguel Espinoza (Université de Strasbourg)
Nicholas Fillion (Université Simon Fraser)
Luciano Floridi (Oxford University)
Mohamed Ali Halouani (Université de Sfax)
Djamel Hamoud (Université de Constantine)
Mirja Hartimo (Norwegian University of Life Sciences, Center for Advanced Study, Oslo), **Ahmad Hasnaoui** (CNRS-Paris)
Ali Hosseinkhani (Allameh Tabatabai University)
Gilbert Hottois (Académie Royale de Belgique)
Maria Carla Galavotti (Université de Bologne)
Peter Graham (Univesrity of California at Riverside)
Franck Griffel (Yale University)
Salah Ismaïl (Cairo University)
Dale Jacquette † (Universität Bern)
Angèle Kremer-Marietti † (Université de Picardie)
Henrik Lagerlund (University of Western Ontario)
Alain Lecomte (Université Paris 8)
Muhammad Legenhausen (University of Qom)
Øystein Linnebo (Oslo University)
Michael Lynch (University of Connecticut)

Paolo Mancosu (University of California, Berkeley)
Mathieu Marion (Université du Québec à Montréal)
Michele Marsonet (University of Genoa)
Jean-Christophe Merle (Vechta University)
Hichem Messaoudi (Carthage University)
Amirouche Moktefi (IRIST-Strasbourg, Archives Poincaré, Nancy)
Hany Ali Moubarez (Frei University, Berlin)
Philippe Nabonnand (Université Nancy 2)
Iraj Nikseresht (Teheran University)
David Papineau (King's College, London)
Woosuk Park (Korea advanced Institute of Science and Technology)
Fabrice Pataut (CNRS, Paris)
Michel Paty (Directeur émérite au CNRS, Paris)
Demetris Portides (Chyprus University)
Roger Pouivet (CNRS-Université de Lorraine)
Graham Priest (Melbourne, St Andrews, Graduate Center New York Universities)
Shahid Rahman (Université Lille 3)
Roshdi Rashed (Directeur émérite au CNRS-Paris)
François Recanati (Institut Nicod-Paris)
Nicholas Rescher (Pittsburgh University)
Manuel Rebuschi (Archives Poincaré)
Jacques Riche (Université catholique de Louvain)
Inès Safi (Chercheuse en Physique quantique, CNRS)
Jean-Michel Salanskis (Université Paris 10)
John R. Searle (University California at Berkeley)
Marco Sgarbi (Université de Venice)
Dan Gabriel Simbotin (Romanian Academy, Iasi)
Peter Simons (Trinity College, Dublin)
Antonia Soulez (Université Paris 8)
Hassan Tahiri (Université de Lisbonne)
Youssef Tibesse (Université Sidi Mohamed Ben Abdallah, Fès)
Claudine Tiercelin (Collège de France, Paris)
Denis Vernant (Université de Grenoble)
Joseph Vidal-Rosset (Archives Poincaré)
Bernard Vitrac (Directeur au CNRS)
Farid Zidani (Université d'Alger 2).

AL-MUKHATABAT

Peer-reviewed, quarterly and trilingual, Al-Mukhatabat publishes articles in logic, epistemology and the humanities. The journal aims to familiarize more readers with the subtleties of scientific thought and to encourage epistemological and logically-argued approaches to the treatment of ethical, social, political, aesthetic, linguistic, cognitive, anthropological, educational, religious and metaphysical questions, as a basis for establishing a genuine and fruitful dialogue between different cultures. Articles are to be submitted anonymously to two members of the journal's scientific committee for evaluation. By sending a manuscript to the journal, the author authorizes its publication. The article should be sent in docx and pdf formats, should not exceed 30 pages (notes and bibliography included), and should be accompanied by an abstract in English and French. The article will remain the full property of the author. The author will be notified of the committee's decision within three months of its submission.

المخاطبات

مجلة فصلية محكمة وثلاثية اللغات (العربية والإنجليزية والفرنسية) تنشر المقالات الجيدة ذات الصلة بالمنطق والإبستمولوجيا والإنسانيات. وعلى الباحث أن يزود المجلة بنسخة من بحثه على عنوانها الإلكتروني والذي لا يجب أن يتعدى 30 صفحة (باحثساب الهوامش والبibliوغرافيا) مع ملخص له وترجمته إلى الإنجليزية والفرنسية. يتم عرض البحوث على نحو سري على محكمين اثنين من المختصين المنتمين إلى الهيئة العلمية ويعني إرسال نسخة منه السماح للمجلة بنشره. ويتم ابلاغ صاحب المقالة بقرار الهيئة العلمية للمجلة في أجل لا يتعدى ثلاثة أشهر. وتبقى حقوق البحث محفوظة بصورة كلية لصاحبها، وتهدف المجلة لتعريف قرائها بمميزات التفكير العلمي وتشجيع النهج المنطقي والحجائي والإبستمولوجي في مقارنة مختلف المسائل الأخلاقية والاجتماعية والسياسية والجمالية واللغوية والإبستمولوجية والأنثروبولوجية والتعليمية والدينية والميتافيزيقية الخ كأساس لإقامة حوار حقيقي ومثمر بين الثقافات المتعددة.

AL-MUKHATABAT

Revue à comité de lecture, trimestrielle et trilingue, Al-Mukhatabat publie des articles de logique, d'épistémologie et de sciences humaines. Les articles sont soumis de façon anonyme à deux membres du comité scientifique de la revue pour leur évaluation. L'envoi d'un document à la revue signifie que l'auteur autorise sa publication. L'article, qui reste la propriété pleine de son auteur, doit être envoyé sous format docx et pdf, ne dépassant pas 30 pages (notes et bibliographie incluses), accompagné d'un résumé en anglais et en français. L'auteur sera notifié de la décision du comité de lecture dans un délai de trois mois maximum. La Revue vise à familiariser davantage les lecteurs aux subtilités de la pensée scientifique et à favoriser les approches logiques, argumentatives et épistémologiques dans le traitement des problèmes éthiques, sociaux, politiques, esthétiques, linguistiques, cognitifs, anthropologiques, pédagogiques, religieux, métaphysiques, etc., comme base pour instaurer un dialogue authentique et fructueux entre les différentes cultures.

Table des matières فهرس Table of Contents

Hamdi MLIKA (Université de Kairouan) : Présentation du numéro 20/2016 Numéro spécial sur Frege.....	11-15
Salah OSMAN (Université de Minoufia) : جوتلوب فريجه في المعنى والإشارة : ...	17-46
Denis VERNANT (Université de Grenoble) : Frege pragmaticien.....	47-65
Essam Zakaryia JAMIL (Université du Caire) : قراءة تحليلية لكتاب فريجه/التصورات : لغة صورية للفكر الموضوعي الخالص تحاكي لغة علم الحساب	67-117
Auguste NSONSISSA (Université de Brazzaville) : Frege ou la pensée logique face à la question de la métaphysique de la connaissance.....	119-168
Peter SIMONS (Trinity College, Dublin): What is a Variable? Frege's Theory and Practice.....	169-184
Jean-Pierre BELNA (SPHERE, Université Paris Diderot) : Frege et la géométrie non euclidienne.....	185-219
Mohammed AKIL (Université de Fès) : أسس علم الحساب عند فريجه :	221-239
Guillaume DECAUWERT (Université de Grenoble) : L'influence de Frege sur le premier Wittgenstein est-elle une clef pour l'interprétation du <i>Tractatus</i> ?.....	241-274
Carlos MARQUEZ (Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro): Is a Full-blooded Theory of Meaning possible?.....	275-312

Présentation du numéro 20 Octobre-Décembre 2016

Hamdi **MLIKA**

(Université de Kairouan)

hamdi.mlika@flshk.rnu.tn

Nous sommes très heureux de voir arriver à publication ce numéro spécial sur Gottlob Frege dont la préparation a pris plus de temps que prévu. En effet, nous réunissons dans ce volume sur Frege et peut-être pour la première fois en trois langues (Français-Arabe-Anglais), des contributions inédites, écrites par des jeunes chercheurs mais aussi par des spécialistes confirmés et reconnus de l'auteur de l'*Idéographie* et des *Fondements de l'arithmétique*, nous citons Jean-Pierre Belna, Denis Vernant et Peter Simons. Ce volume est surtout l'occasion de faire connaître davantage la pensée de Frege à un public arabophone et nous pensons qu'il réussit largement à le faire grâce aux contributions de Issam Zakariya Jamil, Mohamed Akel et du confirmé Salah Osman, tous trois imprégnés du souffle inépuisable des traditions philosophiques en langue arabe.

C'est à juste titre que Salah Osman, de l'Université de Minoufyia, entame ce numéro spécial par une étude très pointue sur le fameux article de Frege sorti en 1892 et intitulé : « Sens et référence ». Salah Osman nous propose non seulement de clarifier certains points relatifs à cet article mais surtout d'accomplir deux autres tâches qui sont aussi importantes : d'abord, traduire quelques passages jugés importants de ce texte et ensuite comparer les idées de Frege avec des extraits tirés cette fois de quelques traditions langagières et sémantiques en langue arabe.

Denis Vernant, de l'Université de Grenoble, nous présente une facette cachée de l'œuvre de Frege, restée longtemps à l'ombre de son intensionnalisme sémantique, nous voulons parler de son engagement pragmatique, voire praxéologique même. Pour Denis Vernant, les lumières de Frege sont, contrairement à ce que l'on croit assez souvent, aussi éblouissantes lorsqu'il est question de langage ordinaire et de l'étude de l'action que dans l'univers logique des modèles mathématiques et des structures formelles abstraites.

Essam Zakaryia Jamil, de l'Université du Caire, nous offre, dans un arabe clair et rigoureux, l'opportunité d'approfondir notre connaissance d'un des textes les plus importants et difficiles de Frege à savoir l'*Idéographie* (*Begriffsschrift – Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*).

Auguste Nsonissa, de l'Université de Brazzaville, explore les relations fortes dans l'œuvre de Frege entre ce qui relève de la pensée logique et ce qui a trait

plutôt à la métaphysique épistémique. Les conclusions de l'auteur confirment bel et bien le caractère proprement rationnel et analytique de la pensée de Frege et son projet de sauvegarder les possibilités créatrices de la raison humaine contre sa réduction à la simple représentation des objets naturels. En effet, la pensée logique et mathématique de Frege se présente comme le modèle par excellence de toute métaphysique possible qui se veut être positivement connectée avec l'objectivité des sciences.

Peter Simons, de Trinity College à Dublin, nous aide peut-être mieux que quiconque à bien comprendre les différents aspects de la notion de variable chez Frege sur le double plan théorique et pratique où elle peut être illustrée. Son article assume la double tâche de décrire et d'évaluer les usages complexes et variés chez Frege de ce qui est généralement considéré comme des « variables ».

Jean-Pierre Belna, spécialiste incontesté de Frege et de sa philosophie logiciste des mathématiques, nous fait découvrir la position de Frege vis-à-vis des géométries non-euclidiennes. L'auteur se focalise sur deux moments-clés de cette position : D'abord, le premier moment où Frege se dit convaincu par ce que l'auteur désigne comme « la possibilité logique de la géométrie non-euclidienne » par-delà tout recours à l'intuition. Ensuite, le second moment où cette conviction tombe à plat au nom du caractère « véridique » propre à la géométrie euclidienne. Par-delà ce « revirement », la question de la géométrie non-euclidienne reste de bout en bout pour Jean-Pierre une sorte d'occurrence remarquable pour approfondir notre compréhension de la richesse à la fois logique et mathématique de la pensée de Frege.

Mohammed Akil, chercheur formé dans l'institution marocaine et précisément à l'université de Fès, s'aventure dans le champ difficile des *Fondements de l'arithmétique*, pour mettre en lumière, dans un arabe sobre et clair, le type de contribution apportée par Frege dans les limites de ce champ.

Guillaume Decauwert, de l'Université de Grenoble, auteur d'une excellente Thèse sur Wittgenstein sous la direction de Denis Vernant, se pose la question qui ne cesse de nous tourmenter presque tous et qui porte sur l'influence inéliminable de Frege sur Wittgenstein. Cette influence pourrait, d'après l'auteur et à juste titre nous semble-il, au moins être la clé de notre compréhension du *Tractatus*. Dans l'absence d'une réponse tranchée à ce sujet et d'un accord entre les commentateurs des deux philosophes, Guillaume Decauwert tente de nous convaincre et – il réussit largement à le faire – que les idées centrales de Wittgenstein, à savoir la distinction entre dire et montrer et la clarification logique de la pensée, peuvent être explicitées par le biais d'un retour à l'œuvre de Frege, particulièrement aux *Fondements de l'arithmétique*.

Ce numéro spécial sur Frege se termine par la contribution de Carlos Marquez, de l'université nationale de Colombie. Il a étroitement collaboré avec Ludovic Soutif, brésilien formé à Paris, dans le cadre d'un séjour postdoctoral à Rio de

Janeiro. Dans son étude, Carlos Marquez tente de répondre à la question cruciale suivante : Une théorie forte de la signification serait-elle possible ? En effet, il met en dialogue à la fois deux tenants de la sémantique contemporaine et deux compréhensions différentes de la manière avec laquelle il est possible de mettre ensemble vérité et signification : Dummett d'un côté et McDowell de l'autre. Autrement dit, Carlos Marquez met en dialogue « une conception étroite qui caractérise les conditions de vérité en terme de structures référentielles vides et une (théorie qu'il qualifie de) large et qui spécifie des structures référentielles prenant en compte des attributions de sens soumises à des conditions d'assertion ». Ce dialogue, riche et passionnant, trouve son socle dans une certaine compréhension de la notion frégenne du sens et de la place qu'elle est censée jouer dans une théorie acceptable, vigoureuse ou modeste, de la signification et des conditions de vérité.

**جوتلوب فريجه: في المعنى والإشارة
قراءة وترجمة وتحليل**

Gottlob Frege: "On Sense and Reference"
Reading, Translation into Arabic and Comment

**Gottlob Frege : A propos de « Sens et
référence »**

Lecture, traduction à l'arabe et commentaire

Salah OSMAN
(Menoufia University)

salah.mohamed@art.menofia.edu.eg

Abstract

Gottlob Frege, as stated by Dummet, was one of the first philosophers to comprehend the role of the theory of sense and reference, or Philosophy of language, as a principal division of philosophy on which all other divisions are based upon. Frege, along with his widely known leading mathematical and logical studies, has contributed to the philosophy of language with articles that exceeded the power of most of his other mathematical publications in terms of influence and popularity, without underestimating the effect of the latter. Hence this paper can be presented as a logical and analytical examination of his most valuable article in this regard "On Sense and Reference", favored with an Arabic translation for the greater and the most significant part of it.

Keywords

Analytical philosophy, Frege, sense, reference, idea, truth-value, proposition, sentence, proper name, identity, description, concept, relation, assertoric sentence.

ملخص

كان فريجه - على حد تعبير دامت - من أوائل من أدركوا أن نظرية المعنى، أو فلسفة اللغة، هي جزء أساسي من الفلسفة تركز عليه كافة الأجزاء الأخرى؛ فإلى جانب دراساته التأسيسية الرائدة في الرياضيات والمنطق، كان يؤسس أيضاً لفلسفة اللغة ببعض المقالات التي فاقت في تأثيرها وشهرتها وشهرة

معظم أعماله الرياضية الأخرى، دون إقلال من شأن هذه الأخيرة وريادتها. وهذه الورقة بمثابة قراءة تحليلية-نقدية لمقاله الأكثر أهمية في هذا الصدد «في المعنى والإشارة»، مشفوعة بترجمة إلى العربية للجزء الأكبر والاهم منه.

كلمات مفتاحية

فلسفة تحليلية، فريجه، معنى، إشارة، فكرة، قيمة الصدق، قضية، جملة، اسم علم، هوية، وصف، تصور، علاقة، جملة خبرية.

Résumé

Gottlob Frege, comme l'a dit Dummett, fut l'un des premiers philosophes à comprendre le rôle de la théorie du sens et de la référence, ou philosophie du langage, comme la partie principale de la philosophie sur laquelle toutes les autres parties viennent se fonder. Avec ses travaux bien connus dans le domaine des mathématiques et de la logique, Frege a contribué à la philosophie du langage avec des articles qui ont dépassé la puissance de la plupart de ses autres publications mathématiques en termes d'influence et de popularité, sans sous-estimer l'effet de ces dernières. Par conséquent, cette étude peut être présentée comme un examen logique et analytique de son article le plus précieux à cet égard à savoir « Sens et référence », flanqué d'une traduction en arabe d'un large extrait censé être le plus important.

Mots-clés

Philosophie analytique, Frege, sens, référence, idée, valeur de vérité, proposition, énoncé, nom propre, identité, description, concept, relation, énoncé assertorique.

مداخل

ما الفلسفة التحليلية؟ وما علاقة فريجه بها؟ سؤال يستعصي على الإجابة المُشبعة في سطورٍ أو وريقاتٍ قلائل، لاسيما بالنظر إلى كثرة وتنوع وثرء المقاربات الفلسفية في هذا الصدد. ومع ذلك دعنا نُجمل أهم ملامح الإجابة التي تعنينا في هذا الموضوع.

يُستخدم مصطلح الفلسفة التحليلية Analytic or Analytical Philosophy كوصف لتلك الفلسفة التي تسعى من خلال التحليل إلى فهم مكونات (أو تصورات Concepts)

الموضوعات محل بحثها، وصولاً إلى أبسط مكوناتها⁽¹⁾. ويشير المصطلح أيضاً إلى مجموعة مترابطة وفضفاضة من سُبل معالجة المشكلات الفلسفية، تُهيمن على الفلسفة الأنجلو-أمريكية منذ أوائل القرن العشرين، وتؤكد على دراسة اللغة والتحليل المنطقي للتصورات. وعلى الرغم من أن جُل الجهود التي شكَّلت تيار الفلسفة التحليلية قد بُذلت في بريطانيا والولايات المتحدة الأمريكية، فإن ثمة مساهمات جوهرية لا يمكن إنكارها لفلاسفة من أقطار أخرى، لاسيما أستراليا ونيوزيلندا والدول الاسكندنافية⁽²⁾.

ولا يعني ذلك في الحقيقة جدة أو حداثة منهج التحليل؛ فبنظرة أفقية نجد أن «سقراط» كان يستخدم التحليل بحثاً عن تعريفات مُحددة للألفاظ، وكان «أفلاطون» يُسمي منهجه الفرضي تحليلاً، لأنه تحليل فروض أو مواقف أو تصورات معينة، إما لدحضها أو لوضوحها أو لانتقاء عناصرها المقبولة ونبد عناصرها الأخرى التي لا تصمد أمام النقد. كذلك كان «أرسطو» يستخدم عدة مناهج، ومنها التحليل، وذلك بتمييزه عناصر متباينة في الشيء المركب أو التصور المركب، وتجزئة عناصر المشكلة قيد البحث، مثل تحليله لأي شيء إلى مادة وصورة، وإلى قوة وفعل (باستثناء المادة الأولى)، وتصنيفه لأنواع العلل وأنواع الحركة وأنواع النفوس وما إلى ذلك. وكان «إقليدس» مُحللاً حين استنبط نظريات الهندسة المستوية من مجموعة تعريفات وبدهييات ومصادرات وضعها منذ البدء. أما «ديكارت» فقد كان رائداً للتحليل الفلسفي حين كان يبحث عن المبادئ الأولى للموجودات والمعرفة والوقائع الأولية للإدراك المباشر. وكان «هوسرل» يُسمي منهج الظواهر – في مرحلة من مراحل نموه الفكري – تحليلاً «للمعطيات الظاهرية». وإذا أضفنا إلى ذلك أن الفلاسفة مجمعون على تصور معين للفلسفة، وهو أنها علم المبادئ الأولى للمعرفة والوجود، فقد ثبت أن التحليل منهجهم جميعاً، لأنه وسيلتنا إلى تلك المبادئ⁽³⁾.

يمكن القول إذن أن منهج التحليل لدى فلاسفة التقليد الأنجلو-أمريكي ليس بمنهج جديد، وإنما هم تطوير لمنهج ممتد عبر التاريخ، أضافوا إلى معناه عناصر جديدة، وطبقوه

(1) Longworth, Guy, "Analytic Philosophy", in Chapman, Siobhan & Routledge, Christopher (eds.), *Key Ideas in Linguistics and the Philosophy of Language*, Edinburgh University Press, 2009, pp. 4 - 11, p. 4.

(2) Stroll, Avrum, "Analytic Philosophy", in *Encyclopædia Britannica*, Encyclopædia Britannica Online, Encyclopædia Britannica Inc., 2016, Web. 06 Aug. 2016, URL = <<https://www.britannica.com/topic/analytic-philosophy>>.

(3) محمود فهدى زيدان: *مناهج البحث الفلسفي* (الهيئة المصرية العامة للكتاب، فرع الإسكندرية، 1977)، ص. 81، ص. 123.

على المشكلات الفلسفية في أضواءٍ جديدة هي أضواء التطورات في المنطق والعلوم الطبيعية، أو أضواء الفروض الأساسية التي نعتقد بها في حياتنا اليومية وحياتنا العلمية، أو أضواء منطق اللغة: أعني دلالة التركيب الصوري لأنماط العبارات اللغوية على الواقع الذي تُعبر عنه⁽¹⁾. يقول مايكل دامت Michael Dummett:

إن ما يميز الفلسفة التحليلية – بمختلف مظاهرها – عن المدارس الأخرى هو أولاً الاعتقاد بأن المعالجة الفلسفية للفكر يمكن أن تتحقق من خلال المعالجة الفلسفية للغة، وثانياً، أن الاشتغال الفلسفي باللغة هو السبيل الوحيد للظفر بمعالجة استيعابية للفكر⁽²⁾.

هذا بالنسبة إلى الشق الأول من سؤالنا المطروح أعلاه، أما بالنسبة إلى الشق الثاني الخاص بعلاقة فريجه بالفلسفة التحليلية فيذهب دامت إلى أن فريجه كان من أوائل من أدركوا أن نظرية المعنى – أو فلسفة اللغة – هي جزء أساسي من الفلسفة تركز عليه كافة الأجزاء الأخرى⁽³⁾. ولا غرو، فبينما كان فريجه يتابع دراساته الرائدة في الرياضيات والمنطق، كان يؤسس أيضاً لفلسفة اللغة ببعض المقالات التي فاقت في تأثيرها وشهرتها تأثير معظم أعماله الرياضية والمنطقية الأخرى، دون إقلال من شأن هذه الأخيرة وريادتها. ومن هذه المقالات مقاله الذي نشر بعد قليل في ترجمة الجزء الأكبر والأهم منه: «في المعنى والإشارة On Sense and Reference».

في هذا المقال يُعالج فريجه لغزين من أَلغاز اللغة، ويلاحظ في كل حالة أننا لا نستطيع ببساطة تفسير المنحى المنطقي لجُملٍ معينة على أساس دلالة المصطلحات (الأسماء والأوصاف) في هذه الجُمل. يتعلق اللغز الأول بجُمل الهوية Identity Statements، بينما يتعلق اللغز الثاني بالجمل الإخبارية المركبة التي تحوي جملاً رئيسة وجُملًا تابعة Subordinate Clauses، وفي سبيل حل هذين اللغزين، يقترح فريجه أن مصطلحات أية لغة لها معنى ولها إشارة: أي أن ثمة علاقيتين سيمانطيقيتين لازمتين للإحاطة بمغزى هذه المصطلحات. وقد كانت هذه الفكرة بمثابة إلهامٍ لبحوث فلسفة اللغة لأكثر من قرن، وما زالت حتى الآن ماثراً جدلياً بين الفلاسفة والمناطق.

(1) المرجع ذاته، ص 82.

(2) M. Dummett, *Origins of Analytic Philosophy*, Duckworth, London, 1994, p. 4.

(3) M. Dummett, *Philosophy of Language*, Harper and Row, New York, 1973, pp. 667-669.

وقبل أن نشرع في الترجمة، هيا ننظر بإيجاز في أَلغاز فريجه اللغوية وسُبله في حلها⁽¹⁾.

لغز فريجه حول جُمْل الهوية

خُذْ جمل الهوية التالية:

$$253 = 136 + 117$$

«نجم الصباح» هو «نجم المساء»⁽²⁾

«مارك توين» هو «صمويل كليمنس»⁽³⁾

يعتقد فريجه أن كافة الجمل السابقة لها الشكل (أ = ب)، حيث (أ) و(ب) اسمين أو صفتين يدلان على أفراد. كما يفترض بطبيعة الحال أن الجملة من الشكل (أ = ب) صادقة إذا، وفقط إذا، كان الموضوع (أ) هو بعينه الموضوع (ب). فعلى سبيل المثال، تصدق الجملة $(253 = 136 + 117)$ إذا، وفقط إذا، كان العدد $(136 + 117)$ هو ذاته العدد (253) ؛ وتصدق الجملة «(مارك توين) هو «صمويل كليمنس»» إذا، وفقط إذا، كان الشخص

(1) نعتمد في هذا العرض على مقال إدوارد زالتا: «جوتلوب فريجه» Gottlob Frege المنشور بموسوعة ستانفورد الفلسفية:

Zalta, Edward N., "Gottlob Frege", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.),
URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/frege/>>.

ولمزيد من التفاصيل حول إسهامات «فريجه» في فلسفة اللغة، أنظر:

R. Heck, and R. May, "Frege's Contribution to Philosophy of Language", in E. Lepore and B. Smith (eds.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Language*, Oxford University Press, Oxford, 2006.
وأيضًا: محمود فهي زيدان: *في فلسفة اللغة* (دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، 1985)، ص ص 113 - 121.

(2) المقصود هنا كوكب الزهرة Venus، ثاني كواكب مجموعتنا الشمسية من حيث قربه إلى الشمس. ويُطلق عليه «نجم الصباح» لأنه يُرى من على سطح الأرض في الصباح الباكر قبل شروق الشمس بقليل، و«نجم المساء» لأنه يظهر في المساء بعد غروب الشمس بقليل. ومن الواضح أن الاسمين يشيران إلى شيء واحد، وإن اختلف معنى الصباح عن معنى المساء. لكن علينا ملاحظة أن أي شيء محسوس إنما يكابد تغييرًا متصلًا من لحظة إلى أخرى، وإن ظل هو الشيء ذاته، ومن ثم يمكن القول أن اسم العلم لا يشير بدقة إلى شيء واحد في لحظتين متتابعتين، بل إلى كيانٍ متغير بالفعل، وهو ما دعا رسل B. Russell في إطار نظرية الذرية المنطقية Logical Atomism إلى التمييز بين اسم العلم المؤلف واسم العلم المنطقي (مثل: هذا، ذاك)، حيث يشير الأخير إلى شيء مفرد نكون على وعي مباشر به وقت الحديث عنه. ورغم الصعوبات التي اكتنفت تلك النظرية، والتي دفعت «رسل» إلى التخلي عنها في النهاية، يظل التغير مُعضلةً منطقية لقضية الهوية.

(3) هو الكاتب الأمريكي صمويل لانجورن كليمنس Samuel Langhorne Clemens (1835-1910)، المعروف باسمه المستعار مارك توين Mark Twain.

«مارك توين» هو ذاته الشخص «صمويل كليمنس». لكن «فريجه» لاحظ أن النظر إلى الصدق بهذه الطريقة لا يستوفي المعنى الكامل لجمل الهوية؛ فالجملة (أ = أ) لها مغزى إدراكي (أو معنى) مختلف قطعاً عن المغزى الإدراكي للجملة (أ = ب)، ذلك أننا يمكن أن نعرف أن الجملة («مارك توين» = «مارك توين») صادقة بفحصها ببساطة، أما الجملة («مارك توين» = «صمويل كليمنس») فمعرفة صدقها تستلزم فحص العالم لرؤية ما إذا كان الشخصان شخصاً واحداً. وبالمثل، يمكنك أن تعرف أن الجملتين $117 = 136 + 117$ و $136 + 117 = 253$ (نجم الصباح هو بعينه نجم الصباح) صادقتان بفحصهما ببساطة، وذلك بخلاف الجملتين $117 = 136 + 117$ و $253 = 136 + 117$ (نجم الصباح هو بعينه نجم المساء)، إذا تتوقف معرفة صدقهما على إجراء بعض الأعمال الحسابية أو الفحوص الفلكية للتأكد من قيام علاقة الهوية. وهكذا تتضح المشكلة؛ فمعنى الجملة (أ = أ) يختلف بوضوح عن معنى الجملة (أ = ب)، لكن بالنظر إلى الصدق بالطريقة الموصوفة أعلاه يتضح أن هاتين الجملتين من جمل الهوية لهما المعنى ذاته طالما كانتا صادقتين. على سبيل المثال، تصدق الجملة («مارك توين» = «مارك توين») فقط في حالة كون الشخص «مارك توين» هو بعينه الشخص «مارك توين»، وتصدق الجملة («مارك توين» = «صمويل كليمنس») فقط في حالة كون الشخص «مارك توين» هو بعينه الشخص «صمويل كليمنس»، لكن إذا كان «مارك توين» هو «صمويل كليمنس»، فإن هاتين الحالتين تصبحان حالة واحدة، الأمر الذي لا يفسر الاختلاف في المعنى بين جملتي الهوية. وكذلك الحال بالنسبة لكافة جمل الهوية ذات الشكلين (أ = أ) و (أ = ب).

يمكن إذن صياغة لغز فريجه على النحو التالي: كيف تُفسر الاختلاف في المغزى الإدراكي بين الجملتين (أ = أ) و (أ = ب) عندما تكونا صادقتين؟

لغز فريجه حول الجمل التي تحوي جُملاً رئيسة وجُملاً تابعة

هذا النوع من الجمل يُمثل علاقة سيكولوجية بين شخص وقضية Proposition؛ فلدينا من جهة: الاعتقاد، الرغبة، القصد، والاكتشاف ... إلخ، وهذه جميعاً علاقات سيكولوجية بين أشخاص، ولدينا من جهة أخرى القضايا. وتتخذ هذه الجمل شكلاً منطقيًا واحدًا:

(س) يعتقد أن (ق)

(س) يرغب في أن (ق)

(س) يكتشف أن (ق)

(س) يعرف أن (ق)

فإذا استبدلنا المتغير (س) باسم شخصي ما، واستبدلنا المتغير (ق) بجملة تصف الحكم القضائي، فسوف نحصل على تقارير عن مواقف نوعية. وهكذا، فإذا استبدلنا المتغير (س) بالاسم «زيد»، والمتغير (ق) بالجملة «مارك توين كتب هلكيري فين»⁽¹⁾ في المثال الأول، فسوف نحصل على تقرير نوعي مؤداه:

«زيد يعتقد أن مارك توين كتب هلكيري فين»

ولمعرفة المشكلة الناجمة عن هذه الصياغة، دعنا ننظر فيما أطلق عليه «فريجه» مبدأ استبدال الهوية Principle of Identity Substitution. لنفرض مثلاً أن الاسم (ن) يظهر في الجملة الصادقة (ج)، وأن جملة الهوية (ن = م) صادقة. يُخبرنا مبدأ استبدال الهوية أن استبدال الاسم (ن) بالاسم (م) في (ج) لن يؤثر على صدق (ج). فعلى سبيل المثال، لنفرض أن (ج) هي الجملة الصادقة: «مارك توين كان روائياً»، وأن (ن) هو الاسم «مارك توين»، و(م) هو الاسم «صمويل كليمنس». الآن، إذا كانت الجملة «مارك توين هو صمويل كليمنس» صادقة، فإمكاننا إذن أن نضع الاسم «صمويل كليمنس» مكان الاسم «مارك توين» دون أن يؤثر ذلك على صدق الجملة، إذ تصدق حينئذ بالفعل الجملة «صمويل كليمنس كان روائياً». وبعبارة أخرى، تُصبح الحجة التالية صحيحة:

«مارك توين» كان روائياً

«مارك توين» = «صمويل كليمنس»

إذن، «صمويل كليمنس» كان روائياً

وبالمثل، تكون الحجة التالية صحيحة:

$$3 < 4$$

$$2/8 = 4$$

$$\text{إذن: } 3 < 2/8$$

(1) الإشارة هنا لرواية «مغامرات هلكيري فين» *The Adventures of Huckleberry Finn*، التي كتبها «مارك توين» بالعامية، ووجه من خلالها نقدًا لاذعًا لتوجهات المجتمع الأمريكي وقتئذ، لاسيما التمييز العرقي. نُشرت الرواية في ديسمبر سنة 1884.

وبصفة عامة، ياخذ مبدأ استبدال الهوية الشكل التالي: من ج(ن)، و(ن = م)، نستدل على ج(م). ويبدو أن هذا المبدأ يظفر بالفكرة القائلة أننا إذا قلنا شيئاً صادقاً عن موضوع ما، فسوف نظل بالضرورة نقول شيئاً صادقاً عن ذلك الموضوع حتى لو غيرنا الاسم الذي نشير به إليه.

لكن فريجه يلاحظ أن ثمة مثلاً مناقضاً لمبدأ استبدال الهوية. خُذ مثلاً الحجة التالية:

«زيد» يعتقد أن «مارك توين» كتب هلكيري فين

«مارك توين» = «صمويل كليمنس»

إذن، «زيد» يعتقد أن «صمويل كليمنس» كتب هلكيري فين

هذه الحجة فاسدة، ذلك أن ثمة حالات تكون فيها المقدمات صادقة والنتيجة كاذبة. ومن هذه الحالات تلك الحالة التي تعرّف فيها «زيد» على الاسم «مارك توين» من خلال قراءته لرواية هلكيري فين، في حين تعرّف على الاسم «صمويل كليمنس» في سياق دراسته للروائيين الأمريكيين خلال القرن التاسع عشر (دون أن يعرف أن الاسم «مارك توين» كان اسماً مستعاراً لـ «صمويل كليمنس»). في هذه الحالة قد لا يعتقد «زيد» أن «صمويل كليمنس» كتب «هلكيري فين»، ومن ثم فالمقدمتان أعلاه لا تستلزمان النتيجة. وعلى هذا فمن شأن مبدأ استبدال الهوية أن ينهار في سياق تقارير المواقف القضائية. يمكن إذن صياغة المفارقة على النحو التالي: ما الذي يُسبب فشل المبدأ في هذه السياقات؟ ولماذا لا نظل نقول شيئاً صادقاً عن شخص ما إذا كان كل ما فعلناه هو تغيير الاسم الذي نشير به إليه؟

نظرية فريجه في المعنى والإشارة

في سبيل تفسيره لهذه الألغاز، يقترح «فريجه» أنه بالإضافة إلى وجود إشارة، فإن الأسماء والأوصاف⁽¹⁾ تُعبر عن معنى، وأن معنى أي تعبير يكمن في مغزاه الإدراكي؛ أعني الطريقة التي

(1) جديراً بالذكر أن فريجه قد اعتبر الوصف المحدد Definite Descriptions بمثابة اسم علم مركب Compound Proper Name، طالما كان يشير إلى شيء أو شخص معين دون سواه يتمتع بهذا الوصف، مثل «الملك الحالي لفرنسا»، «مؤلف الإلياذة»، «آخر شخص دخل هذه الحجرة»... الخ، وطالما كانت القضية التي تحتويه لا تخرج عن كونها قضية هوية تعكس التكافؤ المنطقي بين اسم العلم والوصف المحدد (هوميروس ≡ مؤلف الإلياذة). لكن رسل Russell أقام بين اسم العلم والوصف المحدد تمييزاً حاسماً من خلال نظريته في الأوصاف، وذلك على النحو التالي: أ- الاسم رمز بسيط مؤلف من حروف، أما الوصف المحدد فهو رمز مركب مؤلف من كلمات. ب- يرتبط الاسم بمسماه ارتباطاً مباشراً، أما الوصف المحدد فليس كذلك. فلا يمكنك مثلاً فهم معنى «هوميروس» إلا إذا

يُدرِك بها المرء إشارة المصطلح. إن التعبيرين (4) و(2/8) لهما الإشارة ذاتها، لكنهما يُعبران عن معانٍ مختلفة، أو عن طُرُق مختلفة لإدراك ذات العدد. كذلك نستطيع القول أن الوصفين «نجم الصباح» و«نجم المساء» يشيران إلى الكوكب ذاته: كوكب الزهرة. لكنهما يُعبران عن طريقتين مختلفتين لإدراك هذا الكوكب، ولذا لهما معنيان مختلفان. والاسم «بيجاسوس»⁽¹⁾ والوصف «أقوى إله يوناني» لهما معنى (لكل منهما معنى مختلف)، لكن ليس لأيهما إشارة!

وعلى أية حال، رغم أن الاسمين «مارك توين» و«صمويل كليمنس» يُشيران إلى الفرد ذاته، فإنهما يُعبران عن معنيين مختلفين. وباستخدام التمييز بين المعنى والإشارة، يتمكن «فريجه» من تفسير الاختلاف في المغزى الإدراكي بين جُمْل الهوية من الشكل (أ = أ)، وتلك التي تأخذ الشكل (أ = ب). وحيث أن معنى (أ) يختلف عن معنى (ب)، فإن مكونات معنى الجملة (أ = أ) مختلفة أيضاً عن مكونات معنى الجملة (أ = ب). ويمكن لـ «فريجه» أن يزعم أن معنى التعبير ككل يختلف في الحالتين. وحيث أن معنى تعبير ما يفسر مغزاه الإدراكي، فإن لدى «فريجه» تفسيراً للاختلاف في المغزى الإدراكي بين الجملتين (أ = أ) و(أ = ب)، وهكذا يُقدم حلاً للغز الأول.

وفضلاً عن ذلك، يفترض «فريجه» أن أي مصطلح (اسم أو وصف) إذا جاء في الجملة بعد فعل يُعبر عن موقف قضائي (مثل يعتقد، يرغب، يكتشف، يعرف)، فإنه لم يعد يشير إلى ما يشير إليه عادةً، فبدلاً من ذلك، يزعم فريجه أن المصطلح في مثل هذه السياقات يشير إلى معناه العادي. وهذا يُفسر سبب فشل مبدأ استبدال الهوية بالنسبة للمصطلحات التي

كنت قد رأيت هذا الشاعر أو سمعته أو قرأت له، في حين يمكنك فهم معنى الوصف المحدد «مؤلف الإلياذة» دون ارتباط بصاحبه، أي متى عرفت كيف تستخدم كلمة «مؤلف» في اللغة، وأن الإلياذة كتاب في أدب الأساطير الإغريقية. ج- الاسم (كمنطوق) رمز تام يفيد معنى تاماً في ذاته، أما الوصف المحدد فرمز ناقص يكتسب معناه في سياق محدد فقط، لأن النطق به بمفرده – دون اسم يسبقه – يثير تساؤلات من قبيل: من هو؟، ماذا تريد أن تقول عنه؟. د- لو كان الوصف المحدد اسم علم لكانت القضية «هوميروس مؤلف الإلياذة» تحصيل حاصل، لكنها ليست كذلك وإنما تحوى واقعة تاريخية.

لمزيد من التفاصيل، أنظر: محمود فهدى زيدان: *في فلسفة اللغة*، سبق ذكره، ص 14-15 & ص 17-21 & محمد مهران رشوان: *دراسات في فلسفة اللغة* (دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، 1998) ص 43 وما بعدها & صلاح عثمان: «سيمانطيقا المؤشرات اللفظية والكلام غير المباشر»، مجلة بحوث كلية الآداب، جامعة المنوفية، العدد السادس والأربعون، يوليو 2001، ص 127 – 166.

(1) بيجاسوس (أو الحصان المُجنح) Pegasus هو الحصان الأسطوري المُجنح في الميثودولوجيا اليونانية.

تأتي متبوعة بأفعال في تقارير الموقف القضائي؛ فالمبدأ يؤكد على حفظ أو بقاء الصدق حين نستبدل اسمًا بآخر له الإشارة ذاتها. لكن الأسماء مثل «مارك توين» و«صمويل كليمنس» - وفقًا لفريجه - تشير إلى معانٍ مختلفة حين تأتي في الجمل التالية:

«زيد» يعتقد أن «مارك توين» كتب هلكبيري فين

«زيد» يعتقد أن «صمويل كليمنس» كتب هلكبيري فين

فإذا كان الاسمان يُشيران إلى الموضوع ذاته، فليس هناك سبب إذن للاعتقاد بأن استبدال أحدهما بالآخر من شأنه الحفاظ على الصدق.

لقد طوّر فريجه نظريته في المعنى والإشارة إلى فلسفة أصيلة في اللغة. ويمكن تفسير هذه الفلسفة من خلال النظر في جملة بسيطة مثل: «قيس يحب ليلي»؛ فمن وجهة نظر فريجه، الكلمتان «قيس» و«ليلى» في هذه الجملة هما اسمان، والتعبير «يُحب» يأتي بمثابة دالة. وفوق ذلك، الجملة ككل هي اسم مركب⁽¹⁾. وكل تعبير من هذه التعبيرات له معنى وإشارة. والمعنى والإشارة أشياء أساسية للأسماء، لكن معنى وإشارة الجملة ككل يمكن وصفهما عن طريق معنى وإشارة الأسماء، وبالطريقة التي يتم بها ترتيب تلك الكلمات في الجملة على جانبي التعبير «يُحب». دعنا نشير إلى إشارة ومعنى الكلمات على النحو التالي:

ش(ق) تعبر عن إشارة الاسم «قيس»

ش(ل) تعبر عن إشارة الاسم «ليلى»

ش(ي) تعبر عن إشارة التعبير «يُحب»

م(ق) تعبر عن معنى الاسم «قيس»

م(ل) تعبر عن معنى الاسم «ليلى»

م(ي) تعبر عن معنى التعبير «يُحب»

والآن دعنا نضع وصفًا لإشارة الجملة ككل: وفقًا لوجهة نظر فريجه، ش(ق)، ش(ل) هما الفردان الحقيقيان «قيس» و«ليلى». أما ش(ي) فهي دالة تُحدد موضع ش(ل) - أي ليلي - في الدالة [() يُحب ليلي]. وهذه الأخيرة تعمل كدالة للمحمول «يُحب ليلي»، ويمكن أن نستخدم التدوين الرمزي ش[ل] للتعبير عنها سيمانطيقياً. الآن الدالة ش[ل] تُحدد موضع ش(ق) - أي قيس - في إشارة الجملة «قيس يحب ليلي». ولنُعبر عن إشارة الجملة

(1) ربما أخطأ فريجه في اعتباره الجملة اسمًا مركبًا، فالجملة - حتى لو كانت وصفًا مُحددًا تشير إلى واقعة، بينما الاسم يشير إلى شيء فردي.

بالتدوين الرمزي ش[ق ي ل]. يُحدد فريجه إشارة جملة ما بوصفها واحدة من قيمتي صدق؛ ولأن ش[ي ل] تحدد قيمة الصدق في إشارة الجملة، ونُعبّر عن تصور Concept، فإن ش[ق ي ل] تكون هي قيمة الصدق الصادقة إذا كان «قيس» يقع تحت التصور ش[ي ل]، وبخلاف ذلك تكون هي قيمة الصدق الكاذبة. وعلى هذا، فالجملة «قيس يحب ليلي» تُعين قيمة صدق.

كذلك تُعبّر الجملة «قيس يحب ليلي» عن معنى، ويمكن وصف معناها على النحو التالي: على الرغم من أن فريجه لم يقل ذلك صراحةً، فإن مقاله «في المعنى والإشارة» يفترض أن م(ي) - أي معنى التعبير «يُحب» - مجرد دالة، وهذه الدالة تُحدد موضع م(ل) - أي معنى الاسم «ليلى» - في معنى المحمول «يُحب ليلي». دعنا نعبّر عن معنى «يُحب ليلي» بالتدوين الرمزي م[ي ل]. الآن، ومرة أخرى، يجب - وفقاً لفريجه - أن نعتبر م[ي ل] دالة تحدد موضع م(ق) - أي معنى الاسم «قيس» - في معنى الجملة ككل، ولنعبّر عن هذا الأخير بالتدوين الرمزي م[ق ي ل]. يذهب فريجه إلى أن معنى أية جملة هو بمثابة فكرة، ورغم قصره قيم صدق أية جملة على القيمتين الحديتين «صادقة» و«كاذبة»، يفترض فريجه أن ثمة عددًا لامتناهياً من الأفكار.

وبهذا الوصف للغة، يتمكن فريجه من تقديم تفسيرٍ عام للاختلاف في المغزى الإدراكي بين جُمْل الهوية من الشكل (أ = أ) و(أ = ب). إن المغزى الإدراكي غير مُفسر في مستوى الإشارة، فوفقاً لوجهة نظر فريجه، تشير الجملتان « $2/8 = 4$ » و « $4 = 4$ » إلى قيمة الصدق ذاتها، وتتحقق الهوية بين الدالة ش[$2/8 = 4$] والدالة ش[$4 = 4$]، لأنهما صادقتان، ومع ذلك تُعبّر الجملتان عن فكرتين مختلفتين، لأن م[4] مختلفة عن م[$2/8$]، ومن ثم فالفكرة م[4] = $2/8$ مختلفة عن الفكرة م[$4 = 4$]. وبالمثل، تشير الجملتان «مارك توين = مارك توين» و«مارك توين = صمويل كليمنس» إلى قيمة الصدق ذاتها، ومع ذلك، إذا وضعنا في اعتبارنا أن م[مارك توين] مميزة عن م[صمويل كليمنس]، فإن الفكرة م[مارك توين = مارك توين] تكون مختلفة عن الفكرة م[مارك توين = صمويل كليمنس].

علاوة على ذلك، علينا أن نتذكر أن فريجه قد اقترح أن المصطلحات التي تتلو أفعالاً تُعبّر عن مواقف قضائية لا تشير إلى إشاراتها العادية، بل بالأحرى إلى المعاني التي تُعبّر عنها عادةً. والحق أن الكلمات «مارك توين»، و«كتب»، و«هلكبيري فين» - في تقارير المواقف

القضائية – ليست فقط هي التي تشير إلى معانيها العادية، بل الجملة بأكملها أيضًا «مارك توين كتب هلكيري فين» تشير إلى معناها العادي (الفكرة):

«جون» يعتقد أن «مارك توين» كتب «هلكيري فين»

ولذا يُحلل فريجه هذا التقرير القضائي على النحو التالي: يشير التعبير «يعتقد أن» إلى دالة تُعين إشارة الجملة «مارك توين كتب هلكيري فين» كتصور. وفي هذه الحالة، لن تكون إشارة الجملة «مارك توين كتب هلكيري فين» بمثابة قيمة صدق، وإنما فكرة، والفكرة التي تشير إليها مختلفة عن الفكرة المُشار إليها بالجملة «صمويل كليمنس كتب هلكيري فين» في التقرير التالي عن الموقف القضائي:

«جون» يعتقد أن «صمويل كليمنس» كتب «هلكيري فين»

وحيث أن الفكرة التي تشير إليها الجملة «صمويل كليمنس كتب هلكيري فين» مختلفة في هذا السياق عن الفكرة التي تُشير إليها الجملة «مارك توين كتب هلكيري فين»، فإن التصور المُشار إليه بالجملة «يعتقد أن مارك توين كتب هلكيري فين» يختلف أيضًا عن التصور المُشار إليه بالجملة «يعتقد أن صمويل كليمنس كتب هلكيري فين».

جوتلوب فريجه: في المعنى والإشارة

(ترجمة إلى العربية)

مقدمة الترجمة الإنجليزية

هذه ترجمة لجزء من مقال جوتلوب فريجه: « في المعنى والإشارة Über Sinn und Bedeutung », الذي نُشر سنة 1892 بمجلة الفلسفة والنقد الفلسفي Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, العدد 100، ص 25-50. وقد أشرنا إلى أرقام صفحات المقال الأصلي بين قوسين معقوفين لسهولة العودة إليها. ويشمل هذا الجزء الصفحات من 25 إلى 36، بالإضافة إلى الفقرة الأخيرة. وقد نُشرت الترجمة الإنجليزية⁽¹⁾ في كتاب: *جدل حول اللغة Arguing about Language*, الذي حرره كل من درا بيرن Darragh Byrne وماكس كولبيل Max Kölbel، ونُشر سنة 2009 بدار روتلدج، لندن، ص 49 - 55.

(1) حاشية رقم [1] للترجمة الإنجليزية: تجدر الإشارة إلى أن ثمة ترجمتين للمقال إلى الإنجليزية، تلك المذكورة أعلاه، وتلك التي ظهرت في الكتاب الذي حرره كل من بيتر جيتش Peter Geach وماكس بلاك Max Black تحت عنوان:

جوتلوب فريجه: في المعنى والإشارة

[25] تتحدى المساواة⁽¹⁾ قدرتنا على التفكير، لأنها تؤدي إلى تساؤلات ليس من السهل الإجابة عنها: هل تُمثل علاقة؟ وإذا كانت كذلك، فهل هي علاقة بين موضوعات Objects، أم بين أسماء Names أو علامات Signs على موضوعات؟ لقد اقترحت في كتابي تدوين التصور *Begriffsschrift* (*Concept Notation*) أنها علاقة بين أسماء، وما يدعوني لذلك أننا حين نقول $(\hat{A} = \hat{A})$ و $(\hat{A} = \hat{B})$ فإنما نكون بوضوح بإزاء جملتين ذاتي قيم إدراكية مختلفة؛ فالجملة $(\hat{A} = \hat{A})$ هي جملة قبلية *a priori*، ووفقاً لكانط يجب أن نسميها جملة تحليلية. بينما أية جملة من الشكل $(\hat{A} = \hat{B})$ فغالباً ما تحوي امتدادات قيمية، ولا يمكن أن تكون مبررة دائماً بشكل قبلي.

ربما كان اكتشافنا أن شمساً جديدة لا تُشرق كل صباح، لكنها دائماً الشمس ذاتها، واحداً من أكثر الاكتشافات تأثيراً في علم الفلك، وحتى الآن لا نستطيع دائماً أن نسلم جدلاً بأننا سوف نعرف بمذنب أو كوكب صغير بوصفه هو ذاته.

الآن، لو أردنا أن ننظر إلى [26] المساواة كعلاقة نخلع فيها على الاسمين (\hat{A}) و (\hat{B}) معنى ما⁽²⁾، فإن الجملة $(\hat{A} = \hat{B})$ لا يمكن أن تكون مختلفة عن الجملة $(\hat{A} = \hat{A})$ في حالة كون الجملة $(\hat{A} = \hat{B})$ صادقة. إنها تعبر عن علاقة لشيء ما مع ذاته، أعني تلك العلاقة التي يُعبر فيها كل شيء عن ذاته، ولا يُعبر عن شيء آخر. فما يود المرء قوله بالجملة $(\hat{A} = \hat{B})$ هو أن (\hat{A}) و (\hat{B}) علامتان أو اسمان يعنيان⁽³⁾ الشيء ذاته، بحيث يمكن للمرء أن يتحدث بدقة عن هاتين العلامتين ويؤكد قيام علاقة بينهما. لكن هذه العلاقة تقوم فقط بين أسماء أو

ترجمات من الكتابات الفلسفية لجوتلوب فريجه *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*، ونُشر سنة 1960 بدار باسل بلاكويل Basil Blackwell، أكسفورد Oxford، ص 56 – 78.

(1) حاشية الأصل رقم [1]: أستخدم كلمة المساواة Equality هنا بمعنى الهوية Identity؛ فحين أقول أن $(\hat{A} = \hat{B})$ فإنما أعني أن (\hat{A}) هي ذاتها (\hat{B}) ، أو تطابق (\hat{B}) .

(2) حاشية رقم [2] للترجمة الإنجليزية: الفعل «يعني» to mean يأتي هنا كترجمة للكلمة الألمانية Bedeuten التي استخدمها «فريجه» في مقاله، لكن «فريجه» سوف يستخدم لاحقاً الكلمة الألمانية ذاتها بمعنى تقني خاص مؤداها «يشير إلى»، وسنورد فيما بعد شرحاً لهذا الاستخدام التقني.

(3) حاشية رقم [3] للترجمة الإنجليزية: أنظر الحاشية رقم [2] للترجمة الإنجليزية.

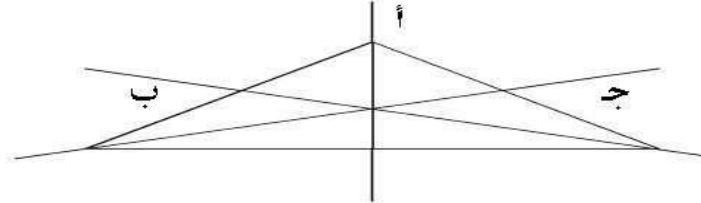
علامات بقدر ما تُسَمَّى Designate⁽¹⁾ شيئاً ما. إن العلاقة تتحقق من خلال ربط كل علامة بذات الموضوع المُعَيَّن لها، لكن هذا «الربط» يكون عشوائياً؛ إذ لا يمكن لشخصٍ ما أن يمنع شخصاً آخر من قبول أي إجراء أو موضوع عشوائي بوصفه علامةً على أي شيء.

وهكذا، فالجملة (أ = ب) لا تتعلق بالقضية ذاتها، ولكن فقط بطريقة استخدامنا للعلامات. وبعبارة أخرى، نحن لا نعبر بهذه الجملة عن أية معرفة صحيحة، وهذا بالضبط ما نود أن نفعله في كثيرٍ من الحالات. فإذا كانت العلامة (أ) تختلف عن العلامة (ب) من حيث كونها موضوعاً فحسب (في هذه الحالة من خلال شكلها)، وليس من حيث كونها علامة (بمعنى أن اختلافها لا يستند إلى كونها تُسَمَّى شيئاً ما)، فإن القيمة الإدراكية للجملة (أ = أ) من شأنها أن تكون مساوية أساساً للقيمة الإدراكية للجملة (أ = ب) إذا كانت الجملة (أ = ب) صادقة. وثمة اختلاف يمكن فقط أن يطرأ لأن اختلاف العلامة يُناظر اختلاف الطريقة التي نخلع بها العلامة على شيء ما.

لنفرض مثلاً أن (أ) و(ب) و(ج) هي خطوط تربط رؤوس مثلث ما بنقاط المنتصف للجوانب المتقابلة⁽²⁾. هنا نجد أن تقاطع (أ) و(ب) هو ذاته كتقاطع (ب) و(ج)، ومن ثم تكون لدينا تسميات مختلفة للنقطة ذاتها. ويشير هذان الاسمان [تقاطع (أ) و(ب)]، وتقاطع (ب) و(ج)] في الوقت ذاته إلى أسلوب العرض⁽³⁾ (1) Mode of Presentation، بحث تنطوي الجملة على معرفة حقيقية.

(1) حاشية رقم [4] للترجمة الإنجليزية: الفعل الألماني Bezeichnen، والنعت الفعلي (اسم الفاعل أو المفعول) Bezeichnetes، والاسم Bezeichnung. تتم ترجمتها جميعاً بشكلٍ موحد لتعني «يُسمى» to designate (شيء مُسمى Thing designated وتسمية Designation).

(2) حاشية رقم [5] للترجمة الإنجليزية: يُوضح الشكل التالي مثال «فريجه»:



(3) حاشية رقم [6] للترجمة الإنجليزية: أصبح التعبير «أسلوب العرض» بمثابة الترجمة المعيارية لعبارة «فريجه» Art des Gegebenenseins، والتي تعني حرفياً «الطريقة التي نقدم بها شيئاً ما». وقد تبيننا الترجمة المعيارية تفادياً للبس.

من الطبيعي إذن أن ننظر إلى ما هو مرتبط بالعلامة (حيث قد تكون العلامة اسماً، أو تأليفاً من الكلمات، أو علامة مكتوبة)، وليس فقط إلى الموضوع الذي نسميه بهذه العلامة (الذي يمكن أن أدعوه إشارة (2) العلامة Reference of the Sign). أما معنى Sense العلامة فيحوي الطريقة التي تُقدم بها العلامة؛ ففي مثالنا السابق، [27] نجد أن إشارة التعبيرين [تقاطع (أ) و(ب)، وتقاطع (ب) و(ج)] هي ذاتها، لكن معنيهما مختلفان، فإشارة التعبيرين «نجم المساء» و«نجم الصباح» هي ذاتها، لكن المعنى مختلف⁽⁴⁾⁽³⁾.

يتضح من السياق السابق أنني أعني بالكلمتين «علامة» Sign و«اسم» Name أية تسمية تحل محل اسم علمٍ ما Proper name، وتكون إشارتها موضوعاً محدداً (بأوسع مدى للكلمة)، لكن ليس تصوراً أو علاقة، وهو ما سوف أناقشه في مقالٍ آخر⁽⁵⁾. ويمكن لتسمية موضوع معين أن تحوي عدة كلمات أو علامات أخرى. وعلى سبيل الإيجاز، فإن مثل هذه التسمية يمكن أن ندعوها «اسم علم».

ويمكن لأي شخص أن يحظى بمعنى اسم علمٍ ما إن كانت لديه معرفة كافية باللغة أو بمجموعة التسميات التي ينتهي الاسم إليها⁽⁶⁾. لكن هذا يُوضح فقط الإشارة – إن كانت

(1) حاشية رقم [1] للترجمة العربية: أسلوب العرض هو الطريقة التي يروي بها الكاتب أحداث روايته، وثمة طريقتان مختلفتان لذلك: العرض التصويري Scenic presentation، ومن خلاله يسرد الكاتب روايته بشكل مفصل للغاية، حتى يشعر القارئ بالاندماج والمشاركة في الأحداث؛ والعرض البانورامي Panoramic presentation، وبه يُقدم الكاتب فقط نبذة مختارة عما يحدث في غضون فترة معينة. وتستخدم معظم القصص مزيجاً من الطريقتين.

(2) حاشية رقم [7] للترجمة الإنجليزية: عند هذه النقطة يستخدم فريجه صراحةً المصطلحين Sinn وBedeutung بالمعنى التقني الخاص الذي يخلعه عليهما، ولعل أفضل ترجمة لهما في الإنجليزية هي «الإشارة» Reference و«المعنى» Sense.

(3) حاشية رقم [8] للترجمة الإنجليزية: الاسمان الألمانيان Morgenstern وAbendstern يُترجمان هنا على التوالي بـ «نجم المساء» Evening Star و«نجم الصباح» Morning Star، وهما اسمان بديلان لكوكب الزهرة، وقد يقابلهما أيضاً في = الإنجليزية المصطلحان Hesperus («هيسبروس» أو «حامل الضوء»)، وPhosphorus («فوسفوروس» أو «جالب الضوء»).

(4) حاشية رقم [1] للترجمة العربية: أنظر الحاشية رقم (8).

(5) حاشية رقم [9] للترجمة الإنجليزية: يناقش فريجه التصورات Concepts والعلاقات Relations في مقاله «في التصور والموضوع» On Concept and Object.

(6) حاشية الأصل رقم [2]: في حالة اسم العلم الفعلي (أي اسم العلم بمعناه المعتاد، وليس بالمعنى المحدد تماماً) مثل «أرسطو» Aristotle، قد تختلف الآراء بالطبع إزاء معناه؛ إذ يمكن للمرء – على سبيل المثال – أن يقول: «تلميذ أفلاطون ومُعلم الإسكندر الأكبر»، ومن يفعل ذلك سوف يربط الجملة: «أرسطو وُلد في ستاجيرا» Stagira

ثمة إشارة – من جانب واحد، فالمعرفة الشاملة بالإشارة تتضمن قدرتنا على أن نُحدد مباشرة ما إذا كان أي معنى ينتمي إلى تلك الإشارة، ونحن لم نصل بعد إلى تلك النقطة.

إن الربط الدارج بين علامة ما ومعناها وإشارتها يكون بحيث تُناظر العلامة معنى محدداً، وهذا المعنى المحدد يناظر بدوره إشارة مُحددة، وليس فقط مجرد أن تنتهي العلامة إلى إشارة ما (إلي موضوع ما). والمعنى ذاته يمكن أن تكون له تعبيرات مختلفة في اللغات المختلفة، بل وحتى في إطار اللغة ذاتها. وثمة استثناءات بالطبع لهذا النشاط الدارج، لكن المعنى المحدد – في نظام تام من العلامات – يجب بالتأكيد أن يُناظر كل تعبير، وإن كانت اللغات الشائعة تفشل غالباً في تلبية هذا المطلب [28] الذي لا يتحقق إلا إن كانت الكلمة ذاتها في السياق ذاته لها دائماً ذات المعنى. وقد يعترف المرء بأن التعبير المُصاغ نحويًا بشكل صحيح كبديل لاسم العلم يكون له دائماً معنى.

وليس ثمة تأكيد بأن لكل معنى إشارة تُناظره؛ فالعبارة «أبعد جُرم سماوي عن الأرض» لها معنى، لكن من المشكوك فيه تماماً أن لها إشارة. كذلك التعبير: «المتسلسلة المتقاربة بأقل سرعة»⁽¹⁾ له معنى، لكن من الممكن البرهنة على انتفاء إشارته، لأننا من الممكن أن نجد دائماً متسلسلة أقل تقارباً من أية متسلسلة متقاربة نشير إليها. ومن ثم فالظفر بالمعنى لا يضمن وجود إشارة له.

بمعنى مختلف عن ذلك الذي يفترضه شخص ما كـمعنى للاسم: «أستاذ الإسكندر الأكبر الذي وُلد في ستاجيرا». وطالما ظلت الإشارة هي ذاتها على الأقل، فإن هذه التذبذبات في المعنى يمكن تحملها، وإن كان ينبغي تجنبها في صرح المعرفة لأي علمٍ برهاني، ولا ينبغي أن يُسمح بها في إطار أية لغة مثالية.

(1) حاشية رقم [2] للترجمة العربية: المتسلسلة في الرياضيات هي مجموع لمتتالية من الحدود (قد تكون أعداداً أو دالات) المرتبة بطريقة ما، ويمكن لحدود أية متسلسلة أن تتألف من مجموعات جزئية من الحدود (بما في ذلك الأعداد الحقيقية والأعداد المركبة والدوال)، ويُعرف الحد الذي ترتيبه (ن) في المتسلسلة بالحد النوني أو الحد العام General Term. والمتسلسلة المتقاربة Convergent series هي متسلسلة محدودة المجموع، وتتقارب المتسلسلة إلى المجموع (ل) إذا كانت نهاية الحد النوني لمتتالية المجموعات الجزئية المكونة لها تساوي (ل). وهذا التقارب قد يكون مطلقاً أو مشروطاً في فترة ما أو منتظماً، كما أنه يخضع لمبدأ الاتصال الرياضي Continuity، والذي يعنى في أبسط معانيه وجود حد ثالث بين أي حدين معلومين في أية متسلسلة تامة الترتيب. ووفقاً لهذا المبدأ فإن أية متسلسلة تتقارب حدودها بسرعة ما، ينجم عنها بعملية استخراج الوسط الحسابي لكل عددين متتاليين متسلسلة أخرى تتقارب حدودها بسرعة أقل، وهذه الأخيرة ينجم عنها بنفس العملية متسلسلة ثالثة أقل سرعة، وهكذا إلى ما لا نهاية، ومن ثم فلا وجود لمثل هذه المتسلسلة المتقاربة بأقل سرعة. لمزيد من التفاصيل أنظر كتابنا: *الاتصال واللاتناهي بين العلم والفلسفة* (منشأة المعارف، الإسكندرية، 1998) الفقرة 68.

من جهة أخرى، إذا استخدمنا الكلمات بالطريقة العادية، فإن إشارتها هي الموضوع أو الموضوعات التي نود التحدث عنها، لكن قد نرغب أحياناً في التحدث عن الكلمات ذاتها، أو عن معانيها، وهو ما يحدث مثلاً حين نستشهد بكلام شخص ما في أحاديثنا المباشرة. في هذه الحالة لا تشير الكلمات إلى موضوعات، لكنها تشير أولاً إلى كلمات أخرى، وتلك الأخيرة فقط هي الكلمات التي تكون لها إشارة عادية. قد تكون لدينا إذن علامات على علامات؛ فحين نستخدم علامات الاقتباس في الكتابة، فإن الكلمات المحاطة بهذه العلامات لا يجب أن تؤخذ على أن لها إشارة عادية. فلو أردنا التحدث عن معنى التعبير (أ)، فبإمكاننا أن نفعل ذلك ببساطة باستخدام العبارة «معنى التعبير (أ)». وهكذا، ففي الكلام غير المباشر يتحدث شخصٌ - مثلاً - عن كلام شخصٍ آخر، ومن الواضح أن الكلمات في هذا الشكل من الكلام لا تنطوي على إشارتها العادية أيًا كانت، لكنها تشير إلى معناها المعتاد. وعلى سبيل الإيجاز، دعنا نقول أن الكلمات في الكلام غير المباشر تُستخدم بشكلٍ غير مباشر، أو تكون لها إشارتها غير المباشرة، وبالتالي ينبغي التمييز بين الإشارة العادية لكلمة ما وإشارتها غير المباشرة، وكذلك بين معناها العادي ومعناها غير المباشر. وعلى هذا، فالإشارة غير المباشرة لكلمة ما هي معناها العادي، وينبغي أن نضع في اعتبارنا دائماً هذه الاستثناءات إذا أردنا أن نفهم الطريقة التي ترتبط بها العلامة والمعنى والإشارة على نحو صحيح.

[29] ثمة تمييز كذلك بين كلٍّ من الإشارة والمعنى لعلامة ما عن الفكرة الحسية Idea (Vorstellung) المرتبطة بهما؛ فإذا كانت إشارة علامة ما هي موضوع يمكن إدراكه بالحواس، فإن فكرتي عن هذا الموضوع هي بمثابة صورة داخلية ناجمة عن تذكري للانطباعات الحسية التي قمت بتحصيلها، وكذلك عن الأنشطة الداخلية والخارجية التي قمت بها⁽¹⁾، وهذه تكون غالباً مُشبعة بالمشاعر، ويتسم وضوح أجزائها الفردية بالتباين والتأرجح. إن الفكرة ذاتها لا ترتبط دائماً بالمعنى ذاته، ولا حتى لدى الشخص ذاته؛ فالفكرة ذاتية، وفكرة الشخص الواحد ليست فكرة شخص آخر، وبمقتضى ذلك وحده،

(1) حاشية الأصل رقم [3]: يمكن للفكرة أن تتحقق في رأس شخصٍ بعينه بالحدس (Anschauungen) Intuition. وفي حالة الحدس، تحل النشاطات والانطباعات الحسية محل الآثار التي تُخلقها في النفس. ولأغراضنا، نستطيع القول أن الفارق عديم الأهمية. وذلك بالنظر إلى أنه من المفترض أن تساعد أيضاً الأحاسيس والأنشطة والذكريات في اكتمال الصورة الحدسية. لكن يمكن للمرء أيضاً أن يفهم الحدس على أنه يعني موضوعاً ما بقدر ما يكون مدرّكاً بالحواس أو مكانياً.

فإن ثمة كثرة من الاختلافات بين الأفكار المرتبطة بذات المعنى؛ فالرسّام، والفارس، وعالم الحيوان سوف تكون لديهم أفكار مختلفة مرتبطة بالاسم «بوسيفالوس» (1) Bucephalus. وفي هذا الصدد، تختلف الفكرة بشكلٍ جوهري عن معنى العلامة، فالمعنى يمكن أن يكون ملكية مشتركة لكثير من الناس، وليس منجى لروح فردية، وقد لا يستطيع المرء أن يُنكر أن الإنسانية لديها كنزٌ مشتركٌ من الأفكار التي تتوارثها الأجيال⁽²⁾.

وهكذا، فبينما لا توجد شكوك حول استخدام المعنى دون مزيدٍ من الشروط المؤهلة لذلك، يجب على المرء في حالة الفكرة أن يُضيف - على وجه التحديد - إلى مَنْ تنتمي الفكرة وفي أي زمن. وقد يقول المرء: كما أن شخصاً ما يربط هذه الفكرة، وشخصاً آخر يربط تلك الفكرة، بالكلمة ذاتها، يمكن بالمثل أن يربط شخصٌ ما هذا المعنى، بينما يربط شخصٌ آخر ذلك المعنى، بالكلمة ذاتها. لكن الاختلاف في هذه الحالة يكمن فقط في نوع الربط، وهذه ليست عقبة أمام كليهما للطّفر بالمعنى ذاته، في حين أنهما لا يمكن أن تكون لدهما الفكرة [30] ذاتها. (إذا فعل اثنان الشيء ذاته، فإنه لن يكون هو ذاته) *Si duo idem faciunt, non est idem*؛ فإذا كان اثنان من الناس لدهما فكرة عن الشيء ذاته، فلن تزال لكل منهما فكرته الخاصة. وحتى لو كان من الممكن في بعض الأحيان اكتشاف الاختلاف بين الأفكار، أو حتى المشاعر، لأناس مختلفين، فإن المقارنة الدقيقة لن تكون ممكنة، ذلك أنه من غير الممكن أن تكون لدينا هذه الأفكار معاً في الوعي ذاته.

إن إشارة اسم العلم هي الموضوع ذاته الذي نسميه بذلك الاسم، والفكرة التي في أذهاننا حين نفعل ذلك هي فكرة ذاتية تماماً، وفيما بينهما يكون المعنى الذي لم يعد ذاتياً مثل الفكرة، لكنه ليس الموضوع ذاته أيضاً. وقد يكون التشبيه التالي مناسباً لتوضيح هذه العلاقات المتبادلة: هب أن شخصاً ينظر إلى القمر من خلال تليسكوب؛ إنني أضاهي القمر

(1) حاشية رقم [3] للترجمة العربية: بوسيفالوس Bucephalus هو اسم فرس الإسكندر الأكبر، ويعني الاسم حرفياً «رأس الثور». وقد لازم هذا الحصان الإسكندر طيلة حياته وامتطاه في أغلب غزواته، وعندما نفق في نهاية المطاف بسبب تقدمه في السن، أطلق الإسكندر اسمه على إحدى المدائن التي أسسها، ألا وهي مدينة «بوسيفلا» التي تقع على الضفة الغربية لنهر يادسون Hydaspes river (حالياً نهر جيلوم Jhelum في باكستان). ومن الطبيعي أن ينظر الفارس إلى «بوسيفالوس» كفارس مميز، وأن ينظر إليه عالم الحيوان ككائن عضوي، وأن ينظر إليه الرسّام كلوحة جمالية، وهو ما تجلّى في عدة لوحات لكبار الرسّامين، مثل الفرنسي تشارلز لوبرون Charles Le Brun (1619 - 1690).

(2) حاشية الأصل رقم [4]: وهذا هو السبب في أنه من المفيد استخدام كلمة «فكرة» لتسمية الأشياء المختلفة جوهرياً إلى حدٍ بعيد.

ذاته بالإشارة، فهو موضوع الملاحظة الذي أدركه من خلال الصورة الحقيقية المتوقعة من العدسات داخل التليسكوب، ومن خلال الصورة المكونة على شبكية الملاحظ. ومن ثم أضاء الصورة الحقيقية بالمعنى، وأضاء صورة الشبكية بالفكرة أو الحدس. إن الصورة داخل التليسكوب تمثل جانبًا واحدًا فقط، لأنها تعتمد على موقع الملاحظ، لكنها تظل موضوعية بقدر ما تخدم عدة ملاحظين. وعلى أية حال، قد يكون من الممكن النظر إلى الأمر بمثل هذه الطريقة التي يمكن للعديد من الناس استخدامها في وقت واحد، لكن بقدر ما يتعلق الأمر بصور الشبكية، تظل لكل شخص صورته الخاصة. وحتى التطابق الهندسي من الصعب تحقيقه بسبب الاختلافات في الطريقة التي تطورت بها العيون، إذ من المستبعد أن يكون هناك تطابقًا حقيقيًا. ربما امكن للمرء أن يضع تشبيهًا أبعد بافتراض أن صورة الشبكية للشخص (أ) يمكن أن تكون مرئية للشخص (ب)، أو أن (أ) نفسه يمكن أن يرى صورة الشبكية الخاصة به في المرآة، وقد يكون هذا جيدًا لتوضيح أن فكرة ما يمكن أن تؤخذ في حد ذاتها بوصفها الموضوع، لكن هذا قد يكون متاحًا للملاحظ، وليس على نحو فوري للشخص الذي لديه الفكرة. ومع ذلك، من شأن متابعة هذا أن تؤدي إلى ضلال عظيم.

يُمكننا أن ندرك الآن ثلاثة مستويات للاختلاف بين الكلمات، والتعبيرات، والجمل بأكملها؛ فإما أن يتعلق الاختلاف على أكثر تقدير بالأفكار، أو يتعلق بالمعنى ولكن [31] ليس بالإشارة، أو يتعلق – أخيرًا – بالإشارة أيضًا. وفيما يتعلق بالمستوى الأول، ينبغي علينا أن نلاحظ أنه بسبب الربط غير الآمن للأفكار بالكلمات، قد يحدث اختلاف لشخص ما دون أن يتمكن شخص آخر من اكتشافه. والاختلاف بين الترجمة والأصل لا يجب أن يتجاوز المستوى الأول. كذلك تشمل الاختلافات الممكنة هنا التلوينات والإضاءات التي يسعى بها الشعر والبلاغة إلى معنى معين، وهذه التلوينات والإضاءات ليست موضوعية، لكن كل مستمع أو قارئ يجب أن يخلقها لنفسه وفقًا لتلميحات الشاعر أو الخطيب. ولا شك أن الفن دون صلة قرابة بين الأفكار الإنسانية من شأنه أن يكون مستحيلًا. وعلى أية حال، لا يمكن أبدًا أن نقرر إلى أي مدى يتم التعرف على حدوس الشاعر والامتثال لها.

لن نتحدث أكثر من ذلك فيما يلي عن الأفكار والحدوس، فقد أوردناها هنا فقط لئلا تختلط الفكرة التي تثيرها كلمة لدى المستمع بمعناها أو إشارتها. ولكي نكون أكثر إيجازًا ودقة، دعنا نخرج على المنعطفات التالية للعبارة:

اسم العلم (سواء أكان كلمة، علامة، سلسلة من العلامات، أو تعبيراً) يُعبر عن معناه، لكنه يشير إلى، أو يُسمي، إشارته. ونحن نُعبر بالعلامة عن معناه، ونسميه بإشارته.

ولعل ثمة اعتراضٍ منذ زمن طويل للمثالي أو الشكّاك، مؤداه: إنك تحدثنا دون ترددٍ عن القمر كموضوع، ولكن كيف يمكنك أن تعرف أن الاسم «القمر» له إشارة بالفعل؟ كيف يمكنك أن تعرف أن شيئاً ما له إشارة؟ وأجيب بأننا حين نقول: «القمر»، لا نقصد التحدث عن فكرتنا عن القمر، وأننا لا نكتفي بالمعنى، لكننا نفترض مسبقاً إشارة ما. ولنسوف يغيب المعنى تماماً إذا افترض المرء أن من ينطق بالجملة «القمر أصغر من الأرض»، يتحدث عن فكرة ما عن القمر. وقد نكون بالطبع مخطئين في هذا الافتراض المُسبق، بل لقد وقعت بالفعل مثل هذه الأخطاء، ومع ذلك فإن السؤال عما إذا كنا دائماً مخطئين في هذا قد يُترك هنا بلا إجابة؛ فلكي نُبرر كلامنا عن الإشارة الخاصة بعلامة ما [32]، يكفي في الوقت الراهن أن نشير إلى مقصدنا في الكلام أو التفكير، حتى ولو تقييدنا بالشرط: في حالة وجود مثل هذه الإشارة.

نظرنا فقط حتى الآن في معنى وإشارة تلك التعبيرات التي دعوناها «أسماء أعلام»، وسوف نفحص الآن معنى وإشارة الجملة⁽¹⁾ الخبرية⁽²⁾ Assertoric sentence ككل. هذه الجملة تحوي فكرةً ما⁽³⁾، فهل يجب أن تبدو هذه الفكرة كمعناها أو كإشارتها؟ دعنا نفترض للحظة أن الجملة لها إشارة! فإذا وضعنا الآن كلمة محل كلمة أخرى في الجملة لها الإشارة ذاتها لكن معناها مختلف، فإن هذا لا يمكن أن يكون له تأثير على إشارة المعنى. لكننا نرى أن الفكرة تتغير في مثل هذه الحالة؛ لأن فكرة الجملة «النجم الصباحي هو جسم مُضاء بانعكاس أشعة الشمس» مختلفة عن فكرة الجملة «النجم المسائي هو جسم مُضاء بانعكاس أشعة الشمس»، فالشخص الذي لا يعرف أن «النجم الصباحي» هو «النجم

(1) حاشية رقم [4] للترجمة العربية: ثمة فرق بين الجملة Sentence والقضية Proposition: فالقضية هي الحكم الذي تتضمنه الجملة، وبالتالي يمكن أن تُعبر عدة جُمُل عن قضية واحدة.

(2) حاشية رقم [5] للترجمة العربية: القضية الخبرية Assertoric Proposition في المنطق الأرسطي هي تلك القضية التي تؤكد وجود إثبات أو نفي دون النظر في الضرورة والإمكان (تنطوي فقط على حكم بالصدق أو الكذب). وتأتي في مقابل القضية الإشكالية Problematic Proposition التي تؤكد إمكانية أن يكون الحكم صادقاً، وكذلك في مقابل القضية الضرورية Apodeictic Proposition التي تؤكد صدق أو كذب الحكم بالضرورة أو بالبداهة. ومن المعلوم أن القضايا الرياضية قضايا ضرورية، في حين أن القضايا التجريبية قضايا إخبارية.

(3) حاشية الأصل رقم [5]: لا أعني بالفكرة هنا فعل التفكير الذاتي، ولكن محتواها الموضوعي الذي يمكن أن يكون ملكية مشتركة لكثير من الناس.

المسائي» قد يعتبر الفكرة الأولى صادقة والثانية كاذبة! وعلى هذا فالفكرة لا يمكن أن تكون بمثابة إشارة للمعنى، بل علينا بالأحرى أن ننظر إليها بوصفها المعنى.

لكن ماذا عن الإشارة إذن؟ قد نسأل أنفسنا ما هي ككل؟ وهل من المحتمل أن تكون جملة ما لها معنى وليست لها إشارة؟ من المتوقع أن توجد مثل هذه الجمل، مثلما توجد أجزاء للجملة لها معنى وليست لها إشارة، ومن أمثلة هذا النوع تلك الجمل التي تحوي أسماء أعلام بدون إشارة. من الواضح مثلاً أن الجملة «استغرق أوليسيس»⁽¹⁾ في سُبات عميق حينما وُضع على الشاطئ في إيثاكا» لها معنى، لكن لأنه من المشكوك فيه ما إذا الاسم «أوليسيس» له إشارة، فمن المشكوك فيه أيضاً ما إذا كانت هذه الجملة لها إشارة. ومع ذلك، فمن المؤكد أن الشخص الذي ينظر بجدية إلى الجملة بوصفها صادقة أو كاذبة سوف يُسلم بأن الاسم «أوليسيس» له إشارة، وليس [33] فقط معنى، لأن إشارة هذا الاسم هي التي تجعل محمول القضية مؤكداً أو منفيًا، فمن لا يعترف بالإشارة في هذه الحالة، لا يستطيع أن يؤكد أو يُنفي محمولها.

الآن، يبدو أن المُضي قُدماً إلى إشارة الاسم سوف يكون زائداً عن الحاجة؛ فالمرء يمكن أن يكتفي بالمعنى إن أراد أن يتوقف عند الفكرة. فإذا كان معنى الجملة فقط – الفكرة – موضع اهتمام، فسوف يكون من غير الضروري الاهتمام بالإشارة الخاصة بجزء من الجملة، وسنأخذ بعين الاعتبار معنى الجملة فقط المتحقق بمعنى الجزء، بغض النظر عن الإشارة. وستبقى الفكرة هي ذاتها، سواء أكان الاسم «أوليسيس» له إشارة أم لا.

والحق أن بذلنا للجهد المُضني للحصول على إشارة جزء من الجملة هو في الواقع علامة على أننا ندرك ونطلب أيضاً إشارة للجملة ذاتها؛ فالفكرة تقل قيمتها بمجرد ما ندرك أن جزءاً من أجزائها يفتقر إلى الإشارة، ومن حقنا إذن ألا نكتفي بمعنى الجملة، بل نسعي أيضاً لمعرفة إشارتها. لكن لماذا نريد إذن ألا يكون لكل اسم علم معنى فحسب، بل تكون له

(1) حاشية رقم [6] للترجمة العربية: «أوليسيس» Ulysses هو الاسم اللاتيني لبطل الأساطير اليونانية «أوديسيوس» Odysseus، وهو ملك جزيرة «إيثاكا» Ithaca (الموطن الأسطوري له). ترك بلده كي يكون من قادة حرب طروادة، وكان صاحب فكرة الحصان الذي بواسطته انهزم الطرواديون. بعد فوزهم بالحرب التقى «أوديسيوس» وجنوده بعَملاق ذي عين واحدة، ففَقاً «أوديسيوس» عينه وجعله أعى بعد أن أكل العملاق مجموعة من رجال «أوديسيوس». وكان ذلك العملاق ابن اله البحر «بوسيدون» Poseidon فغضب منه «بوسيدون» فعاقبه بأن تاه في البحر عشر سنين لاقى فيها أهوالاً كثيرة، حتى ألقته الأمواج على الشاطئ فراح في سُبات عميق.

أيضاً إشارة؟ لماذا لا تكون الفكرة كافية لنا؟ لأن قيمة صدقه هامة بالنسبة لنا. وهذه ليست الحالة دائماً، فمثلاً حين نستمع إلى ملحمة، تستغرقنا - إلى جانب الصوت العذب - معاني الجمل، والأفكار والمشاعر التي تثيرها. وفي سعيها نحو الحقيقة، سنترك وراءنا متعة تذوق الفن وننعطف إلى التأمل العلمي. وهذا أيضاً هو السبب في أننا لا نهتم - على سبيل المثال - بما إذا كان الاسم «أوليسيس» له إشارة من عدمه، طالما ننظر إلى القصيدة كعملٍ في⁽¹⁾. ولذا فإن طموحنا وسعيها نحو الحقيقة هو الذي يدفعنا للمضي قدماً من المعنى إلى الإشارة.

لقد رأينا أن الإشارة لجملية ما يتم التماسها كلما كان هناك اهتمام بإشارة مكونات الجملة، وهذا حالنا عندما، ونقط عندما، نسأل عن قيمة الصدق Truth-value.

نحن مدفوعون إذن إلى الاعتراف بأن قيمة الصدق لجملية ما [34] هي إشارتها. وأعني بقيمة الصدق لجملية ما كونها صادقة أو كاذبة، ولا توجد قيم صدق أكثر من ذلك⁽²⁾. وتوخيًا للحذر، سوف أسمي الأولى «صادقة» والثانية «كاذبة»، وكل جملة خبرية تكون فيها إشارة الكلمات موضع اهتمام يجب أن تبدو إذن كاسم علم، وفوق ذلك، تكون إشارتها - إن كانت ثمة إشارة - «صادقة» أو «كاذبة».

(1) حاشية الأصل رقم [6]: من المرغوب فيه أن يكون لدينا تعبيرٌ خاص نصف به العلامات التي يُقصد بها المعنى فقط، فإذا دعونا هذه التعبيرات «صوراً»، فإن كلمات الممثل على المسرح سوف تكون «صوراً» Images، وحتى الممثل نفسه سيكون مجرد صورة.

(2) حاشية رقم [7] للترجمة العربية: يرجع الفضل لفريجه في إدخال مفهوم «قيمة الصدق» بشكل واضح في كل من المنطق والفلسفة، وبصفة خاصة في مقاله «الدالة والتصور» Function and Concept (1891)، ثم في مقاله «في المعنى والإشارة» On Sense and Reference (1892). وإذا كان فريجه قد قصر قيمة صدق القضية على كونها صادقة أو كاذبة فقط، فقد كان في ذلك ملتزماً بالقوانين الأساسية المعروفة للمنطق التقليدي والكلاسيكي، لاسيما قانوني عدم التناقض Non-contradiction والثالث المرفوع Excluded middle. وغني عن الذكر أن التطورات اللاحقة للمنطق قد شهدت تخلياً ضرورياً عن هذين القانونين تحت ضغط الغموض اللغوي الناجم عن قصور ونسبية أجهزتنا الإدراكية والقياسية، وتعدد معاني الكلمة الواحدة والجملة الواحدة، فضلاً عن المفارقات المنطقية متعددة الأشكال، ليسود المنطق متعدد القيم Many-valued logic بأنساقه المختلفة. وهكذا فالقضية «زيد طويل» - على سبيل المثال - لا يمكن الحكم عليها بالصدق أو بالكذب نظراً لغموض كلمة «طويل»: فنحن لا نملك مقياساً ثابتاً للطول، ولا تحديداً متفقاً عليه للنقطة الفاصلة بين الطول والقصر، ولذا يمكن القول أن القضية صادقة وكاذبة معاً، أو لا صادقة ولا كاذبة، أو صادقة بدرجة كذا ... إلخ. لمزيد من التفاصيل أنظر كتابنا: المنطق متعدد القيم (منشأة المعارف، الإسكندرية، 2000).

هذان الموضوعان مُعترفٌ بهما – ولو ضمناً – من قبل أي شخص يقوم بإصدار الحكم، أو يأخذ شيئاً ما على أنه صادق، ومن ثم من قبل الشكّك أيضاً. وقد يبدو وصف قيم الصدق كموضوعات في هذه المرحلة فكرةً تعسفية، وربما مجرد لعب بالكلمات لا يؤدي قطعاً إلى استدلالات عميقة. لكن ما أسميه «موضوعاً» يمكن تفسيره فقط بمزيد من التفصيل من جهة التصور والعلاقة، وهو ما أود تأجيله لمقال آخر. ومع ذلك يبدو من الواضح الآن أن الانتقال من مستوى الأفكار إلى مستوى الإشارة (الموضوع) في كل حكم قد حدث بالفعل.

وقد يرغب المرء في التفكير في علاقة الفكرة بالصدق، لا كعلاقة المعنى بالإشارة، بل كعلاقة موضوع القضية بمحمولها، ومن ثم يمكن أن يقول مباشرة: «إن الفكرة القائلة إن العدد 5 عددٌ أولي Prime number هي فكرةٌ صادقة»، لكنه إذا أمعن النظر في التفاصيل يُلاحظ أنه بذلك لم يقل أكثر مما يقوله بالجملة «العدد 5 عددٌ أولي»، ذلك أن تأكيد الصدق في كلتا الحالتين يكمن في شكل الجملة الإخبارية، وحيثما كان هذا الشكل مفتقراً لقوته المعتادة (كأن يكون مثلاً على لسان ممثل فوق خشبة المسرح)، فإن الجملة «الفكرة القائلة إن العدد 5 عددٌ أولي هي فكرةٌ صادقة» تحوي أيضاً فكرة واحدة فقط، أعني الفكرة ذاتها التي تحويها الجملة البسيطة «العدد 5 عددٌ أولي». وقد يصل المرء من ذلك إلى أن علاقة الفكرة بقيمة الصدق لا يجب أن تُقارن [35] إذن بعلاقة الموضوع بالمحمول، فالموضوع والمحمول – بالمعنى المنطقي – مجرد أجزاء من فكرة ما، ويقعان على المستوى ذاته من الإدراك. ويتركيب الموضوع والمحمول يمكن للمرء أن يصل إلى الفكرة، وليس من المعنى إلى قيمة صدقه. وبعبارة أخرى، يتحرك المرء وقتئذٍ على المستوى ذاته، لكنه لا يتقدم من مستوى إلى آخر؛ فقيمة الصدق لا يمكن أن تكون جزءاً من فكرة، كأن نقول مثلاً «الشمس لا يمكن»، لأنها (قيمة الصدق) ليست معنى، بل موضوع.

ولئن كان تخميننا القائل «إن إشارة جملة ما هي قيمة صدقها» تخميناً صحيحاً، فإن قيمة الصدق يجب ألا تتغير إذا حذفنا جزءاً من الجملة ووضعنا مكانه تعبيراً له ذات الإشارة لكن معناه مختلف، وتلك هي الحالة التي نناقشها. يقول ليبنتز Leibniz: «الأشياء التي هي ذاتها هي تلك التي يمكن أن تحل محل بعضها البعض في إطار حفظ الصدق Preservation of truth. ما هو إذن الشيء الآخر، بخلاف قيمة الصدق، والذي ينتمي عمومًا إلى كل جملة تعيننا فيها إشارة المكونات، الذي يمكن أن يظل ثابتاً حين نطبق الاستبدال من هذا النوع؟

الآن، إذا كانت قيمة الصدق لجملة ما هي إشارتها، فإن كل الجمل الصادقة من جهة لها إشارة بالمثل، وكذلك كل الجمل الكاذبة من جهة أخرى. ونرى من ذلك أن كل شيء جزئي في إشارة الجملة أصبح مطموسًا، ولذا لن تكون أبدًا إشارة الجملة بمفردها هي التي تعيننا. على أن الفكرة المجردة لا تُقدم معرفة، ولكن فقط الفكرة مع الإشارة جنبًا إلى جنب؛ أعني قيمة صدقها. إن الحكم يمكن الظفر به بوصفه تقدمًا من الفكرة إلى قيمة صدقها، ولا أقترح هذا بالطبع كتعريف، فالحكم على أية حال شيء فريد من نوعه تمامًا، يعلو على التشبيه. وقد يقول المرء أيضًا أن الحكم بمثابة تمييز للأجزاء في قيمة الصدق، وهذا التمييز يحدث باللجوء إلى الفكرة، وكل معنى يُناظر قيمة صدق يُناظر نمطه الخاص في التحليل، ومع ذلك، فقد استخدمت كلمة «جزء» هنا بطريقة خاصة؛ ذلك أنني أوظف علاقة الجزء بالكل في الجملة، في حالة إشارتها، بحيث تكون إشارة كلمة ما بمثابة جزء من إشارة الجملة. فعندما تكون الكلمة في حد ذاتها جزءًا [36] من الجملة، فإن أسلوب الحديث يكون بالطبع عرضة للانتقاد، لأن الكل وجزءًا منه في حالة الإشارة لا يُحددان الجزء الباقي، ولأن الكلمة الجزء في حالة الأجسام تكون مستخدمة بالفعل بمعنى مختلف. ويجب أن نبتكر تعبيرًا منفصلاً لهذا.

يجب علينا الآن مواصلة اختبار الفرضية القائلة أن قيمة الصدق لجملة ما هي إشارتها. وقد وجدنا أن قيمة الصدق لجملة ما تظل كما هي إذا استبدلنا جملة بجملة فيها لها المعنى ذاته؛ ومع ذلك، نحن لم ننظر بعد في الحالة التي يكون فيها التعبير الذي استبدلناه هو في حد ذاته جملة. والآن، إذا كانت رؤيتنا صحيحة، فإن قيمة الصدق لجملة ما تحوي جملة أخرى كجزء منها يجب أن تظل كما هي إذا أحللنا محل الجملة الفرعية جملة أخرى تكون لها قيمة الصدق ذاتها. ومن المتوقع أن تكون هناك استثناءات إذا كان الكل والجملة الفرعية بمثابة كلام مباشر أو غير مباشر، لأن إشارة الكلمات في هذه الحالة – كما رأينا – ليست إشارة عادية. ومرة أخرى، الجملة في الكلام المباشر تشير إلى جملة، بينما تشير إلى فكرة في الكلام غير المباشر.

[...]

[50] لنعد الآن إلى نقطة انطلاقنا. إذا وجدنا القيمة الإدراكية للجملة (\bar{A}) مختلفة عمومًا عن القيمة الإدراكية للجملة ($A = B$)، فإن تفسير ذلك هو أن معنى الجملة، أعني الفكرة التي تُعبر عنها الجملة، لن يقل أهمية بالنسبة لنا عن إشارته، وهذه الأخيرة هي قيمة صدقه. والآن، إذا كانت (\bar{A}) = (B)، فإن إشارة (B) تكون هي ذاتها إشارة (\bar{A})، ومن ثم تكون

أيضاً قيمة الصدق للجملة (أ = ب) هي ذاتها قيمة الصدق للجملة (أ = أ). ومع ذلك، يمكن أن يكون معنى (ب) مختلفاً عن معنى (أ)، وبالتالي فإن الفكرة التي تُعبر عنها الجملة (أ = ب) تختلف أيضاً عن الفكرة التي تُعبر عنها الجملة (أ = أ)، وعلى هذا، فإن الجملتين لا تكون لهما القيمة الإدراكية ذاتها. وكما سلف، إذا كنا نعني بـ «الحكم» الانتقال من الفكرة إلى قيمة صدقها، فسوف نقول أيضاً أن الأحكام مختلفة.

تحقيب:

لا شك أن ثمة عمقاً وثراءً وأصاله فيما قدّمه «فريجه» من تحليلات، وما أقامه من تمييزات بين معنى الاسم أو الوصف أو التعبير من جهة، وإشارته وفكرتنا الذاتية عنه من جهة أخرى. ولا شك أيضاً أن تحليلات «فريجه» قد تركت أثراً بالغاً على مُجمل الإنتاج الفكري اللاحق لعلماء وفلاسفة اللغة في العالم الغربي، لكن تسليماً بمطلقية الأصالة الفلسفية لـ «فريجه» في هذا الصدد يحيد بنا عن جادة الإنصاف التاريخي، ويحيف على الفكر العربي – الإسلامي ويبطر حق أصحابه فيما استبقوا به «فريجه» بعدة قرون. أشير بذلك إلى ما قدّمه متكلمو وفقهاء المسلمين من تحليلات لغوية وفلسفية (في مبحث أسماء الله وصفاته) ربما فاقت في عمقها وثرائها ما قدّمه فريجه حين استغرقه التأمل في علاقة الهوية.

خذ مثلاً مقولة الإمام الغزالي التالية:

لا بد من معرفة معنى الاسم ومعنى المسى ومعنى التسمية، ومعرفة معنى الهوية والغيرية حتى يتصور أن يعرف بعد ذلك أنه هو أو غيره؛ فنقول في بيان حد الاسم وحقيقته إن للأشياء وجوداً في الأعيان، ووجوداً في الأذهان، ووجوداً في اللسان. أما الوجود في الأعيان فهو الوجود الأصلي الحقيقي، والوجود في الأذهان هو الوجود العلمي الصوري، والوجود في اللسان هو الوجود اللفظي الدليلي؛ فإن السماء مثلاً لها وجودٌ في عينها ونفسها، ثم لها وجودٌ في أذهاننا ونفوسنا لأن صورة السماء تنطبع في أبصارنا ثم في خيالنا، حتى لو غُدمت السماء مثلاً وبقينا لكانت صورة السماء حاضرةً في خيالنا، وهذه الصورة هي التي يعبر عنها بالعلم، وهو مثال المعلوم، فإنه مُحاك للمعلوم ومُوازٍ له، وهي كالصورة المنطبعة في المرآة، فإنها محاكية للصورة الخارجة المقابلة لها. وأما الوجود في اللسان فهو اللفظ المركب من أصوات قُطعت أربع تقطيعات: يعبر عن القطعة الأولى بالسين، وعن الثانية بالميم، وعن الثالثة بالألف، وعن الرابعة بالهمزة، وهو قولنا (سما). فالقول دليل على ما هو في الذهن، وما في الذهن صورة لما في الوجود مطابقة له، ولو لم يكن وجود في الأعيان لم ينطبع صورة في الأذهان، ولو لم ينطبع في صورة الأذهان لم يشعر بها إنسان، ولو لم يشعر بها الإنسان لم يعبر عنها باللسان، فإذا

اللفظ والعلم والمعلوم ثلاثة أمور متباينة لكنها متطابقة متوازنة، وربما تلتبس على البليد فلا يميز البعض منها عن البعض (1).

خُذْ أَيْضًا مَقُولَةَ الْجَا حِظِ التَّالِيَةِ فِي الْمَسْأَلَةِ ذَاتِهَا:

وعَلَّمَهُ (أَيَّ عَلَّمَ الْمَوْلَى عَزَّ وَجَلَّ أَدَمَ عَلَيْهِ السَّلَامُ) جَمِيعَ الْأَسْمَاءِ بِجَمِيعِ الْمَعَانِي. وَلَا يَجُوزُ أَنْ يُعَلَّمَهُ الْأَسْمَاءُ وَيُدْعَى الْمَعْنَى، وَيُعَلَّمَهُ الدَّلَالَةُ وَلَا يُضَعَّ لَهُ الْمَدْلُولُ عَلَيْهِ. وَالْأَسْمَاءُ بِهَا مَعْنَى لَغَوِيٌّ كَالظَّرْفِ الْخَالِي، وَالْأَسْمَاءُ فِي مَعْنَى الْأَبْدَانِ وَالْمَعَانِي فِي مَعْنَى الْأَرْوَاحِ. اللفظ للمعنى بدن والمعنى للفظ روح. ولو أعطاه الأسماء بلا معاني لكان كمن وهب شيئًا جامدًا لا حركة له، وشيئًا لا حس فيه، وشيئًا لا منفعة عنده. ولا يكون اللفظ اسمًا إلا وله مُضَمَّنٌ بِمَعْنَى، وقد يكون المعنى ولا اسم له، ولا يكون اسم إلا وله معنى (2).

هذا فضلًا عما تطرقوا إليه من مباحث في المعنى والدلالة والمواضعة والقصد والمجاز والتأويل. يقول بشر بن المعتمر البغدادي (ت 210 هـ، 825 م):

والمعنى ليس يشرف بأن يكون من معاني الخاصة، وكذلك ليس يتضع بأن يكون من معاني العامة، وإنما مدار الشرف على الصواب وإحراز المنفعة مع موافقة الحال وما يجب لكل مقام مقال (3). وفي هذا إشارة إلى ما أشار إليه «فريجه» من أن المعنى ليس منحنى لروح فريديه، بل يمكن أن تكون له ملكية مشتركة لكثير من الناس، بل وتأكيد إضافي على أن المعنى مقصورٌ على صوابه ومنفعته ومطالبته لمقتضى الحال. كذلك يقول «أبو عبد الله بن الأعرابي» (787 – 845): «يُقَالُ مَا أَعْرِفُ مَعْنَاهُ وَمَعْنَاتِهِ، وَالَّذِي يَدُلُّ عَلَيْهِ قِيَاسُ اللُّغَةِ أَنَّ الْمَعْنَى هُوَ الْقِصْدُ الَّذِي يَبْرُزُ وَيُظْهِرُ فِي الشَّيْءِ إِذَا بُحِثَ عَنْهُ. يُقَالُ هَذَا مَعْنَى الْكَلَامِ، وَمَعْنَى الشَّعْرِ، أَيْ الَّذِي يَبْرُزُ مِنْ مَكْنُونٍ مَا تَضَمَّنَهُ اللفظ. والدليل على القياس قول العرب: لم نَعْنِ هذه الأرض شيئًا ولم نَعْنِ أيضًا، وذلك إذا لم تنبت، فكأنها إذ كانت كذا فإنها لم تفد شيئًا ولم تبرز خيرًا (4).

هذه تحليلات من شأنها أن تؤسس لفلسفة لغوية عربية أصيلة، لا يطعن في أصالتها كونها ذات مضمون ديني، فلقد ارتبطت علومٌ أخرى في تأسيسها وانطلاقها بأركان الإسلام، مثلما ارتبط الفلك وحساب المثلثات بالصلاة والصوم والحج، ومثلما ارتبط علم العدد بحساب

(1) أبو حامد الغزالي: المقصد الأسنى في شرح أسماء الله الحسنى (تحقيق بسام عبد الوهاب الجابي، ط 1، الجفان والجابي، قبرص، 1987)، 1/25، 26/1.

(2) أبو عثمان الجاحظ: مجموع رسائل الجاحظ (تحقيق محمد طه الحاجري، دار النهضة العربية، بيروت، 1982)، رسالة الجد والهزل، ص 100.

(3) أبو عثمان الجاحظ: البيان والتبيين (تحقيق المحامي فوزي عطوي، ط 1، دار صعب، بيروت، 1968)، ص 86.

(4) أبو الحسين أحمد بن فارس بن زكريا: معجم مقاييس اللغة (تحقيق عبد السلام محمد هارون، دار الجبل، القاهرة، 1999)، الجزء الرابع، باب «العين»: العين والنون وما يثلهما، ص 148-49.

المواريث، وهكذا⁽¹⁾. ولعلنا في حاجة إلى دراسة مفصلة ومنصفة لفلسفة اللغة عند العرب والمسلمين.

من جهة أخرى، تثير القراءة المتأنية لمقال فريجه «في المعنى والإشارة» عدة ملاحظات، ذكرنا بعضها في حواشي الصفحات السابقة، ونستكمل الآن ما بقي منها في عَجالة. ولعل أبرز ما نلاحظه أن فريجه لم يُقدم لنا نظرية في «معنى المعنى» مثلما فعل الآخرون؛ أعني نظرية في الشروط التي يجب توافرها حتى يكون للكلمة معنى، بل اكتفى بالإشارة إلى أهمية وضرورة التركيب المنطقي السليم للجمل أو القضية، وكأنه يُصادر على أننا لسنا بحاجة إلى معرفة «معنى المعنى» طالما كنا نستخدم اللغة ونتواصل بها، وإلا وقعنا في التسلسل اللامتناهي العقيم من البحث في «معنى المعنى» إلى البحث في «معنى ذلك المعنى الذي خلعه على المعنى» .. إلخ. وهذا ما اقترب منه «فتجنشتين» L. Wittgenstein في مرحلته الفكرية الثانية حين أعلن أن معنى أية كلمة هو استخدامها من قبل المتحدثين باللغة⁽²⁾. كذلك لم يُحدثنا فريجه عما إذا كانت هناك معاني بغير حوامل لها من البشر، أو كلمات نوظفها كأسماء لها (أشياء لم تُكتشف بعد، ومن ثم تكون أسماؤها وإشاراتها مؤجلة)، ولعل هذا ما دفعه في مقاله «التفكير: بحث منطقي» The Thought: a Logical Inquiry (1909/1908) إلى التماس عالم ثالث مفارق (يُشبه عالم المثل الأفلاطوني) إلى جانب عالم المادة المحيط بنا وعالم الانطباعات الحسية بداخلنا. هذا العالم تقطنه المعاني الخالدة ذات الاستقلالية عن حواملها، وهي موجودة سواء أدركناها أو لم ندركها، وعلينا أن نسعى لاكتشافها استكمالاً لبناء عالمنا اللغوي وقضايانا الصادقة⁽³⁾.

لم يُقدم لنا «فريجه» أيضاً شرحاً لكيفية التمييز بين المعنى والإشارة والفكرة بالنسبة للأسماء العامة Common Nouns (مثل إنسان، حيوان، نبات، امرأة، ... إلخ). هذه الأسماء العامة تُولف قضايا عامة، والقضايا العامة وفقاً للمنطق الرمزي الحديث ما هي إلا قضايا شرطية متصلة، وهذه الأخيرة لا تنطوي على تأكيد وجود واقعي لأفراد موضوعها؛ فإذا قلنا مثلاً: «كل معدن يتمدد بالحرارة» فلسنا نؤكد بقولنا هذا وجود معدن

(1) راجع في ذلك مقالنا: "العلم والفلسفة والدين كمقولات لهضة العقل العربي" (مجلة مركز الخدمة للاستشارات البحثية، شعبة الترجمة، كلية الآداب، جامعة المنوفية، العدد الخامس عشر، مارس 2003) ص 1-27.

(2) L. Wittgenstein, *Philosophical Investigations*, Translated by G. E. M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford, 1986, S. 43, p. 20e.

(3) G. Frege, "The Thought: a Logical Inquiry", Translated by A. M. and Mercelle Quinton, in *Mind: A Quarterly Review of Psychology and Philosophy*, Edited by Gilbert Ryle, Vol. LXV, No. 259, July 1956, p. 302ff.

نوعي (الإشارة)، وإنما نقول فحسب أنه «إذا كان (س) معدن، فإن (س) يتمدد بالحرارة»، فكيف يمكن إذن لهذه القضية أن تكون لها قيمة صدق؟ وبعبارة أخرى، هل يمكن للقضايا العامة أن تقابل وقائع عامة تُمثل إشارات لها؟ إن رفضنا ذلك فعلياً إما رفض وجود قضايا عامة وهو باطل (لأن لغتنا وأنساقنا العلمية تحفل بمثل هذه القضايا)، وإما أن نفترض وجود قضايا عامة لكن لا صلة لها بعالم الواقع وهو غير مقبول منطقياً. وتلك هي مشكلة القضية العامة التي دفعت رسل إلى التخلي عن نظرية الذرية المنطقية، وعن بناء لغة مثالية أكد فريجه على ضرورة تسليحنا بها⁽¹⁾.

بإمكاننا أيضاً أن نشير إلى مُعضلة قضية الهوية، تلك التي طرحها فريجه بسؤاله الأول في صدر المقال: هل تمثل الهوية علاقة؟ ثم صادر ببساطة على أنها تمثل علاقة بالفعل، ليتساءل بعد ذلك عن طبيعة تلك العلاقة: هل هي علاقة بين أسماء أم بين موضوعات؟ يُعبر رسل عن هذه المُعضلة بقوله: «ليس من السهل الإجابة عن السؤال عما إذا كانت الهوية علاقة أم لا، وحتى عما إذا كان هناك مثل هذا التصور أصلاً؛ فقد يُقال أن الهوية لا يمكن أن تكون علاقة، لأنها إن كانت مؤكدة حقاً فسوف يكون لدينا حدٌ واحدٌ فقط، في حين تستلزم العلاقة حدين. وقد يُجادل معترضٌ بأن الهوية لا يمكن أن تكون شيئاً بالمرّة، إذ من الواضح أنه لا تطابق بين حدين، ولا تطابق لحدٍ واحد، وإلا فمع أي شيء يتطابق؟»⁽²⁾.

وهكذا، فحتى لو سلمنا مع فريجه أن الهوية علاقة بين أسماء، فإن القضية (أ = أ) أو (أ = ب) لن تمثل علاقة، لأن القضية الأولى لا تحوي حدين، بل حدًا واحدًا، كما أن الحدين في القضية الثانية ليسا متطابقين! ناهيك عن التغير الممكن في المعاني، والتغير الضروري في الموضوعات!

ومع كل ذلك، فقد بدا فريجه في تحليلاته وكأنه يُجادل سابقه ومعاصريه، بل واللاحقين عليه، فيما يتعلق بنظرياتهم في المعنى؛ فعلى سبيل المثال، إذا كان «جون ستيورات مل» قد جعل معنى اسم العلم هو إشارته إلى مسماه، مؤكداً على أن «أسماء الأعلام إنما تدل فقط على الأفراد الذين يُدعون بها، وأنها لا تشير إلى — أو تتضمن — أيه أوصاف تنتهي إلى هؤلاء

(1) أنظر محمود فهد زبدان: في فلسفة اللغة، سبق ذكره، ص 36 – 37.

See also Ben-Yami, Hanoach, "A Critique of Frege on Common Nouns", *Ratio*, Vol. 19, No. 2, June 2006, pp. 148 – 55.

(2) B. Russell, *The Principles of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1903, p. 63.

الأفراد»⁽¹⁾، نجد فريجه وقد أقام تمييزه بين معنى اسم العلم وإشارته، مفندًا النظرية الإشارية في المعنى. وإذا كان «جون لوك» J. Locke و«جورج مور» G. Moore و«كوين» Quine قد ذهبوا إلى أن معنى الكلمة هو الفكرة أو التصور أو التكافؤ المنطقي⁽²⁾، نجد فريجه وقد ميز بين المعنى والفكرة المكتسبة من الحواس أو المجردة منها موضحًا موضوعية الأول، وذاتية الثانية، وهكذا.

وأختم بمقولة فريجه الشائعة التي أكد فيها على عمق العلاقة بين الرياضيات والفلسفة: «كل رياضي جيد هو على الأقل نصف فيلسوف، وكل فيلسوف جيد هو على الأقل نصف رياضي».

المراجع

- أبو الحسين أحمد بن فارس بن زكريا: معجم مقاييس اللغة (تحقيق عبد السلام محمد هارون، دار الجبل، القاهرة، 1999).
- أبو حامد الغزالي: المقصد الأسنى في شرح أسماء الله الحسنى (تحقيق بسام عبد الوهاب الجابي، ط 1، الجفان والجابي، قبرص، 1987).
- أبو عثمان الجاحظ: البيان والتبيين (تحقيق المحامي فوزي عطوي، ط 1، دار صعب، بيروت، 1968).
- أبو عثمان الجاحظ: مجموع رسائل الجاحظ (تحقيق محمد طه الحاجري، دار النهضة العربية، بيروت، 1982).
- صلاح عثمان: الاتصال واللاتناهي بين العلم والفلسفة (منشأة المعارف، الإسكندرية، 1998).
-: المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة (منشأة المعارف، الإسكندرية، 2000).
-: سيمانطيقا المؤشرات اللفظية والكلام غير المباشر، (مجلة بحوث كلية الآداب، جامعة المنوفية، العدد السادس والأربعون، يوليو 2001، ص ص 127 – 166).

(1) J. S. Mill, *A System of Logic: Ratiocinative and Inductive*, 8th edition, Longmans, London, 1959, p. 20.

(2) أنظر محمود فهد زبدان: في فلسفة اللغة، ص ص 98 وما بعدها.

.....: العلم والفلسفة والدين كمقولات لنهضة العقل العربي (مجلة مركز الخدمة للاستشارات البحثية، شعبة الترجمة، كلية الآداب، جامعة المنوفية، العدد الخامس عشر، مارس 2003) ص ص 1 – 27.

محمود فهمي زيدان: *مناهج البحث الفلسفي* (الهيئة المصرية العامة للكتاب، فرع الإسكندرية، 1977).

.....: *فلسفة اللغة* (دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت، 1985).
محمد مهران رشوان: *دراسات في فلسفة اللغة* (دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، 1998).

Ben-Yami, Hanoch, "A Critique of Frege on Common Nouns", *Ratio*, Vol. 19, No. 2, June 2006, pp. 148 – 55.

Byrne, Darragh & Kölbel, Max (eds.), *Arguing about Language*, Routledge, London, 2009.

Dummett, M., *Philosophy of Language*, Harper and Row, New York, 1973.

Dummett, M., *Origins of Analytic Philosophy*, Duckworth, London, 1994.

Frege, G., "The Thought: a Logical Inquiry", Translated by A. M. and Mercelle Quinton, in *Mind: A Quarterly Review of Psychology and Philosophy*, Edited by Gilbert Ryle, Vol. LXV, No. 259, July 1956.

Heck, R., and R. May, "Frege's Contribution to Philosophy of Language", in E. Lepore and B. Smith (eds.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Language*, Oxford University Press, Oxford, 2006.

Mill, J.S., *A System of Logic: Ratiocinative and Inductive*, 8th edition, Longmans, London, 1959

Peter Geach & Max Black (eds.), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Basil Blackwell, Oxford, 1960.

Longworth, Guy, "Analytic Philosophy", in Chapman, Siobhan & Routledge, Christopher (eds.), *Key Ideas in Linguistics and the Philosophy of Language*, Edinburgh University Press, 2009, pp. 4 – 11.

Russell, B., *The Principles of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1903

Stroll, Avrum, "Analytic Philosophy", in *Encyclopædia Britannica*, Encyclopædia Britannica Online, Encyclopædia Britannica Inc., 2016, Web. 06 Aug. 2016,

URL = <<https://www.britannica.com/topic/analytic-philosophy>>

Wittgenstein, Ludwig, *Philosophical Investigations*, Translated by G. E. M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford, 1986.

Zalta, Edward N., "Gottlob Frege", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.),

URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/frege/>>

Frege Pragmaticien

Denis VERNANT

(Université de Grenoble)

denis.vernant@univ-grenoble-alpes.fr

Abstract

Frege is generally held to be the inventor of modern logic in its syntactic and semantic dimensions. But less emphasized is his contribution to pragmatics and even to praxeology. It will be argued, initially negatively so as to reveal the specificity of the new logic, and then positively in order to characterize the process of knowledge, that Frege was led to propose conceptualizations and analyses that have fertilized contemporary research both in the study of ordinary discourse and in theory of action.

Keywords

Definition, proposition, logic, thought, judgment, question, assertion, pragmatics, praxeology, presupposition, serious/playful use of language.

ملخص

يُعتبر فريجه عادةً واضع المنطق الحديث بأبعاده التركيبية والدلالية غير أنَّ مساهماته في البراجماتيكا (علم أفعال الكلام) وأيضاً في البراكسيولوجيا (علم دراسة الفعل الإنساني) لم تحظ بنفس الاهتمام. ونزعم في هذه الورقة، بشكلٍ سلبي في البداية بُغية الكشف عن خصوصية المنطق الجديد، ثم بشكلٍ إيجابي بهدف وصف صيرورة المعرفة، أن فريجه كان رائداً في طرح تصورات وتحليلات أدت إلى إثراء البحث المعاصر في دراسة كل من الخطاب العادي ونظرية الفعل.

كلمات مفتاحية

تعريف، قضائية، منطق، فكر، حُكم (حجة)، سؤال، إثبات، براغماتية، براكسيولوجيا، افتراض مسبق، الاستعمال الجاد/التلاعبي (اللغبي) للغة.

Résumé

On tient généralement Frege pour l'inventeur de la logique moderne dans ses dimensions syntaxique et sémantique. Mais on souligne moins son apport à la pragmatique et même à la praxéologie. On montrera que, d'abord négativement pour

dégager la spécificité de la nouvelle logique, puis positivement pour caractériser le procès de connaissance, Frege a été conduit à proposer des conceptualisations et des analyses qui ont fécondé les recherches contemporaines tant dans l'étude du discours ordinaire qu'en théorie de l'action.

Mots-clés

Définition, proposition, logique, pensée, jugement, assertion, pragmatique, praxéologie, présupposition, usage sérieux/ludique du langage.

Introduction

Gottlob Frege est généralement considéré comme le « nouvel Aristote » en ce qu'il est (parallèlement à Russell) l'inventeur de la logique moderne. Par logique, il faut entendre le calcul dans sa dimension syntaxique, mais aussi son interprétation sémantique. Longtemps, on n'a pas cherché plus loin, mais on en est venu plus tard à se demander si ses travaux ne recelaient pas également des enseignements d'ordre pragmatique. C'est à cette question que nous voudrions consacrer les quelques considérations qui suivent.

On sait que la logique frégeenne prend la forme d'une idéographie (*Begriffsschrift*), c'est-à-dire d'une écriture des concepts qui s'exprime en une langue formalisée visant l'univocité et l'universalité¹. Pour Frege, la construction de cette langue artificielle – purement symbolique et bidimensionnelle – s'est faite contre la langue naturelle, ambiguë, polysémique et propre à une culture donnée. Tout le travail de Frege s'est donc fait dans et contre la langue :

Les langues n'offrent aucune aide certaine pour les questions logiques. Et ce n'est pas une des moindres tâches du logicien que de montrer quelles embûches le langage a préparées à la pensée².

On s'attendrait donc à ce que ne figure dans ses travaux aucune considération d'ordre pragmatique, c'est-à-dire mettant en jeu l'examen du fonctionnement discursif, et même dialogique, du langage naturel. Or, il n'en est rien. Nous allons montrer :

1. *Idéographie*, 1879.

2. « Recherches logiques, 2. La négation », p. 204. Voir aussi « Mes intuitions logiques fondamentales », p. 298 : « Le travail logique consiste justement en grande partie en un combat contre les insuffisances logiques de la langue, laquelle nous est pourtant un instrument indispensable. C'est seulement une fois notre travail logique achevé que nous disposons d'un instrument plus parfait ».

1°) que négativement Frege a été conduit à étudier l'usage du langage vernaculaire pour dégager par contraste la spécificité du discours logique ;

2° que positivement il procède à des analyses fines qui, en rendant compte de l'usage du langage ordinaire, anticipent nombre de thèses pragmatiques actuelles.

1 Logique/langage ordinaire

La tâche initiale de Frege fut de construire sa logique en usant du seul outil du langage¹. Le premier pas fut l'élaboration d'une définition au moins heuristique de la logique comme science des « lois de l'être vrai »². La question première fut alors de caractériser la vérité.

1.1 De la vérité

Pour « dessiner grossièrement les contours » de ce qu'il faut entendre par vrai logique, Frege commence par exclure les acceptions usuelles :

- On n'emploiera pas le mot au sens de « vérac » ou « sincère » ...
- ni au sens qu'il reçoit ... quand on donne la vérité comme but à l'art ...³.

Bref, Frege distingue la vérité de la véracité, c'est-à-dire du fait de dire ce que l'on croit vrai⁴, et de la fidélité de la copie au modèle artistique. À propos de l'usage artistique, Frege est conduit à sa fameuse critique de la définition correspondantiste du vrai. Si la « vérité » du tableau dépendait de sa correspondance avec le modèle, alors la vérité serait question de degré, de plus elle constituerait une impossible relation entre deux termes de natures différentes.

Le recouvrement d'une chose par une représentation ne serait possible que si la chose était, elle aussi, une représentation. Et si la première s'accorde parfaitement à la seconde, elles coïncident. Or, c'est précisément ce que l'on ne veut pas quand on définit la vérité comme l'accord d'une représentation avec quelque chose de réel. Il est essentiel que l'objet réel et la représentation soient différents. À ce compte, il n'y a pas d'accord parfait, pas de vérité parfaite. Il n'y aurait donc absolument rien de vrai, car ce qui est à moitié vrai n'est pas vrai⁵.

Que Frege en conclut que la vérité est indéfinissable ne nous importe pas pour l'instant. Il convient seulement d'en retenir le résultat négatif crucial selon lequel Frege tord le cou à la définition correspondantiste du vrai au moins aussi

1. Le pseudo-paradoxe du commencement (comment construire la logique si on ne présuppose pas que l'on procède logiquement) se résout par le recours au langage usuel comme métalangage (*infra*, § 2.4).

2. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 170.

3. *Ibidem*, p. 171.

4. Dans *Du Discours à l'action*, chap. 4, pp. 73 *sqq.*, nous distinguons et articulons les dimensions de véracité et de véridicité de l'assertion.

5. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 172.

vieille qu'Aristote et encore reprise, *modulo* l'isomorphie structurelle, par le Wittgenstein du *Tractatus*¹.

1.2 De la proposition logique et autres usages

Pour Frege la vérité s'applique exclusivement aux propositions. Et une proposition est une suite de sons qui expriment une pensée susceptible d'être vraie ou fausse. Retrouvant les intuitions des Stoïciens², Frege exclut des propositions les énoncés impératifs, qui ne sont pas tels « qu'on puisse en examiner la vérité » ; ceux optatifs et les prières ; ainsi que « les exclamations où on donne libre cours aux sentiments, les gémissements, les soupirs, les rires »³.

Restent les énoncés interrogatifs. Il exclut également les « questions où figure un terme indéterminé » (*Wortfragen*) du type « Qui est venu ? ». Par contre, il retient les propositions interrogatives complètes (*Satzfragen*), du type « Jean est-il venu ? », qui admettent une réponse par « Oui » ou par « Non ». Et là encore comme les Mégariques, il fait de la simple énonciation « Oui » une authentique proposition :

La réponse « Oui » dit la même chose qu'une proposition affirmative, elle pose comme vraie la proposition qui était déjà tout entière contenue dans la proposition interrogative⁴.

On verra quel rôle crucial joue chez Frege la proposition interrogative (*infra*, § 2.1), notons simplement pour l'instant que sa distinction entre question incomplète et interrogative complète anticipe sur la pragmatique contemporaine du questionnement (*answerhood*)⁵.

1.3 Pensée/représentation

Ainsi, par soustraction, Frege a délimité le champ des propositions logiques. Mais il importe ensuite de déterminer ce qu'est la pensée dont la proposition est l'expression. De nouveau, il procède par contraste en opposant pensée et représentation. La pensée (*Gedanke*), sens de la proposition susceptible d'être vraie ou fausse, est objective et intemporelle. En cela, elle peut être partagée par tous :

Si la pensée que j'énonce dans le théorème de Pythagore peut être tenue pour vraie aussi bien par d'autres que par moi-même, elle n'appartient pas au

1. Dans *Discours et vérité, passim*, nous proposons une définition non correspondantiste de la véridicité.

2. Ainsi, par exemple, Zénon distingue les énoncés non-propositionnels des propositions, *vide* Diogène Laërce, *Vies et doctrines des philosophes illustres*, pp. 833-836.

3. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 175.

4. *Ibidem*.

5. Ainsi Hintikka distingue les questions (que le traducteur exprime par) « catégorielles » (Wh-questions) en « qui ? », « où ? », etc. et les questions propositionnelles, *vide* « Questions de réponses et bien d'autres questions encore », p. 59.

contenu de ma conscience, je ne suis pas son porteur et je peux cependant la tenir pour vraie¹.

Par contre, la représentation (*Vorstellung*) – qui souvent accompagne la pensée – est subjective et strictement personnelle. C'est par exemple le souvenir que j'ai de mon premier apprentissage du théorème de Pythagore. Chaque représentation possède alors une couleur propre (*Färbung*). Cette conceptualisation conduit alors Frege à distinguer trois mondes, celui extérieur accessible par les sens ; celui intérieur des représentations ; et le « troisième monde » des pensées :

Monde intérieur	Monde extérieur	Troisième monde
REPRÉSENTATIONS	OBJETS	PENSÉES
subjectif	réel	objectif
dépendant du sujet	indépendant	indépendant
objet de conscience	objet de perception	objet de jugement

Dès lors, un même énoncé relève des trois mondes : la phrase, comme suite de sons, appartient au monde sensible ; la proposition, comme contenu de pensée, dépend du troisième monde ; et les représentations associées relèvent du monde subjectif².

1.4 Usage sérieux/ludique

Comme toute proposition exprime une pensée et s'accompagne de représentations, il convient de déterminer le rôle que peut jouer chacun de ces éléments. Pour ce faire, Frege est conduit à distinguer et séparer deux usages du langage.

L'*usage sérieux* dont relève tout discours scientifique (logique ou autre) ne doit tenir compte que de la pensée et vise exclusivement à travers elle la vérité. Quand je fais de la géométrie, je fais abstraction de toutes les représentations qui peuvent accompagner mon appréhension objective du contenu du théorème de Pythagore.

1. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 183.

2. *Ibidem*, p. 184. Karl Popper reprendra une division semblable en trois mondes : le monde 1 des objets physiques ; le monde 2 des expériences subjectives ; le monde 3 des théories comme productions de l'esprit humain (il évite ainsi le réalisme platonicien), vide *La Quête inachevée*, pp. 258-9. Jürgen Habermas à sa suite distinguera le monde objectif, enjeu de la dimension téléologique des conduites humaines ; le monde social qui engage la dimension normative des actions humaines ; le monde subjectif dans lequel s'exprime la dimension dramaturgique des comportements humains, vide *Théorie de l'agir communicationnel*, pp. 103-104.

Par contre, l'*usage ludique*, poétique du langage vernaculaire se concentre sur la coloration des représentations :

De même que le tonnerre du théâtre n'est qu'un pseudo-tonnerre, que le combat de théâtre n'est qu'un pseudo-combat, de même l'affirmation de théâtre n'est qu'une pseudo-affirmation (*Scheinbehauptung*). Ce n'est que jeu ou poésie. L'acteur jouant son rôle n'asserte pas, il ne ment pas non plus, même s'il parle en étant convaincu de la fausseté de ses paroles¹.

Cette différenciation d'usage du langage vernaculaire relève bien d'une problématique pragmatique qui s'est développée à la fin du XXe siècle consistant à s'interroger notamment sur le statut des discours fictionnels. Outre cette distinction séminale entre deux types d'usage, Frege a grandement contribué aux recherches pragmatiques en introduisant le concept de présupposition.

1.5 La présupposition de référence

On sait que la sémantique fré géenne s'articule sur la distinction entre sens (*Sinn*) et référence (*Bedeutung*). Dans le cadre de cette sémantique Frege a été conduit à caractériser les discours non sérieux par leur absence de référence. Il est clair que le personnage de théâtre qu'est Othello n'existe pas, de même que l'Ulysse du récit antique ou le prototype du détective Dupin de Poe, etc. Comme Frege définit le sens en termes de mode de donation de la référence (*die Art des Gegebenseins des Bezeichneten*²), la question se pose de savoir ce que devient le sens s'il n'y a pas d'objet de référence ?

Plutôt que d'admettre un engagement ontologique pour sauver dans tous les cas l'objet de référence selon l'approche traditionnelle (*Unum nomen, unum nominatum* [un nom, un objet dénommé]), Frege propose de dire que si la référence est toujours visée, elle ne doit pas pour autant être toujours satisfaite. Selon lui, « Le corps céleste le plus éloigné de la terre » est un authentique nom propre bien qu'il ne se réfère à aucun objet connaissable. Ainsi, l'absence de référence ne signifie pas absence de sens. Existe une possibilité de jeu entre sens et référence. D'où sa théorie de la présupposition de la référence. L'idée en est que le sens n'implique pas, ne suppose pas l'existence nécessaire d'une référence. Lorsque nous utilisons des noms propres, ceux-ci ont un sens qui est donné par la langue. Toutefois l'usage du nom propre présuppose la référence. Si celle-ci est absente, la phrase qui contient le nom propre ne peut acquérir de valeur de vérité :

Quand on énonce une assertion, on suppose toujours sans le dire que les noms propres y figurant, qu'ils soient simples ou composés, ont une référence. Quand donc on asserte : « Kepler mourut dans la misère », il est présupposé que le nom « Kepler » désigne quelque chose. Mais la pensée que

1. *Ibidem*, p. 176 (traduction modifiée).

2. « Über Sinn und Bedeutung », 1892, p. 40.

le nom « Kepler » désigne un individu n'est pas pour autant contenue dans le sens de la proposition « Kepler mourut dans la misère ». Si tel était le cas, la négation de cette proposition serait non pas « Kepler ne mourut pas dans la misère », mais « Kepler ne mourut pas dans la misère, ou le nom "Kepler" ne dénote rien ». Bien plus, la présupposition que le nom « Kepler » désigne quelque chose vaut tout autant pour l'assertion « Kepler mourut dans la misère » que pour l'assertion opposée¹.

Pour Frege, l'existence de la référence n'est pas contenue dans la proposition, elle n'est pas impliquée, mais seulement *présupposée* (ce que montre l'épreuve de la négation : la présupposition n'est pas touchée par la négation). « Kepler mourut dans la misère » présuppose que « Kepler exista ». Si la présupposition d'existence n'est pas remplie, alors la proposition n'est ni vraie ni fausse : elle n'exprime pas une pensée².

Présupposition	Position	
Kepler exista	« Kepler mourut dans la misère »	
Vrai	Vrai ou faux	Pensée
Ulysse exista	« Ulysse fut déposé sur le sol d'Ithaque dans un profond sommeil »	
Faux	ni Vrai ni Faux	Représentation

Ainsi lorsque la présupposition de référence est remplie, l'énoncé est bien une authentique proposition exprimant une pensée portant sur un objet et susceptible d'être vraie ou fausse. On a affaire alors à l'usage sérieux, scientifique du langage qui vise une connaissance. Mais lorsque la présupposition de référence n'est pas satisfaite, l'énoncé n'a plus qu'un usage ludique, purement « poétique », où seules importent les représentations, les colorations subjectives qu'il évoque. C'est le cas des discours mythologique, fictionnel, etc. qui n'ont plus qu'une valeur esthétique :

1. « Sens et référence », pp. 115-6 (traduction modifiée).

2. Cf. Aristote : « Ni "Socrate est malade" ni "Socrate est bien portant" n'est vrai si Socrate n'existe pas du tout », *Organon*, 1, *Catégories*, 15, p. 65. Sur la présupposition et son usage dans le *Cogito*, vide notre *Introduction à la philosophie de la logique*, chap. 6, § b & d. La table de vérité de l'opérateur de présupposition peut se représenter ainsi :

A	B	A	‡	B
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	Ø	Ø
F	F	F	Ø	Ø

De là vient qu'il importe peu de savoir si le nom d' « Ulysse », par exemple, a une référence, aussi longtemps que nous recevons le poème comme une œuvre d'art¹.

Bien entendu, on peut aisément contester la thèse selon laquelle les énoncés sur les personnages fictionnels sont dénués de valeur de vérité. On peut par exemple considérer que l'énoncé « Ulysse fut déposé sur le sol d'Ithaque dans un profond sommeil » est vrai dans le monde du récit antique. C'est toute la question du statut du discours fictionnel. Nous importe seulement ici le fait que Frege, en distinguant nettement supposition et présupposition, introduit un opérateur qui s'avère manifestement pragmatique et non plus logique, opérateur qui fut à l'origine d'une longue lignée de recherches contemporaines².

1.6 Énonciations circonstantielles/propositions intemporelles

Un dernier élément est requis pour séparer les propositions logiques des énonciations de la langue naturelle : la conquête de leur intemporalité et universalité. Dans son usage dialogique, le discours ordinaire est indexé sur ce que Frege appelle « les circonstances » (*Umstände*). Il consacre de nombreuses pages à analyser les diverses formes de telle indexation.

– Il y a d'abord l'usage des noms propres et des pronoms personnels : Chacun est donné à soi-même d'une manière particulière et originelle, comme il n'est donné à personne d'autre. Si le Dr. Lauben pense qu'il a été blessé, il s'appuiera vraisemblablement sur la manière originelle dont il est donné à lui-même. Et seul le Dr. Lauben peut saisir la pensée ainsi déterminée. Mais il voudrait en faire part. Or, il ne peut communiquer une pensée que lui seul peut saisir. S'il dit « J'ai été blessé », il doit employer le « Je » dans un sens qu'autrui puisse saisir, par exemple dans le sens de « celui qui vous parle en cet instant ». En quoi il fait servir à l'expression de la pensée les circonstances qui accompagnent les paroles³.

Comment ne pas y voir une anticipation de l'analyse par Benveniste des indicateurs de subjectivité et de sa thèse selon laquelle « est *ego* qui dit *ego* »⁴. Par opposition, les pensées exprimées par les propositions relevant de la science sont impersonnelles :

La pensée est quelque chose d'impersonnel⁵.

– il y a ensuite le temps des verbes. L'enjeu pour Frege est celui du statut du temps présent. Dans le discours, il a valeur d'indicateur de temporalité et d'inscription de l'énonciation dans le présent de l'énonciation. Dans la

1. « Sens et référence », p. 109 (traduction modifiée). En note, Frege propose d'appeler « images » (*Bilder*) les signes qui ont un sens mais pas de référence.

2. Voir par exemple notre essai de formalisation dans « Existence, Presupposition and the Logical Square ».

3. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 180.

4. *Problèmes de linguistique générale*, chap. 21, p. 260. Plus généralement, Frege inaugure toute la problématique pragmatique des indexicaux.

5. « Logique », p. 158.

proposition logique, cette valeur doit être neutralisée pour assurer l'intemporalité de la pensée :

Le tempus praesens est employé de deux manières différentes : en premier lieu pour donner une indication de temps, en second lieu pour supprimer toute limitation dans le temps, quand l'intemporalité ou l'éternité est partie intégrante de la pensée¹.

Il est clair que les sciences recourent à ce que Quine appelait les « phrases éternelles »² et que le présent du verbe être dans « La somme des angles d'un triangle est de 180 degrés » ne vise aucun triangle présentement accessible. L'intemporalité des pensées s'avère ainsi une émancipation du caractère circonstanciel de l'usage du discours ordinaire :

La pensée que nous énonçons dans le théorème de Pythagore est bien indépendante du temps, éternelle, inaltérable³.

2 De la pensée à l'action

Nous venons de voir comment Frege a été conduit à esquisser des analyses pragmatiques pour, par négation et opposition au discours ordinaire, assurer l'autonomie du discours logique.

Mais on peut trouver, cette fois positivement au sein même de sa conceptualisation logique, des éléments pragmatiques qui joueront par la suite un rôle éminent. Nous en retiendrons cinq principaux⁴.

2.1 Le questionnement scientifique

On sait que Frege considère les interrogations complètes comme d'authentiques propositions logiques (*supra*, § 1.2). Mais quel est alors leur rôle ? La réponse est claire et cruciale : elle ouvre l'enquête scientifique :

La démarche scientifique comporte d'habitude plusieurs étapes. Il y a d'abord la conception d'une pensée, laquelle peut être formulée dans une proposition interrogative [*Satzfrage*] ; puis, au terme d'une recherche, on reconnaît que cette pensée est vraie⁵.

Une telle remarque peut sembler anodine, mais il convient de lui donner tout son poids. L'enquête scientifique s'ouvre par une question complète et se clôt par la réponse à cette question. Elle est ainsi une procédure discursive de nature dialogique. Sont en germe ici aussi bien l'approche problématique de

1. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 178.

2. *Le Mot et la chose*, chap. 1, p. 39.

3. « Recherches logiques, 1. La pensée », p. 193.

4. On aurait pu ajouter le principe frégeén du contexte : « On doit rechercher ce que les mots veulent dire non pas isolément mais pris dans leur contexte phrastique » (traduction complétée : nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden), *Les Fondements de l'arithmétique*, p. 122.

5. *Ibidem*, p. 176.

Michel Meyer dans une perspective rhétorique¹, que celle, épistémologique, de Larry Laudan qui assigne à la problématisation le rôle premier².

2.2 Saisie de la pensée, jugement, assertion

De la question première à la réponse finale, se joue dans le procès scientifique l'usage sérieux des pensées. Celui-ci se définit par trois opérations :

Dans une proposition assertative [*einen Behauptungssatz*] il faut donc distinguer deux choses : le contenu qu'elle partage avec l'interrogative correspondante et l'assertion [*die Behauptung*]. Le premier est la pensée ou pour le moins contient la pensée. Il est donc possible d'exprimer une pensée sans la poser comme vraie. Dans une proposition assertive les deux éléments sont si étroitement liés qu'ils risquent d'échapper à l'analyse. On distinguera donc :

1. La saisie de la pensée – l'acte de penser ;
2. La reconnaissance de la vérité d'une pensée – le jugement ;
3. La manifestation de ce jugement – l'assertion³.

Ce passage, proprement central, doit être examiné minutieusement.

– L'interrogation complète qui initie l'enquête scientifique exprime une authentique proposition ayant pour contenu une pensée qui est proposée à la recherche et ne fait donc l'objet que de sa saisie (*das Fassen*). La question de sa valeur de vérité ne se pose pas encore, seul est considéré son contenu :

Dans la conception que je viens d'exposer, « $5 > 4$ » ou « $1 + 3 = 5$ » ne sont que l'expression de valeurs de vérité, sans que rien n'y soit asserté [*behauptet*]. Cette séparation du jugement et de ce sur quoi l'on juge semble inévitable ; sinon on ne pourrait exprimer une simple donnée [*eine bloße Annahme*], la position d'un cas, sans en même temps juger de son occurrence⁵.

Cette saisie, exprimant une simple donnée, est au cœur de ce que Frege nomme « preuve indirecte »⁶, c'est-à-dire du raisonnement par l'absurde.

Dans le cas particulier de l'interrogation complète, la saisie de la pensée ouvre le champ de deux réponses possibles : par « Oui » ou par « Non » (*supra*, § 1.2). Autrement dit, cette saisie déploie la possibilité d'une proposition affirmative ou négative.

1. *De la problématique*, 2008.

2. *La Dynamique de la science*, 1995.

3. « Recherches logiques, 1. La pensée », pp. 175-6. (Traduction modifiée : la traductrice confond affirmation et assertion !).

4. L'*Annahme* de Frege correspond à la « considération » de Russell. Nous l'étudions au chap. 3 : « Considération et raisonnement par l'absurde » de notre *Discours et vérité*, pp. 55-68.

5. « Fonction et concept », p. 94 (traduction modifiée, nous soulignons).

6. Vide « Recherches logiques, 2. La négation », p. 195.

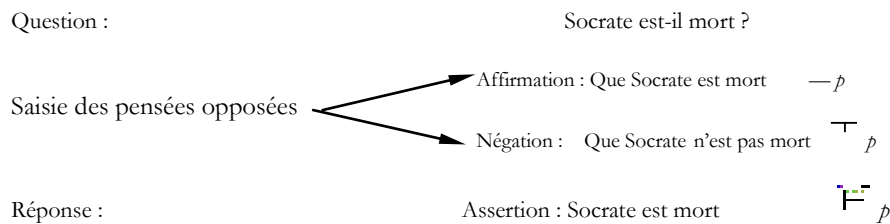
La réponse à une question est une assertion [*eine Behauptung*], fondée sur un jugement, que la question reçoive une réponse affirmative [*bejaht*] ou négative [*verneint*]¹.

Affirmation (*die Bejahung*)² et négation (*die Verneinung*)³ étant des opérateurs logiques portant sur le contenu de la proposition, sa pensée.

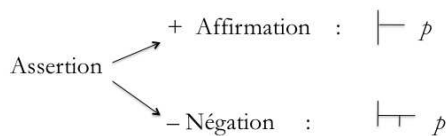
– Le deuxième pas, crucial, consiste à reconnaître la vérité (*die Anerkennung der Wahrheit*) d'une des deux pensées opposées possibles, l'affirmative ou la négative, donc à choisir de répondre par « Oui » ou par « Non », c'est-à-dire in fine à procéder à un jugement (*ein Urteil*).

– Le troisième et dernier pas consiste naturellement à clore l'enquête en manifestant ce jugement exprimant le contenu de pensée reconnu comme vrai, c'est-à-dire en proposant une assertion (*das Behauptung*), cette assertion pouvant prendre forme affirmative ou négative.

En prenant un exemple pédagogique simple et en usant du symbolisme frégéen, le procès de connaissance se résume à :



Ainsi on ne confondra pas l'opération pragmatique d'assertion avec celle, purement logique, d'affirmation opposée à la négation. On peut asserter une proposition affirmative comme une proposition négative :



Une telle analyse introduit le concept premier de la pragmatique : celui d'assertion⁴. Il importe toutefois de noter que Frege n'introduit pas le pendant pragmatique de l'assertion qu'est la dénégation⁵.

1. « Recherches logiques, 1. La pensée », pp. 175-6. (Traduction modifiée).

2. L'affirmation est explicitée dans « Fonction et concept », p. 95.

3. La négation et le trait de négation sont introduits au § 7 de l'*Idéographie*, p. 24.

4. Pour une étude détaillée de sa genèse, *vide* notre *Discours et Vérité*, chap. premier, pp. 13-32.

5. Sur la genèse de ce concept important de dénégation, voir notre *Discours et vérité*, chap. 2, pp. 34-54. On y montre que la définition par Łukasiewicz de la dénégation repose sur la thèse

2.3 Le refus de la dénégation

Chez Frege, à la thèse positive selon laquelle la négation porte sur le contenu jugeable correspond la thèse négative selon laquelle il ne saurait y avoir de jugement négatif, c'est-à-dire de dénégation. On peut asserter que Socrate est mort ou bien que Socrate n'est pas mort, mais en aucun cas rejeter, *dénier* que Socrate soit mort. Pour Frege, le jugement n'admet qu'une seule forme : la reconnaissance de la vérité soit d'une pensée positive, soit d'une pensée négative. Il ne saurait donc y avoir d'alternative à l'assertion d'un jugement.

L'assertion n'admet pas d'opposé :

La réponse à une question est une assertion [*eine Behauptung*] fondée sur un jugement, que la question reçoive une réponse positive ou négative¹.

D'un point de vue strictement logique, l'assertion comme choix de l'une des deux pensées opposées possibles vaut comme rejet de l'autre :

Le jugement est le choix entre des phrases opposées. La reconnaissance de l'une et le rejet de l'autre sont un seul et même acte. On n'a, par suite, pas besoin d'un signe particulier pour l'acte de rejeter, on en a seulement besoin d'un pour la négation sans force assertive².

Cet argument logique d'économie, souvent avancé par Frege³, n'est cependant pas déterminant. Dans sa *Recherche logique* sur la négation, il envisage longuement la possibilité d'admettre deux opérations d'assentiment [*Bejahen*] et de refus [*Verneinen*] directement opposées à l'instar de celles d'oxydation et de réduction en chimie⁴. Il lui objecte alors le fait que si le jugement dépend bien d'un agent, il n'est en rien au pouvoir de cet agent de faire et de défaire les pensées. Celles-ci possèdent leur propre réalité, indépendante de son jugement :

Pas plus qu'un promeneur gravissant une montagne ne crée cette montagne par son ascension, l'homme qui juge ne crée une pensée tandis qu'il reconnaît sa vérité⁵.

C'est finalement un engagement ontologique sur le réalisme des pensées qui bloque chez Frege toute dérive psychologisante consistant à introduire une négation propre au jugement lui-même, une attitude de rejet, c'est-à-dire de dénégation, du sujet jugeant lui-même :

brentanienne – transmise par Twardowski – selon laquelle il existe des jugements d'acceptation ou de refus, *ibidem*, p. 52.

1. « Recherches logiques II, la négation », p. 195 et p. 206 : « Il s'agit toujours, dans le jugement, de vérité ».

2. « Bref aperçu de mes doctrines philosophiques », (1906), pp. 236-237.

3. *Vide* « Recherches logiques II, la négation », p. 209.

4. *Ibidem*, p. 206.

5. *Ibidem*, p. 205, voir aussi « Recherches logiques I, la pensée », p. 171.

Le jugement, en tant qu'il est un événement psychique, requiert un individu qui juge et soit son porteur ; la négation, en tant qu'elle est un élément de la pensée, et tout comme la pensée, n'a besoin d'aucun porteur, elle ne doit pas être prise pour un contenu de conscience¹.

Ainsi, le réalisme et l'anti-psychologisme frégeen excluent *ab initio* que la dénégation possède une quelconque pertinence, logique ou pragmatique².

2.4 Des définitions

Un autre aspect intéressant pour notre propos de la réflexion logique de Frege est celle portant sur les définitions.

On a vu que l'idée première de vérité était indéfinissable³ (*supra*, § 1.1). Il en va de même des idées logiques primitives (*logische Urelemente*) du calcul logique, telles celles de fonction et d'argument, de concept et d'objet, etc.

Ces idées sont introduites initialement par de simples illustrations exprimées en langage naturel :

Il n'est pas possible de donner une définition de ce qu'est une fonction, parce que nous avons affaire ici à quelque chose de simple et d'inalysable. On ne peut que s'en faire une idée et la clarifier en la rapprochant de ce que l'on connaît. À la place d'une définition, il nous faut produire des illustrations (*Erläuterungen*) ; ici, naturellement, il nous faut compter sur une rencontre des esprits⁴.

Frege distingue donc entre le langage proprement logique qu'il nomme langue auxiliaire et la langue naturelle qu'il nomme langue d'exposition :

Il faut distinguer de cette langue auxiliaire (*Hilfssprache*) la langue dans laquelle se déroule le cours de mes pensées. Cette dernière est l'allemand ordinaire, écrit ou imprimé, ma langue d'exposition (*Darlegungssprache*)⁵.

Il s'avère ainsi que si les deux sortes de langues doivent être clairement distinguées, il convient de les articuler.

1. *Ibidem*, p. 207, Nous soulignons.

2. Dans son analyse de l'assertion, Peter Geach épouse la thèse frégeenne et fait allusion à l'opérateur de rejet de Łukasiewicz comme d'une « futile complication ». Il ajoute qu'à la différence du désir, de la volonté et de la passion, la croyance n'a pas d'opposé, vide *Logic Matters*, chap. 8, p. 260-261. Nous considérons, au contraire, comme actes véridictionnels l'assertion, la dénégation, la considération, l'estimation. Leurs relations logiques sont réglées par notre hexagone alternatif, vide *Discours et vérité*, Annexe, pp. 233-248.

3. *Supra*, § 1.1 et vide « Logique », « "Vrai" ne se laisse pas définir ; on ne peut pas dire : une représentation est vraie lorsqu'elle s'accorde avec la réalité », p. 149.

4. « La logique dans les mathématiques », p. 279.

5. On a là l'esquisse de la distinction entre langage-objet et métalangage qui sera explicitée par Lesniewski. Notons toutefois que l'universalisme frégeen ne saurait admettre un quelconque métalangage logique.

À partir des indéfinissables premiers, il est possible d'introduire les autres idées logiques par définition. C'est le cas, par exemple, de la fameuse définition frégréenne du nombre cardinal¹. L'intéressant pour nous ici est que Frege prend soin de préciser le statut de telles définitions nominales. Au paragraphe 24 de l'*Idéographie*, il introduit cette nouvelle opération pour définir la relation d'hérédité dans les suites arithmétiques par la définition 69. Sa structure est la suivante :

$$\vdash (\text{Definiendum} \equiv \text{Definiens})$$

Pour Frege, le double trait vertical doit témoigner de la double fonction de toute définition. C'est d'abord une procédure sémantique d'introduction d'un nouveau symbole dans le *definiendum* simplifiant une construction complexe du *definiens* :

Cette proposition se distingue des jugements jusqu'ici considérés en ce que des signes qui n'ont pas été expliqués auparavant y apparaissent ; elle donne elle-même cette explication. De telles explications n'ont que le but de permettre un allègement formel au moyen de la détermination d'une abréviation².

Ainsi la définition a d'abord une fonction discursive de simple abréviation. Mais elle possède aussi la possibilité d'en tirer un jugement affirmant l'identité de contenu des symboles figurant des deux côtés de l'identité définitionnelle :

Après que la signification des nouveaux signes a été fixée une fois, elle vaut pour toujours ; et la formule 69 vaut aussi comme jugement, mais comme jugement analytique, parce qu'il ne fait que révéler derechef ce qui était renfermé dans les nouveaux signes³.

Un tel jugement, de nature logique cette fois, autorise la substitution du *definiendum* au *definiens*.

Ne nous importe pas ici cette dimension logique des définitions⁴, mais seulement son apport proprement pragmatique. Dans sa première fonction, la

1. *Les Fondements de l'arithmétique*, § 68, p. 194 : « Le nombre qui appartient au concept F est l'extension du concept "équinumérique au concept F" ».

2. *Idéographie*, 6 24, p. 76.

3. *Ibidem*. En termes contemporains, on distinguera la définition qui relève du métalangage, par exemple du conditionnel : $(p \rightarrow q) = \text{Df } (\neg p \vee q)$, de la proposition d'équivalence correspondante en langage-objet : $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$.

4. Cette acception purement abrégative de la définition proposée par Frege est aussi celle de Russell. Lesniewski abandonnera cette conception pour des définitions équivalentielles introduisant les nouveaux symboles dans le langage-objet, *vide* notre *Questions de logique et de philosophie*, chap. 8, § 1-3.

procédure de définition introduit une nouvelle opération discursive d'ordre « magique »¹. Le signe spécifique de définition :

$$\vdash \dots = \dots$$

introduit dans le discours une injonction à admettre une identité de contenu entre un symbole simple et une expression complexe :

[La définition] ne dit pas « Le côté droit de l'équation a le même contenu que le gauche » ; mais : « il doit avoir le même contenu »².

C'est pourquoi Frege parle de définition constructive (*aufbauende Definition*) qu'il caractérise ainsi :

Stipulation arbitraire qui confère un sens à un simple signe qui n'en avait aucun auparavant³.

Une telle opération pragmatique se différencie de l'assertion dans la mesure où elle ne porte pas sur la manifestation de la vérité, mais bien sur la manipulation des symboles. Pour Frege, elle est une « explication » qui relève du seul langage d'exposition et « n'affirme rien au sujet du monde »⁴.

C'est la spécificité de cette opération discursive qui présente pour nous un intérêt pragmatique. La dimension « magique » de la définition relève de ce qu'Austin a thématiqué sous le terme provisoire de *performatif*. L'acte de définir instaure par lui-même une équivalence entre expressions. En termes d'acte de discours, c'est une déclaration qui institue dans le discours une convention nouvelle que l'on doit respecter. Searle note simplement que c'est une déclaration « qui concerne la langue elle-même »⁵. Pour Frege, la définition relève du langage d'exposition, de ce que nous nommons maintenant métalangage. Selon nous, il convient donc d'en faire un *métadiscursif*, précisément ce que Austin appelait un « expositif »⁷. Par où l'on voit que Frege inaugure une réflexion pragmatique féconde en thématisant explicitement l'opération de définition⁸.

2.5 Le tournant actionnel

1. *Vide* « Esquisse pour un commentaire de l'ensemble des traités de Cantor sur la théorie du transfini » : « Il faut prononcer une petite parole magique, appelée définition », (nous soulignons), p. 87.

2. *Idéographie*, § 24, p. 76, (nous soulignons).

3. « La logique dans les mathématiques », p. 250.

4. *Vide* « Lettre du 3 avril 1920 à Wittgenstein ».

5. *Sens et expression*, chap. 1, p. 58.

6. *Vide Du Discours à l'action*, chap. 3, p. 49.

7. *Vide Quand dire, c'est faire*, 12, p. 162.

8. On n'aura garde d'oublier que Pascal traite des définitions dans « De l'esprit géométrique », *Œuvres complètes*, p. 349 et critique la circularité de certaines définitions nominales dans « Réponse au très bon Révérend Père Noël », *ibidem*, p. 203. Il est aussi à l'origine des définitions récursives par ses travaux sur les triangles arithmétiques, *ibidem*, p. 50 *sqq.*

Non content d'esquisser des analyses pragmatiques fécondes, Frege participe à l'avènement de ce que nous avons appelé le « paradigme actionnel » consistant à traiter les questions de sens, de référence et, partant, de vérité en termes non de représentation, mais d'action¹.

D'abord, le jugement est bien défini comme un *acte* ayant une force spécifique :

On suivra parfaitement l'usage si l'on entend par jugement l'acte de juger, comme un saut est l'acte de sauter. .../... Si le jugement est un acte, il se produit à un moment déterminé, il appartient ensuite au passé. Un acte comporte un agent, et l'acte n'est pas entièrement connu si l'agent n'est pas connu².

De même, la saisie préalable d'une pensée est l'acte d'un individu déterminé : son acte de penser (*das Denken*). De plus, l'assertion possède sa propre force de manifestation de la vérité : sa force assertive (*behauptende Kraft*). Toutefois, il importe au plus haut point de bien comprendre que ces différents actes de saisie, de jugement et de manifestation, qui sont le fait d'un agent, ne constituent que des modes d'accès à une pensée objective, intemporelle qui vaut pour elle-même et n'est en rien une production, une création de ces actes individuels :

La saisie d'une pensée suppose quelqu'un qui la saisisse, quelqu'un qui la pense. Ce quelqu'un est alors porteur de l'acte de penser, non de la pensée. Bien que la pensée n'appartienne pas au contenu de conscience de l'homme qui pense, il faut bien que quelque chose dans sa conscience vise cette pensée. Quelque chose qui ne doit pas être confondu avec la pensée elle-même³.

Ceci étant, Frege pousse le souci d'un ancrage actionnel jusqu'à aborder la question délicate de l'efficacité de notre accès aux pensées. La reconnaissance de la vérité d'une pensée peut posséder une efficacité dans le monde extérieur, notre monde réel, par l'effet de notre volonté entraînant une décision d'agir dans ce monde :

Comment agit une pensée ? Par cela même qu'elle est saisie et tenue pour vraie. C'est un événement dans le monde intérieur d'un être pensant, il peut avoir quelques effets dans ce monde intérieur, et ceux-ci, pénétrant la volonté, se manifesteront dans le monde extérieur. Si je saisis la pensée que nous énonçons dans le théorème de Pythagore, la conséquence peut en être que j'admets sa vérité, puis que je l'applique en prenant une décision qui met en œuvre des accélérations de masse. Ainsi nos actes sont ordinairement préparés par l'acte de penser et de juger. Des pensées auront de la sorte une

1. Voir notre article : « Le paradigme actionnel en philosophie du langage ».

2. *Recherches logiques*, 2. « La négation », p. 205, note 1 (traduction modifiée).

3. *Recherches logiques*, 1. « La pensée », p. 191 (nous soulignons). Voir aussi : « Bref aperçu de mes doctrines philosophiques », p. 236 : « Nous appréhendons des pensées, nous ne les produisons pas ».

influence médiate sur des mouvements de masse. L'action de l'homme sur l'homme est la plupart du temps médiatisée par des pensées¹.

Partant de l'usage du discours, Frege passe aux actions cognitives pour déboucher sur les activités réelles dans le monde extérieur. Ce faisant, il s'inscrit explicitement dans le paradigme actionnel ouvert par l'invention de la *praxéologie* comme théorie générale de l'action² et plus particulièrement par l'approche actionnelle du langage ordinaire.

On sait qu'il reviendra au philosophe d'Oxford John Austin, traducteur anglais des *Grundlagen der Arithmetik* de Frege, de poursuivre cette analyse. Ce qu'il fera d'abord en portant un coup décisif au présupposé représentationnel en dénonçant l'illusion descriptive (*descriptive fallacy*) qui gouvernait jusqu'alors l'appréhension du langage. Puis en reprenant explicitement le concept frégeen de force assertive pour caractériser les actes assertifs, et surtout en généralisant cette idée de force (*Kraft*) en définissant pour tous les actes de discours leur force illocutoire spécifique³.

Au terme, qu'il procède négativement ou positivement, l'apport des recherches logiques de Frege à la pragmatique et même à la praxéologie est loin de s'avérer négligeable. Un tel apport conditionne sa compréhension de la spécificité de la logique et plus généralement des procédures d'acquisition du savoir.

BIBLIOGRAPHIE

Avertissement :

Nous reprenons les traductions françaises de Frege en les modifiant souvent à partir du texte original allemand.

Aristote, *Catégories*, trad. fr. Jean Tricot, Paris, Vrin, 1969.

Austin John Langsham, *How to do Things with Words*, Oxford U.P., 1962 ; trad. fr. Gilbert Lane, *Quand dire, c'est faire*, rééd. avec une Postface de F. Récanati, Paris, Seuil, Col. Point, 1991.

Benveniste Émile, *Problèmes de linguistique générale*, I, Paris, Gallimard, 1966.

Espinas Alfred, *Les Origines de la technologie, études sociologiques*, Paris, Alcan, 1897.

Frege Gottlob :

– *Begriffsschrift*, L. Nebert, Halle, 1879; trad. fr. Corinne Besson, *Idéographie*, Paris, Vrin, 1999.

– « Sinn und Bedeutung », *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 100, 1892, Function, Begriff, Bedeutung, Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht,

1. *Ibidem*, p. 194.

2. *Vide* Alfred Espinas, *Les Origines de la technologie, études sociologiques* et Tadeusz Kotarbinski, *Traité du travail efficace*,

3. *Quand dire, c'est faire*, 1962.

- 1980 ; trad. fr. Claude Imbert « Sens et dénotation », *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971, pp. 102-126.
- « Funktion und Begriff », Jena, 1891, *Function, Begriff, Bedeutung*, Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht, 1993, trad. fr. Claude Imbert « Fonction et concept », *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971, pp. 80-101.
- *Nachgelassene Schriften*, 1969, *Écrits posthumes*, trad. fr. Philippe de Rouilhac & Claudine Tiercelin (dirs.), Nîmes, Jacqueline Chambon, 1994.
- *Logische Untersuchungen*, I Der Gedanke, II Die Verneinung, Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht, 1993 ; trad. fr. Claude Imbert « Recherches logiques, I La pensée, II La négation », *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971, pp. 170-213.
- « Bref aperçu de mes doctrines philosophiques » (1906), *Écrits posthumes*, trad. fr. E. Karger, pp. 235-240.
- « Logique », (1897), *Écrits posthumes*, trad. fr. J. Dubucs, pp. 149-177.
- « Mes intuitions logiques fondamentales », 1915, *Écrits posthumes*, trad. fr. E. Karger, pp. 297-298.
- « Esquisse pour un commentaire de l'ensemble des traités de Cantor sur la théorie du transfini », (1890-1892), *Écrits posthumes*, trad. fr. H. Sinaceur, pp. 85-90.
- « La logique dans les mathématiques », (1914), *Écrits posthumes*, trad. fr. Cl. Tiercelin & F. Nef, pp. 241- 309.
- *Les Fondements de l'arithmétique*, (1884), trad. fr. Cl. Imbert, Paris, Seuil, 1969.
- « Lettre du 3 avril 1920 à Wittgenstein », trad. fr. J-M. Monnoyer, Philosophie, Paris, Éd. de Minuit, 1992, n° 34, pp. 11-14.
- Geach Peter, *Logic Matters*, Oxford, Basile Blackwell, 1972.
- Habermas Jürgen, *Théorie de l'agir communicationnel*, (1981), trad. fr. tome 1, Jean-Marc Ferry, Paris, Fayard, 1987.
- Hintikka Jaakko, « What is an answer?, and other questions in the theory of questions and answers », *Philosophy as Science and the Philosophy of Science*, Edgar Morscher et alii (eds.), Bad Reichenhall, Comes Verlag, 1981 ; trad. fr. Michel Meyer, « Questions de réponses et bien d'autres questions », Langue française, L'interrogation, Paris, Larousse, n° 52, 1981, pp. 56-69.
- Kotarbinski Tadeusz, *Traité du travail efficace*, (1953), trad. fr. coord. par Jean-Luc Dumont, P.U. Franche-Comté, 2007.
- Laudan Larry, *La Dynamique de la science*, Bruxelles, Mardaga, 1977.
- Laërce Diogène, *Vie, doctrines et sentences des philosophes illustres*, vol. II, Paris, Librairie générale française, 1999.
- Meyer Michel, *De la Problématique*, philosophie, science et langage, Bruxelles, Mardaga, 1986.
- Pascal Blaise, *Œuvres complètes*, L. Lafuma (éd.), Paris, Seuil, L'intégral, 1963.
- Popper Karl, *La Quête inachevée*, trad. fr. Bouin-Naudin M. & Bouveresse R., Calman-Levy, 1991.
- Quine Willard van Orman, *Le Mot et la chose*, trad. fr. Joseph Dopp & Paul Gochet, Paris, Flammarion, 1977.
- Searle John, *Sens et expression*, trad. fr. J. Proust, Paris, Éd de Minuit, 1982.

Vernant Denis :

- *Du Discours à l'action*, Paris, PUF, 1997.
- « Le paradigme actionnel en philosophie du langage, *Entre connaissance et organisation : l'activité collective*, R. Teulier & Ph. Lorino éds., Paris, Éd. de la Découverte, coll. Recherche, 2005, pp. 25-53.
- *Discours et vérité, analyses pragmatiques, dialogiques et praxéologiques de la véridicité*, Paris, Vrin, 2009.
- « Existence, Presupposition and the Logical Square », *Al-Mukhatabat*, Hamdi Mlika (dir.), n° 18/avril, 2016, pp. 19-33.
- *Questions de logique et de philosophie*, Milan, Mimesis, 2018.

قراءة تحليلية لكتاب فريجه
التصورات، لغة صورية للفكر الخالص تجاهي لغة علم الحساب (*)

Essam Zakaryia JAMIL

(Université du Caire)

essam_frege@yahoo.com

Résumé

Begriffsschrift (1879): C'est le premier travail écrit par Frege dans le domaine de la logique, et, bien qu'il ne s'agisse que d'un simple livret de quatre-vingt-huit pages, c'est peut-être l'ouvrage le plus important jamais écrit en logique. Parmi ses contributions fondamentales nous trouvons l'analyse de la proposition en termes de fonction et argument au lieu de sujet et prédicat, la théorie de la quantification, un système logique dans lequel les dérivations dépendent exclusivement de la forme des expressions, et une définition logique de la notion de séquence mathématique. N'importe laquelle de ces réalisations suffirait pour que ce livre soit indispensable dans la consitution de la science logique.

Mots-clés

Begriffsschrift, Frege, logique, fonction de vérité, calcul propositionnel, fonction/argument, quantification, séquence mathématique.

ملخص

يعد كتاب *التصورات* (1879) أول ما كتب فريجه في مجال المنطق، ورغم كونه مجرد كتيب باللغة الألمانية يقع في ثمانية وثمانين صفحة إلا أنه يعد الأهم في ميدان المنطق الحديث، حيث بادر فيه إلى طرح العديد من مسائل المنطق الرئيسية، مثل: تحليل القضية المنطقية إلى دالة وحجة (حجج) بدلاً من تحليلها إلى موضوع ومحمول. تقديم حساب القضايا أو ما يطلق عليه في بعض الأحيان منطق دوال الصدق. تقديم نظرية التسوير. تقديم نسق منطقي تتم فيه الاشتقاقات وفقاً لشكل التعبيرات. كما قدم فيه التعريف المنطقي لمفهوم

(*) *Begriffsschrift, a Formula Language, Modeled upon that of Arithmetic, for pure Thought*, trans., By Heijenoort, in *Frege & Gödel: Two texts in Mathematical Logic*, Harvard, U.S.A., 1970.

المتوالية الرياضية. وكان أي من تلك الإسهامات كافيًا ليحتل الكتاب مكانة خالدة في علم المنطق.

كلمات مفتاحية

كتاب *التصورات*، فريجه، منطق، دالة صدق، حساب القضايا، دالة/موضوع، تسوير، متوالية رياضية.

Abstract

Begriffsschrift (1879): This is the first work that Frege wrote in the field of logic, and, although a mere booklet of eighty-eight pages, it is perhaps the most important single work ever written in logic. Its fundamental contributions, among lesser points, are the truth-functional propositional calculus the analysis of the proposition into function and argument(s) instead of subject and predicate, the theory of quantification, a system of logic in which derivations are carried out exclusively according to the form of the expressions, and a logical definition of the notion of mathematical sequence. Any single one of these achievements would suffice to secure the book a permanent place in the logician's library.

Keywords

Begriffsschrift, Frege, logic, truth-function, propositional calculus, function/argument, quantification, mathematical sequence.

مقدمة

يعد كتاب *التصورات* 1879، أول عمل رئيس لفريجه في المنطق، حيث نجد فيه كثيرًا من الأفكار المبدئية لفلسفته كما أنه – ومن منظور أوسع – أحد أهم الكتب في تاريخ علم المنطق بالكامل؛ فيري كواين أن عام 1879 هو الحد الفاصل بين مرحلتين من مراحل تطور المنطق فقد كان المنطق قبل هذا التاريخ موضوعًا قديمًا ولكن منذ ظهور كتاب *التصورات* أصبح موضوعًا عظيمًا.⁽¹⁾ كما يقسم نيل في كتابه *تطور المنطق تاريخ المنطق الرياضي* وفقًا لنظرية فريجه المنطقية وأثرها فجاءت الفصول التي كتبها عن المنطق الرياضي علي النحو التالي: 1- المنطق عند فريجه. 2- التطورات الصورية بعد فريجه. 3- فلسفة المنطق بعد فريجه. 4- فلسفة الرياضيات بعد فريجه. ويتناول في هذا التقسيم أهم الموضوعات التي تناولها المناطقة اللاحقون على فريجه ومنهم رسل ووايتهد وغيرهم.

(1) Quine, W.V.O : *Methods of Logic*, Cambridge Harvard University Press, 1982, p.vii

هذا مع العلم أنه لم يوجد أحد في زمن فريجه قد قدر أهمية ما أنجزه هذا الرجل، فهذا الكتاب قد شق طريقه ببطء إلى الاعتراف بمدى أهميته، ويعود الفضل في بيان أهمية هذا العمل إلي رسل فنجدده يقول: "حتى مع طبيعة اكتشافاته التي صنعت تاريخها، إلا أنه {فريجه} قد بقي مجهولاً تماماً إلى أن لفت أنا النظر إليه في العام 1903".⁽¹⁾ ويقول أيضاً: "وحتى مع القيمة العظيمة لعمله (التصورات)، إلا أنني – كما أعتقد – كنت أول من قرأه وفهمه، بعد أكثر من عشرين عاماً من نشره".⁽²⁾

والآن وبعد أكثر من مائة عام نجد إقراراً عالمياً بكون كتاب *التصورات* أول عمل رئيس أسهم في تطور علم المنطق الحديث، بل الأكثر من ذلك أن هذا الكتاب يعد الأساس الذي بني عليه كتاب *Principia Mathematica* (1910-1913) الذي اشترك في وضعه رسل ووايتهد- ففي مقدمة ذلك الكتاب يقول المؤلفان: "نحن ندين بالفضل في كل مسائل التحليل المنطقي لفريجه".⁽³⁾

هدف فريجه من هذا الكتاب تقديم أسس منطقية دقيقة لبراهين علم الحساب، فقد استخدم مصطلح "علم الحساب" بحيث يشمل كافة أفرع الرياضيات التي لها صلة بالعدد، ومع أن الرياضيات كانت تعد نموذجاً ومعيّاراً للعلم الذي يستغل التفكير العقلاني الاستنباطي لكي يرسخ استنتاجاته، فمن وجهة نظر فريجه نجد أن الرياضيات كانت في أيامه لا تزال تفتقر إلى درجة عالية من الدقة المنطقية، مع أن هذا العلم قادر على استيعابها. لذلك بحث فريجه عن توفير هذه الدقة لكامل نطاق علم الحساب وقد رأى أن هذا سيتم عبر خطوتين:

الأولي : توضيح كافة فرضيات وقواعد الاستدلال التي تؤدي إلى ربط تقارير البراهين ببعضها البعض.

الثانية : تقديم لغة رمزية مناسبة لا يشوبها أي غموض، كالغموض الذي نجده في اللغة الطبيعية.

(1) مقتبس هذا النص من:

M. Munitz, *Contemporary Analytic Philosophy* New York, Macmillan, 1981 p. 68

B. Russell, *A History of Western Philosophy*, New York 1945, p. 830 انظر

(2) رسل : مقدمة *للفلسفة الرياضية* ترجمة د. محمد مرسي أحمد ومراجعة د. أحمد فؤاد الأهواني، القاهرة، مؤسسة سجل العرب 1980. الهامش ص30.

(3) B. Russell & A. N. Whitehead, 1970, p. viii.

ولكي يحقق فريجه هدفه أوجد نسق *التصورات* – وهو نسق منطقيّ جديد ومحسن. يتألف هذا النسق من ترميز خاص للتعبيرات والتصورات المنطقية مثل: المحتوى التوكيدي Assertible content، النفي Negation، القضية الشرطية Conditional Proposition، والسور (المكمّم) الكلي The universal Quantifier، وهوية المحتوى Identity of content وغيرها. كما أن فريجه قد أشار إلى تماثل مهم بين المفهوم الرياضي الدالة Function والمفهوم المنطقي التصوري Concept (التصورات باعتبارها دوال) فلقد أوضح كيف أنه من الممكن لهذا التماثل أن يوضح ما كان يسمى في علم المنطق القديم بمحمول القضية المنطقية. وكان من المعتاد أن نفهم المحمول بوصفه شيئاً يعزو صفة معينة إلى الموضوع Subject إلا أن فريجه استبعد هذا التصور من منطقته. كما بين – خلال قيامه بتحليل البنية المنطقية الداخلية للقضية المنطقية – مدى أهمية أن يكون لدي المرء القدرة على استخدام مفهوم المسورات (المكمّمات) والمتغيرات Variables (والتي كان يطلق عليها الحروف Letters رافضاً تماماً مصطلح متغير) وذلك كي يعبر عن التصور الخاص بالتعميم Generality.

وسوف نقوم بتحليل كافة تلك الأفكار بتفصيل أكبر من خلال العناصر التالية :

أولاً : من اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية

1- الدافع من وراء اللغة الرمزية في كتاب *التصورات*

2- الأصول الفلسفية للغة الرمزية في *التصورات*

3- بنية اللغة الرمزية في *التصورات*

4- تعريف الرموز

ثانياً : تحليل الروابط البسيطة والقضايا التي تربطها

1- تحليل رابطة الكينونة "is"

2- تحليل رابطة السلب

ثالثاً : تحليل القضايا المركبة وروابطها:

1- تعريف القضايا المركبة

2- القضية الشرطية وعلاقتها باللزوم الفريجي.

3- تحليل القضية العطفية

4 – تحليل القضية الانفصالية ونوعها.

5- تحليل القضايا العامة

رابعاً: المنطق بوصفه نسقاً استنباطياً في التصورات

- 1- طبيعة النسق الاستنباطي
- 2- المقدمات المنطقية أو القضايا الأساسية
- 3- التعريفات أو المصطلحات الفنية الدقيقة
- 4- البديهيات أو المسلمات
- 5- قواعد الاستدلال
- 6- المبرهنات

أولاً : من اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية

يؤكد فريجه في معظم مؤلفاته أن المهمة المنوط بها عالم المنطق تتمثل في "مواجهة اللغة الطبيعية وقواعدها والتي تفشل في التعبير عما هو منطقي"⁽¹⁾. والسبب الذي دفع فريجه لمواجهة اللغة الطبيعية يعود إلى مبدأ رسخ في ذهنه في كتابه *التصورات* وما بعده من مؤلفات وهو المبدأ القائل: "أن قواعد اللغة الطبيعية هي مزيج بين ما هو منطقي وما هو سيكولوجي، ولو لم تكن كذلك لكانت لجميع اللغات القواعد ذاتها بالضرورة"⁽²⁾. لذلك "يتوجب على المناطق في المقام الأول -عند فريجه- أن يعرفوا أن مهمتهم هي تحريرنا من قيود اللغة الطبيعية فعدد هائل من الأخطاء التي تقع خلال التفكير يكون مصدرها القصور المنطقي للغة"⁽³⁾. فاللغة الطبيعية -كما يري فريجه- تثبت كل يوم أنها غير كافية لحفظ الفكر من الخطأ فهذه اللغة ليست أحادية المعنى (*). ولهذا السبب اعتبرها أداة ليست دقيقة للفكر وللمنطق، وعلى العكس من ذلك فإن لغة المعادلات الرياضية أو اللغة الرمزية هي أكثر فائدة للثنتين.⁽⁴⁾ ويقدم فريجه تشبيهاً طريفاً (***) ليبين الدقة المتناهية للغة الرمزية وقصور اللغة الطبيعية، فيشبه اللغة الطبيعية بالعين الإنسانية واللغة

(1) Frege, G. "Logic between 1879 and 1891" in *Posthumous Writings*, trans., By P. Long & R. White, ed, By, H. Hermes & F. Kambartel & F. Kaulbach. Basil Blackwell, Oxford, 1979. pp 6-7

(2) *Ibid.*, p.6

(3) Frege, G. "Logic, 1897" in *Posthumous Writings*, trans., p.143.

* ستتضح هذه النقطة تحديداً في تناولنا للمعاني المتعددة لرابطة الكينونة في الفقرة الخاصة بتحليل الروابط المنطقية البسيطة .

(4) Frege, G. "Logic between 1879 and 1891", p. 6-7, see also "Logic, 2. 1897", p. 143.

*** ويقدم فريجه تشبيهاً آخر فيقارن اللغة الطبيعية باليد البشرية والتي – بغض النظر عن قابليتها للتكيف – لا تكفي لأداء كافة الأنشطة، وهذا هو السبب في صناعتنا لأيد صناعية وأدوات لأغراض محددة، فتصبح وظيفتها المحددة ممكنة بسبب دقة تكوينها ومرنة أجزائها وهذا بالفعل ما تقوم به اللغة الرمزية : انظر

Sluga, H. *Gottlob Frege*, London, 1980, p. 52.

الرمزية بالمجهر " الميكروسكوب "، فكما أن الإنسان لا يستطيع رؤية أمور دقيقة بالعين ويستعين في إدراكها بالميكروسكوب"، فكذلك الحال في المسائل المنطقية والرياضية لابد من استخدام هذه اللغة الميكروسكوبية فيهما.⁽¹⁾ والسؤال الآن ما هو الدافع الحقيقي الذي أدى بفريجه إلى ابتكار اللغة الرمزية في كتاب *التصورات* ؟ وما أصولها وبنيتها وأهدافها ؟

1- الدافع من وراء اللغة الرمزية في كتاب *التصورات*

تدفعنا الإجابة عن التساؤلات السابقة إلى العودة إلى ما كتبه فريجه بعد كتابه *التصورات* بفترة طويلة وتحديداً عام 1919 لنجده يقول : " لقد بدأت من علم الحساب وقد بدا لي أن الحاجة الأشد إلحاحاً هي إمداد هذا العلم بأساس أفضل فقد وقفت النقائص المنطقية للغة حجر عثرة في وجه مثل هذه المباحث، وقد حاولت التغلب على تلك العوائق بوضع لغتي الرمزية (المنطقية)، وهكذا وجدت نفسي منقاداً من الرياضيات إلى المنطق".⁽²⁾ فقد كان الدافع الأساسي لتقديم هذه اللغة الرمزية هو دافع تأسيسي " تأسيس علم الحساب على مبادئ وأسس منطقية". يقول فريجه في تمهيد كتابه *التصورات* : "والآن وبينما نتناول مسألة إلى أي نوع من نوعي الحكم ينتهي "علم الحساب" فإن عليّ أولاً أن أفحص إلى أي مدى يمكن التوغل في علم الحساب بواسطة الاستدلال وحده مبنياً فقط على قوانين المنطق التي تتعالى على كل الجزئيات ؟ وللإجابة عن هذا السؤال كان المطلوب نظرية استدلال استنباطي متكاملة يمكن من خلالها التأسيس "لسلسلة من الاستدلالات الخالية من الشغرات".⁽³⁾

ومن خلال هذا الاحتياج التأسيسي نشأت فكرة اللغة الرمزية المقدمة في كتاب *التصورات*، فقد كان المقصود منها " أن تفيد في المقام الأول في فحص صحة السلسلة الاستدلالية وأن تشير إلى كل افتراض مسبق وتبحث في أصوله".⁽⁴⁾ ولقد وصف فريجه لغته المنطقية بأنها "ليست مجرد حساب عقلي بل هي لغة ذات خصائص" بمفهوم ليبنتز.⁽⁵⁾ ولعل وصفه

(1) J. P. Mayberry, "A New Begriffsschrift" in "The British Journal for The Philosophy of Science", Volume 31, Number 3 September 1980, p. 214.

(2) Frege, G. "Notes for Ludwig Darmstaedter/1919, "in *Posthumous Writings*, p. 253

(3) Frege, G. *Begriffsschrift*, pp. 5-6

(4) *Ibid.*, p. 6.

(5) *Ibid.*, p. 2.

لغته يجعلنا ننتقل إلى الشق الثاني من التساؤلات المطروحة والمتعلق بأصول لغته الرمزية، فهذا الوصف للرمزية لم يكن جديداً وإنما كانت له جذوره لدى سابقيه. (*)

2- الأصول الفلسفية للغة الرمزية في التصورات

تحتوي مقدمة كتاب *التصورات* على إشارة مهمة لاردولف ترندلنبرج⁽¹⁾ ومقالته عن اللغة الشاملة للبينتز والتي تساعدنا على تتبع رمزية فريجه ومعرفة أصولها الفلسفية، ففي تلك المقالة بالذات والتي تبدو وكأنها قد ألهمت فريجه حين وضع كتابه، يبين ترندلنبرج أن اللغة الطبيعية تعد وسيطاً ناقصاً يحتاج إلى إعادة تكوين ليتوافق مع الأغراض الفلسفية والمنطقية، فلا غنى عن اللغة كما يقول ترندلنبرج: "بالنسبة إلى كافة الابتكارات والاكتشافات إلا أن اللغة الطبيعية لا تدرك مهمة العلامة اللغوية إلا جزئياً".⁽²⁾ ومن هنا بحث ترندلنبرج الفلاسفة على تبني لغة لابينتز الشاملة على أساس أفكار كانط، كما يقدم لنا موجزاً تاريخياً عن جذور فكرة اللغة الشاملة والتي يشير فيها إلى ما قاله ديكارت في رسالته إلى مارتان عام 1629 إذ يذكر - ديكارت - أنه لكي تكون هناك لغة شاملة فإننا نحتاج إلى تصحيح الفلسفة، ويتم هذا التصحيح من خلال تنظيم أفكارنا بحيث تكون واضحة وبسيطة.⁽³⁾

ويقدم ترندلنبرج في مقالته تفسيراً للغة الشاملة عن طريق الاستدلال على أهمية ابتكار واستخدام العلامات في تطوير الفكر من ناحية، ومن ناحية أخرى الإشارة إلى محدوديات وعيوب اللغة الطبيعية. ويسعي ترندلنبرج اللغة المؤلفة من تلك العلامات لغة تصويرية وبمقارنتها مع العلامات الاصطلاحية للغة الطبيعية، فإن اللغة التصويرية تعد لغة

* لم يبد التراث الفكري الألماني الكلاسيكي - بدءاً من كانط وحتى لابينتز - اهتماماً ولو ضئيلاً باللغة ولا يوجد سوى لابينتز من بين القدماء الذي فهم أهمية اللغة الرياضية، فلقد أقنعت أعماله الرياضية بالأهمية الحقيقية لنسق دلالي، ففي حديثه حول الصلة بين الأشياء والكلمات نجد لابينتز قد تسائل بالفعل عما إذا كان للفكرة الموضوعية أن تتواجد من دون لغة ما؟ وأجاب بنفسه قائلاً: "ليس من دون علامة أو أخرى، فإن عليك أن تسأل نفسك عما إذا كنت ستقوم بأية حاسبة رياضية من دون استغلال أية علامة من علامات الأعداد فالكون قائم على النظام وإعمال الفكر". انظر H. Sluga, *Gottlob Frege*, p. 50.

(1) G. Frege, *Begriffsschrift*, p. 6 n.

(2) H. Leila, "Frege's Doctrine of Being", *Acta Philosophica Fennica*, Vol 39, Helsinki, 1985. p. 28.

(3) W. Carl, *Frege's Theory of Sense and Reference*, Cambridge University Press 1994, p. 9.

(3) G. Frege, "On The Scientific Justification of a Conceptual Notation" in *Gottlob Frege: Conceptual Notation and Related Articles*, By T. W. Bynum, Oxford, 1972, p. 88.

خصائص للتصورات وبالتباين مع التنوع الكبير للغات الطبيعية، فإن اللغة التصورية تعد "لغة تشمل الأشياء ذاتها".⁽¹⁾ ومن الملاحظ أننا نجد الفكرة ذاتها والاسم لدى فريجه حين يقول: "إن لغة الصيغ والمعادلات الحسابية تعد لغة تصورية لأنها تمثل الحقائق بشكل مباشر immediately وليست عن طريق الصوت".⁽²⁾

ويلوم ترندلنبرج الفلاسفة لتجاهلهم فكرة اللغة الشاملة التي قدمها ليبنتز من خلال التفرقة بين شكل الفكرة ومضمونها، بمعنى أنه يميز بين المكون التصوري والتجريبي للفكرة الموضوعية، ويحاول الوصول إلى المعرفة بالأشكال التي تحدد تفكيرنا الموضوعي وبالتالي تمهد الطريق لتكوين خاصية شاملة مقيدة بالجانب الشكلي من التفكير الموضوعي أي بالمحتوي التصوري.⁽³⁾ والفكرة ذاتها تماما نجدها عند فريجه فيقول مشيرًا إلى كتابه *التصورات* :

لقد دارت في عقلي منذ البداية فكرة التعبير عن المحتوى فما كنت أبحث عنه هو لغة ذات خصائص تتمحور حول الرياضيات، والسبب في ذلك أن المحتوى كان بحاجة إلى تعامل دقيق يفوق ما يتم باللغة المنطوقة".⁽⁴⁾

فيتطلب التقيد بلغة الرياضيات "علامات للعلاقات المنطقية تناسب عملية الإدماج في لغة الصيغ والمعادلات الرياضية وبالتالي تناسب تشكيل لغة تصورية متكاملة".⁽⁵⁾

كما أن مصطلح تدوين التصورات المنطقية الذي استخدمه فريجه يظهر في مقال ترندلنبرج.⁽⁶⁾ وهذا المصطلح يمثل لترندلنبرج مرادفًا للغة الشاملة، فيواصل فريجه استخدامه المصطلح حتى لو اعتبره مضللًا، حيث أنه وحسب شهادته هو: "لم يبدأ من التصورات بل من الأحكام في تحليله للجميل"، فكما يقول: "فأنا لا أبدأ بالتصورات وأجمعها لتكون فكرة موضوعية أو حكمًا منطقيًا، بل أصل إلى أجزاء الفكرة الموضوعية عن طريق تحليل تلك الفكرة، وهو ما يميز لغتي التصورية عن ابتكارات مماثلة قام بها ليبنتز ومن جاء بعده، فبصرف النظر عما يوحى به الاسم، فأنا أعتقد أن هذا المسعى لم

(1) Carl, W. *Frege's Theory of Sense and Reference*, Cambridge University Press 1994, p. 9.

(2) Frege, G. "On The Scientific Justification of a Conceptual Notation", in *Gottlob Frege: Conceptual Notation and Related Articles*, By T. W. Bynum, Oxford, 1972, p. 88.

(3) Leila, H. *Op. Cit*, p. 28.

(4) Frege, G. "Boole's logical Calculus and the Concept – script 1880/1881", in *Posthumous Writings*, p. 12.

(5) *Ibid.*, p.14.

(6) Frege, G. "Notes for Ludwig Darmstaedter/1919", in *Posthumous Writings*, p. 253.

يكن اختياراً موفقاً".⁽¹⁾ والاحتمال الكبير أن فريجه لم يختار هذا المصطلح المضلل بنفسه ولكنه تبناه من مقال ترندلنبرج.^(*)

وكما حث ترندلنبرج الفلاسفة علي تبني فكرة اللغة الشاملة فقد نصح فريجه الفلاسفة باستخدام لغته المنطقية لأنه كان يعتبر أن مهام الفلسفة " أن تفكك قوة وسيطرة الكلمة على العقل البشري عن طريق إظهار المفاهيم الخاطئة والتي تنشأ عبر استخدام اللغة الطبيعية فيقول فريجه في كتاب *التصورات*:

فلغتي التصورية (المنطقية) مع تطويرها يمكن أن تصبح أداة فعالة في يد الفيلسوف لتحقيق هذه المهمة.⁽²⁾

هذا هو دور اللغة المنطقية والتي يمكن أن تمثل أداة مفيدة للفلاسفة والتي قام منطقها الخاص بالعمل علي تطويرها بشكل مركز، بل كان فريجه مقتنعاً بأنه من الممكن " تكوين مثل هذه اللغة أيضاً لكل من علوم الهندسة والميكانيكا والطبيعة".⁽³⁾ ولذلك فإن مشروع اللغة المنطقية الرمزية في التصورات يعد عملاً يفوق في حجمه مجرد تأسيس لغة ذات خصائص لعلم الحساب فقط.

3- بنية اللغة الرمزية في *التصورات*

رأي فريجه في كتابه *التصورات* أن من واجبه تحقيق حلم ليبنتز في بناء لغة منطقية دقيقة "والدقة بالنسبة له تعتمد علي استخدام واضح لكل رمز في النسق تكون فيه كل إشارة للموضوع ممثلة بصورة مناسبة برمز مناسب، ففوة منطق فريجه تظهر في معالجته

(1) *Ibid.*, p. 253.

(*) علي الرغم من التشابه الكبير في عرضنا لأفكار ترندلنبرج وفريجه، إلا أن هناك العديد من الاختلافات بينهما، فما مثل لترندلنبرج موضوع مقال تاريخي أصبح يمثل لفريجه تبريراً لتكوين لغته المنطقية، وبالرغم من أن فريجه يستقي بحرية من مقال ترندلنبرج إلا أن قراءته له انتقائية، وتنصب علي إشكاليته النظرية التأسيسية كما قلنا. كما أنه من الواضح أن أرسطية ترندلنبرج لم تكن مصدر اهتمام لفريجه ففي كامل أعماله لا توجد سوى إشارتين لأرسطو الإشارة الأولى قدمها في كتابه *التصورات* في إطار حديثه عن لغته الرمزية وتعريفه للقضايا الكلية والجزئية "مربع التقابل" انظر *Begriffsschrift*, p.28، والإشارة الثانية التي قدمها فريجه لأرسطو عبر كتاباته هي ربطه ببول في إطار رفض التفسير الأرسطي لتشكيل التصورات انظر

Frege, G. "Boole's logical Calculus and the Concept – script 1880/1881", in *Posthumous Writings*, p. 15.

(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, p.7

(3) *Ibid.*, p.7

للمرموز ومحتوياتها".⁽¹⁾ من هنا ركز فريجه بقوة على أنه لا يرغب في بنية لغته المنطقية أن يقدم مجرد حساب استدلالى كما فعل ليبنتز بل تقديم لغة ملائمة أو كما اسمها لغة عالمية *Lingua Characteristica* تزيل كل غموض، وتتحدث عن شيء ما وتحديداً عن كل ما هو موجود.⁽²⁾ وقد تبين لفريجه منذ وقت مبكر أن رغبته لا يمكن أن تتحقق بطريقة صحيحة، إلا إذا حدث إصلاحان في عرض المنطق: أولهما: يجب تنظيم المادة التقليدية والإضافات الجديدة التي أتى بها ليبنتز وبول بطريقة توضح لنا بناء العلم والتنوع العظيم لصور القضايا التي تفحص في المنطق العام. وثانيهما: يجب أن يعرض كل شيء يتطلبه برهان النظريات عرضاً واضحاً في المقدمة، ويجب أن ترجع طريقة الاستنباط إلى أقل عدد من الخطوات المقننة.⁽³⁾

ويفترض فريجه في لغته المنطقية أنها تتعلق بالتفكير كما تتعلق قواعد اللغة باللغة، فهو لا يعتبرها اصطلاحية Conventional فيقول عنها:

إنها تفيدنا بالكيفية التي يجب أن تكون عليها الأشياء، حتى ولو لم تكن بمعنى قواعد اللغة".⁽⁴⁾ وهي "تفيدنا بالطريقة التي نفكر بها من أجل أن نقدم في تفكيرنا العلاقات بين الأفكار الموضوعية والتي تنتهي إلى الحد الموضوعي المثالي للنوات المجردة".⁽⁵⁾

بالرغم من أن فريجه قد قام بعد نشر كتابه *التصورات* بإجراء بعض التغييرات في رمزيته ومحتواها إلا أن البنية العامة للغته المنطقية ظلت على حالها، وما نقصده من بنية لغته المنطقية في *التصورات* أمرين: الأول: الإطار العام التي تتحرك بداخله الرموز. والثاني: ما تستبعده لغته المنطقية. بالنسبة إلى الأمر الأول، يقسم فريجه بنية لغته المنطقية إلى قسمين، فهناك تعبيرات كاملة أو أسماء أعلام وتعبيرات ناقصة أسماء دوال Function-

(1) Sternfeld, R. *Frege's Logical Theory*, Southern Illinois University Press, 1966, p. 65.

** لم يستخدم ليبنتز مصطلح *Lingua Characteristica* والذي يظهر في كتابات فريجه، وقد لاحظت Leila أن هذا المصطلح يظهر فقط في طبعة راسي لأعمال ليبنتز 1765 وفي طبعة أردمان 1840 وافترض أن فريجه قد اقتبس المصطلح من مقالة ترندلنبرج السابقة. إلا أننا نرى أنه من الممكن أن يكون فريجه قد أخذ المصطلح مباشرة من طبعة أردمان والتي يشير إليها بنفسه في *The Foundations of Arithmetic*, trans., By J. L. Austin, Basil Blackwell, Oxford, 1950.

انظر المصدر السابق هامش ص7.

(2) Frege, G. "Boole's logical Calculus and the Concept - script", in *Posthumous Writings*, p. 9.

(3) Kneal, W. Kneal .W. *The Development of Logic*, Oxford University Press, 1984. *Op. Cit.*, pp. 435-436.

(4) Frege, G. *The Basic laws of Arithmetic*, trans., By M. Furth, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1967. pp. 13-14.

(5) *Ibid.*, pp. 15-16.

Names.⁽¹⁾ فاسم الدالة هو غير مشبع (غير تام) حرفيًا، أعني لدية فراغ(*) يمكن ملؤه بتعبيرات أخرى علي سبيل المثال:

" (.....) عاصمة"

و" (....) هو ابن (.....)"

تعد هذه أمثلة علي أسماء الدوال، أما اسم العلم فهو مشبع (تام) حرفيًا.⁽²⁾ أعني لا توجد به فجوة أي فراغ، ومن أمثلته "طه حسين" و"الزعيم الحالي للمسلمين" و"القاهرة عاصمة مصر" و"العدد 2"، وهذه الأمثلة هي أسماء أعلام حسب رأي فريجه.

وتتضمن أسماء الدوال كلمات دالة على تصور Concept-Words، والتي تحتوي علي فراغ واحد مثل، " (.....) عاصمة"، وكلمات دالة علي علاقة Relation-Words والتي لها مكانان فارغان أو أكثر مثل، (.....) هو ابن (....). وبملاء الفراغ الخاص بالتعبيرات غير المشبعة (غير التامة) بتعبيرات كاملة ملائمة، يمكننا أن نكون جملاً والتي هي في ذاتها تعبيرات كاملة، ويبين فريجه أن جزءاً من الفكرة الموضوعية على الأقل – ونعني هنا جزءاً من الجملة – لا بد أن يكون غير مشبع أو يكون محمولاً، وإلا فإن الأجزاء لن تتماسك ببعضها البعض.⁽³⁾ ومعنى ما يذهب إليه فريجه أننا لو اعتبرنا أن اسم الدالة له مكان فارغ يحتاج إلى الاكتمال مثل، " (....) هو حرف". فنحن نضمن أننا لن نمتلك فقط اسمين متجاورين، بل ستكون لدينا جملة ملائمة والتي تعبر عن فكرة موضوعية. ويمكننا توضيح ما يذهب إليه فريجه من خلال ما ذكره في ملاحظات كتبها عام 1919 فنجدته يقول: "يتم الحصول علي الجزء المحدد (التام) بتحليل فكرة يمكن أن تتشعب هي ذاتها أحياناً إلى جزء يحتاج إلى تنمة وجزء مشبع فالجملة: "عاصمة السويد تقع عند مدخل بحيرة مولر" يمكن أن تنقسم إلى جزء يحتاج إلي تنمة وهو " (.....) تقع عند مدخل بحيرة مولر" وجزء مشبع وهو "عاصمة السويد". بل ويمكن أن نقسم هذا الجزء الأخير بدوره إلى الجزء "عاصمة (.....)" وهو جزء يحتاج إلي تنمة، وجزء مشبع وهو "السويد".⁽⁴⁾

(1) Frege, G. *Basic Laws*, p. 81.

* الأقواس المحتوية علي نقاط من وضع الباحث ولا توجد في النص الأصلي.

(2) Frege, G. "On Concept and Object/1892" in *The Philosophical Writings of Gottlob Frege*, edited By, P. Geach & M. Black, 3rd ed. Basil Blackwell, Oxford, 1980, pp. 54-55.

(3) Frege, G. "On Concept and Object/1892" in *The Philosophical Writings of Gottlob Frege*, p. 54.

(4) Frege, G. "Notes for Ludwig Darmstaedter/1919" in *Posthumous Writings*, pp. 254.255.

وهكذا فإن أسماء الدالة تشير إلى دوال أي تصورات، وكلمات العلاقات تشير إلى علاقة.⁽¹⁾ ويذهب فريجه إلى أن الكلمة الدالة على التصور تكون لها إشارة إذا وفقط إذا كان التصور الذي نهدف الإشارة إليه له حدود قاطعة، أي أن يكون له موضوع شيئي، سواء كان الموضوع واقعًا تحت التصور أو لا يقع تحته، ولهذا فإن الكلمة الدالة على التصور لها إشارة إذا كان التصور الذي تهدف إليه له حدود قاطعة حتى لو لم نمتلك أمثلة عليه، والأمر ينطبق أيضًا على الكلمات الدالة على العلاقة.⁽²⁾ ويذهب دامت إلى أن "مصطلحي "مشبع" و"غير مشبع" تنطبق أيضًا على الذوات التي تشير إليها التعبيرات اللغوية. وفي الحقيقة فإن كتابات فريجه تقدم تفسيره للفرق بين المشبع وغير المشبع، على أنه فارق أساسي يتعلق بالإشارات.⁽³⁾

وكما ميز فريجه بين التعبيرات الكاملة أو أسماء الأعلام والتعبيرات الناقصة أو أسماء الدوال، نجده يميز في بنية لغته المنطقية بين معني وإشارة علامة ما (كلمة أو تعبير)، فبالإضافة إلى إشارة التعبير أو الكلمة فإن هذا التعبير أو الكلمة لابد وأن يكون له معنى، وهو من مكونات الفكرة الموضوعية.⁽⁴⁾ ويذهب فريجه إلى " أن الموضوع الشيئي الواحد (اسم علم ما مثل "أرسطو") يمكن أن يمثل إشارة لعدة تعبيرات مختلفة، ويمكن لأي من هذه التعبيرات أن يكتسب معنى مختلفًا عن الآخر".⁽⁵⁾ ويرى أن أجزاء الجمل ليست وحدها هي التي تحمل إشارة، بل إن الجملة ككل- والتي تمثل الفكرة الموضوعية معناها- تمتلك إشارة خاصة بها. " فكافة الجمل التي تعبر عن فكرة موضوعية صادقة لها الإشارة ذاتها، وكافة الجمل التي تعبر عن فكرة موضوعية كاذبة لها الإشارة ذاتها (إشارة "صادق وكاذب")".⁽⁶⁾

أما بالنسبة إلى ما تستبعده لغته المنطقية، فنلاحظ أن فريجه قدم لأول مرة التمييز بين اللغة الشيئية واللغة الشارحة في كتابه *القوانين* وبذلك سبق تارسكي في هذا التمييز، فيرى فريجه: أنه من الواجب التمييز القاطع بين الحديث عن علامات والحديث عن إشارات العلامات.⁽⁷⁾ وفي مقالته " التعميم المنطقي " التي كتبت عام 1923 يطور من اقتراحه السابق

(1) Frege, G. *Basic Laws*, p. x.

(2) Frege, G. "Function and Concept/1891", p. 33.

(3) Dummett, Michael. *Frege: Philosophy of Language*, Harper & Row, Publishers, London, 1973, p. 69.

(4) Frege, Gottlob. "Notes for Ludwig Darmstaedter/1919", in *Posthumous Writings*, p. 255.

(5) *Ibid.*, p. 255.

(6) *Ibid.*, p. 255.

(7) Frege, G. *Basic Laws*, p. 32.

السابق ويقدم نفس المصطلحات التي قدمها تارسكي بعد ذلك فيقول: "إن جملة اللغة الشيئية هي موضوعات شيئية تتحدث عنها اللغة الشارحة".⁽¹⁾

على أن التمييز بين هذين النوعين من اللغات لا يؤدي أي دور في بنية اللغة المنطقية لكتابات فريجه الأولى وخاصة كتابه *التصورات*، وأن كنا نرى أن هذا التمييز نتيجة للغته الرمزية فإذا لم نلاحظ الفرق بين اللغة الشيئية واللغة الشارحة، فإننا سنكون مدفعين إلى اعتبار الرياضيات مجرد تلاعب بالعلامات والرموز، وهذا هو تحديدًا لا يمكن أن نتوقع أن يقوله فريجه إذا ما تذكرنا أن بنية لغته المنطقية ليست مكونة من رموز فارغة بل إنها تتحدث عن شيء ما وتحديدًا عن عالم واحد ويظهر ذلك بشكل واضح في لغته المنطقية. وتستبعد بنية اللغة المنطقية المصطلحات الجهيّة، فلا يقدم فريجه أي تحليل للموجهات في منطقته مثلما فعل رسل بالضبط بعد ذلك (**)، حيث يستبدل فكرة العوالم الممكنة بلغة التسوير من أجل معالجة الاختلافات الجهيّة، فيتعامل فريجه مع الجمل المحددة زمنيًا، فبالنسبة إليه، فإن كل فكرة لا بد أن تشتمل على تحديد زمني يضمن أن الفكرة إما أن تكون صادقة للأبد أو كاذبة للأبد، ويؤكد على أن الفكرة لا يمكن أن تكون صادقة مرة وكاذبة في مرة أخرى، لأن الصدق أبدي. ففي رأي فريجه أن المفاهيم الموجهة لا علاقة لها بالمنطق إطلاقًا، حيث إن المنطق مهتم بالمجال الموضوعي للأفكار، ومن الجدير بالذكر أن كانط نادى "بأن الجهة لا تتصل بوجه من الوجوه بمحتوى الحكم فالكمية والكيفية والعلاقة هي وحدها التي تشكل محتوى الحكم، أما الجهات فتتعلق فقط بقيمة الرابطة بالنسبة إلى الفكر. بوجه عام، فالأحكام المشكلة هي التي يؤخذ فيها الإيجاب والسلب علي أنه ممكن، وفي الأحكام التقريرية ينظر إلى الإيجاب والسلب على أنه واقعي "صادق" وفي الأحكام القطعية على أنها ضرورية".⁽²⁾

ولعل السبب في استبعاد منطق الجهة من بنية اللغة المنطقية عند فريجه هو افتراضه أن مفاهيم الضرورة والإمكان مرتبطة بطبيعة الخلفية التي تركز عليها تأكيداتنا وبالتالي فلها

(1) Frege, G. " Logical Generality/Note before 1923 ", in *Posthumous Writings*, p. 260.

* يرى المحققون الألمان أن الفارق الذي وضعه فريجه بين *Hilfssprache* وبين *Darlegungssprache* على أنه أساس الفارق الذي وضعه تارسكي بين "اللغة الشيئية" و"اللغة الشارحة"، ومن المؤكد أن التشابه قوى: قوى بما يكفينا لأن نقر اتباع ترجمة تارسكي لكي نترجم مفهومي فريجه، وبوسع القارئ أن يحكم بنفسه على مدى تأثير فريجه في فكر تارسكي. انظر هامش مقال " Logical Generality " ص 260.

** انظر أ.د/ محمد مهران رشوان: *فلسفة برتاند رسل*، دار المعارف، القاهرة 1986 ص 264

(2) أ.د/ محمد مهران رشوان: " فكرة الضرورة المنطقية " رسالة ماجستير غير منشورة 1967 القاهرة ص. 67

علاقة بالجوانب السيكلولوجية للتأكيد" فالقول بأن القضية ضرورية يجعلني ألمح إلى أسس حكيم الخاصة".⁽¹⁾ وهو ما يرفضه بالطبع فريجه في منطقته.

4- تعريف الرموز

يخصص فريجه ثلث كتاب *التصورات* تقريباً لتعريف رمزيته، والأساس الذي يعتمد عليه في هذه الرمزية هو علم الحساب فيقرر أن: "الرموز التي اعتدنا توظيفها في النظرية العامة للمقادير من نوعين:

النوع الأول: يتألف من حروف يمثل كل منها إما عدد بلا تحديد أو دالة بلا تحديد. وعدم التحديد Indeterminacy يمكن من استخدام الحروف للتعبير عن صحة القضايا المنطقية، كما في: $A = (B + C)$ أو $A = B + C$

أما النوع الثاني: فيتألف من علامات مثل $(+, -, \cdot, \div, 0, 1, 2, \dots)$ ولكل منها معناه الخاص، وأتبنى هذه الفكرة الأساسية والخاصة بالترقية بين نوعي الرموز، لكي أطبقها على النطاق الأشمل للفكر الموضوعي الخالص عامة، ولذلك أقسم كافة الرموز التي أستخدمها إلى: 1- تلك التي يمكن من خلالها أن نفهم الموضوعات الشيئية المختلفة. 2- تلك التي تمتلك "معنى محدداً بالكامل".⁽²⁾ وبناء على أقوال فريجه فإن رمزيته تنقسم إلى نوعين من العلامات: 1- الحروف، و2- علامات لها معنى محدد بالكامل.

النوع الأول: الحروف Letters

تفيد الحروف في التعبير عن التعميم " فدورها هو الإفصاح عن تعميم المحتوى على الجملة ككل".⁽³⁾ ويحدد فريجه شرطاً ضرورياً لاستخدامها " فمهما كان عدم تحديد معنى الحرف، فإن علينا أن نصر طيلة السياق على أن يحتفظ الحرف بالمعنى الذي نعطيه له".⁽⁴⁾ ويرفض فريجه - كما يذكر جوردين في تعليقاته علي كتاب *التصورات* - مصطلح متغير Variable ليصف به الحروف التي يستخدمها، وهو المصطلح الذي قدمه رسل للتعبير عن التعميم للرموز، حيث يذكر جوردين أن رسل عرف المتغير بقوله: "إن المتغير رمز لأبد وأن يمتلك مجموعة معينة من القيم من دون أن نقرر أيها نستخدم وهو لا يمتلك

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 13.

(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, pp. 10-11.

(3) Frege, G. "A brief Survey of my Logical Doctrines/1906", in *Posthumous Writings*, p.199 .

(4) Frege, G. *Begriffsschrift*, p.11

أول قيمة لمجموعة ثم أخرى، ويمتلك معظم الوقت بعض قيم المجموعة، وطالما لن نستبدل بالمتغير ثابتا (قيمة محددة)، فإن هذا البعض غير محدد".⁽¹⁾

ويلحق فريجه على هذا التعريف وخاصة مصطلح "متغير" قائلا: "ألم يكن من الأفضل أن نحذف هذا التعبير كلياً حيث إنه من الصعب أن نعرفه بشكل سليم ؟ فتعريف رسل يثير على الفور مسألة محورها ما معنى أن نقول إن "للمرزم قيمة"، فهل المقصود منها العلاقة بين العلامة ومدلولها ؟ على أننا في تلك الحالة لابد وأن نصر على أن تكون العلامة وحيدة المعنى، والمعنى (القيمة) الذي تملكه العلامة لابد وأن يكون محدداً، ومن ثم فإن المتغير سيكون علامة، ولكن الذي لا يقر بنظرية شكلية لن يعتبر المتغير علامة مثله مثل العدد..... وينتهي فريجه إلى أنه "من الأفضل أن نتمسك بقناعة مفادها أن الأحرف اللاتينية تفيد في إثبات عمومية المحتوى في نظرية ما، ولعل من الأفضل ألا نستخدم التعبير "متغير" على الإطلاق، بما أننا لا يمكن أن نقول عن العلامة - أو عما تعبر أو تدل عليه - إنها متغير أم لا".⁽²⁾

فالسمة المميزة لاستخدام الحروف عند فريجه أنها غير محددة دون أن نطلق على هذه الصفة مصطلح متغير لما يثيره هذا المصطلح من صعوبات. "ويعود الفضل إلى عدم التحديد في أن الفكرة الموضوعية للجمال المركبة ككل فكرة عامة، وهذا - كما يقول فريجه- هو التوظيف المعتاد للحروف في علم الحساب حتى ولو لم يكن هو التوظيف الوحيد".⁽³⁾ وتنقسم الحروف التي يستخدمها فريجه إلى عدة أنواع هي كالآتي:

يستخدم الحروف A,B,C,Γ لتشير إلى القضايا*.

يستخدم الحروف T,E,D,O لتشير إلى أسماء عادية وهي تظهر في أمثله التوضيحية.

يستخدم الحروف اليونانية* للتعبير عن الدوال، فعلي سبيل المثال لكي نعبر عن دالة غير محددة وذات حجة هي A، نكتب A بين قوسين ثم يكتب الحرف اليوناني علي يسار

(1) Ibid., p. 10 n.

(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 10, and Gottlob Frege: *Philosophical and Mathematical Correspondence*, trans., By H. Kaal, Edited By G. Gabriel & H. Hermes & F. Kambartel & C. Thiel & A. Veraart, Basil Blackwell, Oxford, 1980, p. 181.

(3) Frege, G. "A brief Srvey of my Logical Doctrines/1906", in *Posthumous Writings*, pp. 200-201.

* سوف يستخدم الباحث الحروف (أ ، ب ، ج) باعتبارها حروف تشير إلى القضايا.

** يعقب فريجه علي استخدامه للأحرف اليونانية قائلا: "قمت باستخدام الأحرف اليونانية كاختصارات ، ولابد أن يربط القارئ كلاً من هذه الأحرف بمعنى مناسب حينما لا أعطى لها تعبيراً". انظر : الهامش 6 كتاب التصورات

القوسين كالأتي $\Phi(A)$ ، وتقرأ هذه الصيغة أن لـ A الصفة Φ ، أو تحوز الصفة Φ . وبالمثل يمكن أن نكتب دالة ذات حجتين بالشكل الأتي $\Psi(A, B)$ ، وتعني هذه الصيغة "دالة ذات حجتين A و B وغير محددة. وظهور A و B بين قوسين هنا يمثل ظهور A و B في الدالة بصرف النظر عما إذا كانا بمفردهم أو مجتمعين."*(1)

يستخدم الحروف الألمانية الصغيرة x, a داخل تجويف ليشير إلى فكرة السور.

النوع الثاني: علامات محددة المعنى بالكامل signs completely determinate meaning

تقوم رمزية فريجه على مجموعة كبيرة من العلامات التي أعطاها معاني محددة بدقة، وعلى الرغم من التنوع الكبير لهذه العلامات فيمكننا تقسيمها إلى مجموعتين: المجموعة الأولى يمكن أن نطلق عليها اسم المجموعة الرئيسية والمجموعة الثانية اسم المجموعة الفرعية. ولهذه التسمية أسبابها كما سيتضح من عرضنا لها.

المجموعة الأولى الرئيسية:

علامة الحكم Judgment*:



هي أول رمز أدخله فريجه في المنطق وهو رمز قصد به أن يعبر عن الحكم أو التقرير Assertion، وهو يكتب على يسار العلامة – أو مجموعة العلامات – ليشير إلى الحكم.*⁽²⁾

2- علامة المحتوي Content-stroke :

عند حذف الخط الرأسى الصغيرة عند الطرف الأيسر للخط الأفقي، يتحول الحكم إلى مجرد "تجميع للتمثيلات الذاتية a mere combination of ideas"، ولا يمكن من خلال

** ويمكن أن نقرأ الصيغة $\Psi(A, B)$ —

" أن B تقف في " "تة بين Ψ و A " أو " B نتاج تطبيق الإجراء Ψ على الموضوع الشيئي A ". انظر، Begriffsschrift, p. 24

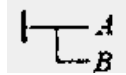
(1) Frege, G. Begriffsschrift, p. 23.

* لقد اقترح فريجه في كتابه *التصورات* أن خط الحكم يمكن أن يؤخذ على أنه معادل للمحمول المشترك لجميع الأحكام وهو حقيقة it is a fact " انظر: كتاب *التصورات* ص 13. ولكنه جاء في كتبه ومقالاته اللاحقة ليرفض هذا الرأي، ويصحح " بأن القول " إن الفكرة 5 هي عدد أولى صادقة " تساوي تمامًا الجملة " 5 هي عدد أولى " فادعاء الصدق ينشأ من صورة الجملة التقريرية. ويتضمن كل من القولين فكرة تساوي فكرة القول الآخر، ومن ثم ينتج أن علاقة الفكرة بالصدق ربما لا يمكن أن تقارن بعلاقة الموضوع بالمحمول : فقيمة الصدق لا يمكن أن تكون جزءًا من الفكرة، ولما كانت قيمة الصدق هي إشارة الجملة، وإشارة الجملة تعتمد على إشارات أجزاء الجملة فإن قيمة الصدق تظل دون تغيير عندما نستبدل بأحد مكوناتها تعبيرًا آخر له الإشارة نفسها " .

(2) Frege, G. Begriffsschrift, p. 11.

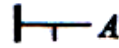
هذه العلامة أن نقرر ما إذا كان الصيغة صادقة أم لا.⁽¹⁾ ويوضح فريجه الفرق بين العلامتين بمثال.

لنقل إن: A تمثل الحكم " القطبان المغناطيسيان المتنافران يجذب بعضهما البعض ". فعندها: A — لن تعبر عن ذلك الحكم **، فهي ستعبر لدى القارئ عن فكرة الانجذاب المتبادل لقطبين مغناطيسيين متنافرين، لكي تشتق تبعات منها وتختبر بواسطتها ما إذا كانت الفكرة الموضوعية صادقة أم لا . فعند حذف الخط الرأسي فإننا نعبر عن أنفسنا بشكل تفسيري، مستخدمين عبارة " الظرف الذي The circumstance that " أو " القضية المنطقية التي The proposition that " ولا يصبح كل محتوى قضية عندما نكتب — قبل رموزها، فمثلا التمثل " منزل " لا يصبح قضية، لذلك يفرق فريجه بين المحتويات التي يمكن أن تصبح حكماً عن تلك التي لا يمكن أن تصبح كذلك.⁽²⁾



3- علامة القضية الشرطية Conditionality

وهي علامة تشير إلى تعبير مركب يتكون من قضيتين A, B وهي تقرأ من أسفل إلى أعلى.⁽³⁾ ويمكن أن تقرأ هذه الصيغة: "إذا كانت ب كانت أ". وبلغة "برنكيا" الرمزية (ب ⊃ أ).



4- علامة السلب

إذا تم ربط خط رأسي قصير بأسفل خط المحتوى، فإن هذا يعد تعبيراً عن أن المحتوى غير قائم، وتقرأ هذه الصيغة "أ غير قائمة" أو "أ سالبة". ويطلق فريجه على الخط الرأسي الصغير "خط النفي" وجزء الخط الأفقي على يمين خط النفي يمثل خط محتوى A، والجزء على يسار خط النفي يمثل خط محتوى نفي A. وإذا لم يكن هناك أي خط حكم



(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 11.

* ورد في الترجمة الإنجليزية: "لا بد أن ننتبه هنا إلى كلمتي " يدل signify " و " يعبر express " فنقول: " تعبر القضية المنطقية عن فكرة موضوعية وتدل على قيمة صدقها "، ولكن لا يمكن استخدام أي من الكلمتين مع الأحكام. ومن المؤكد أن لدينا فكرة موضوعية في الحكم، ويمكن التعبير عنها، ولكن لدينا الأهم، وهو التيقن من صدق هذه الفكرة الموضوعية. انظر الهامش 8 كتاب *التصورات* ص 11.

** ورد في الترجمة الإنجليزية: "لا بد أن ننتبه هنا إلى كلمتي " يدل signify " و " يعبر express " فنقول: " تعبر القضية المنطقية عن فكرة موضوعية وتدل على قيمة صدقها "، ولكن لا يمكن استخدام أي من الكلمتين مع الأحكام. ومن المؤكد أن لدينا فكرة موضوعية في الحكم، ويمكن التعبير عنها، ولكن لدينا الأهم، وهو التيقن من صدق هذه الفكرة الموضوعية. انظر الهامش 8 كتاب *التصورات* ص 11.


(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 12.

(3) *Ibid.*, p. 14

فلا يوجد أي إصدار لحكم. فالعلامة تحثنا على أن التمثل الخاص بأن (A) غير قائم، من دون التعبير عما إذا كان هذا التمثل صادقاً أم لا. (1)

5-علامة هوية المحتوى Identity of content: $(A \equiv B)$ —

وتعني أن الحرف B و A لهما نفس المحتوى التصوري بحيث يمكن لنا في كل مكان أن نحل A محل B والعكس⁽²⁾. وتقرأ هذه الصيغة: (أ يكافئ ب)، وينصب التكافؤ على قيمة الصدق فتكون القضيتان متكافئتين إذا كانت لهما نفس قيمة الصدق.

6-علامة التسوير **: 

يعبر عن السور بوجه عام (سواء كان كلياً أو جزئياً) بتجويف صغير وسط خط المحتوى وبداخله الحرف الألماني (a). (3)

هذه العلامات الستة هي الأساسية في رمزية فريجه، ومن خلالها يمكن أن تتشكل كل العلامات الأخرى وهو ما سنوضحه في المجموعة الفرعية. المجموعة الثانية الفرعية:

علامة السلب "النفى" المزدوج Double Negation :

يقدم لنا فريجه من السلب وعلامة هوية المحتوى بالإضافة إلى علامة الحكم رمزية السلب المزدوج وهي : $(\neg\neg a \equiv a)$ وتقرأ هذه الصيغة " أن سلب السلب إثبات. (4) وبلغة "برنكيبيا" الرمزية $(\sim\sim a = a)$

علامة الربط أو العطف Conjunction :

من السلب وعلامة الشرطية يقدم لنا فريجه رمزية العطف وهي: (1)

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, pp. 17-18.

* في كتابه *Basic Laws* تخلي فريجه عن رمز هوية المحتوى (\equiv) واستبدل به الرمز الرياضي العادي للمساواة. بعد أن تخلي عن فكرة المضمون، فقد وجد أنه ليس هناك ما يدعو لأن نستخدم رمزاً يوحي بأننا نتكلم عن الكلمات بدلاً من الأشياء، لأن رمز المساواة المستخدم في الرياضيات له المعنى الذي نحتاج إليه، فعندما نقول إن $4 = 2+2$ ، فكل من $2+2$ ، 4 يشير إلى عدد، وكل منهما اسم لذلك العدد، ولكنهما اسمان لكل منهما معنى مختلف عن الآخر، فرمز المساواة المستخدم في الرياضيات يكفيننا، لأنه يؤكد تساوي أسماء الشيء الواحد. انظر Kneal .W.: *The Development of Logic*, pp. 493-494.

(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 21.

** لم يقدم فريجه هذه العلامة بشكل منفصل ولكنه استخدمها لتعبير عن التعميم، ولكن الباحث وجد أن هذه العلامة يمكن أن تستخدم باعتبارها علامة أساسية وبلاستعانة مع العلامات الأخرى نكون التعميم والتخصيص أيضاً كما سيظهر من قراءتنا للرمزية.

(3) *Ibid.*, p. 24.

(4) *Ibid.*, p. 8.

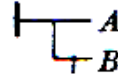


وتقرأ هذه الصيغة: "من الخطأ" إذا كانت ب كانت لا أ " وتقرأ بشكل آخر " ب و أ " وبلغة
"برنكيا" الرمزية: $\sim (ب \supset \sim أ) . = . (ب . أ)$

علامة الانفصال Disjunction :

يفرق فريجه بين نوعين من الانفصال هما:

الانفصال الضعيف: من السلب وعلامة الشرطية يقدم لنا رمزية الانفصال الضعيف⁽²⁾

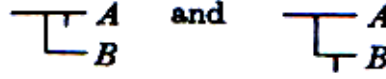


وهي :

وتقرأ هذه الصيغة: "إذا كانت لا ب كانت أ" وتقرأ بشكل آخر "إما ب أو أ"، وبلغة برنكيا

الرمزية: $(ب \supset أ) . = . (ب \vee أ)$

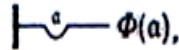
ب- الانفصال القوي: من السلب وعلامة الشرطية والعطف يقدم لنا "فريجه" رمزية
الانفصال القوي⁽³⁾ وهي:



وتقرأ هذه الصيغة: "كانت لا ب كانت أ"، وبلغة

برنكيا الرمزية: $(ب \supset \sim أ) . (ب \supset أ)$

علامة الكلية أو العمومية Generality :



من علامة التسوير وعلامة الحكم وحروف الدوال يقدم لنا "فريجه" رمز العمومية وهو:

يقول فريجه عن هذا الرمز "عند التعبير عن حكم ما يمكننا أن نعتبر تجميع العلامات

على يمين —| أنها دالة لإحدى العلامات التي تظهر فيها ، فإذا ما استبدلنا بهذه الحجة

حرف ألماني، وإذا ما قدمنا في خط المحتوى تجويهاً وضعنا فيه الحرف كما في $\Phi(a)$

فهي تمثل الحكم بأن الدالة حقيقية it is a fact أيًا كانت الحجة التي نتخذها لها".⁽⁴⁾

(1) *Ibid.*, p. 19.

(2) *Ibid.*, p. 18.

(3) *Ibid.*, p. 18.

(4) *Ibid.*, p. 24.

وتقرأ الصيغة السابقة : بالنسبة إلى كل a فإن a تحوز الصفة Φ .
ومن خلال رمز التسوير الخاص بالكلية وعلامة الشرطية يقدم لنا فريجه أربعة رموز
للقضايا الحملية البسيطة، والتي وفقًا لرمزيتها هي قضايا مركبة كالآتي:
القضية الكلية الموجبة:

من رمز التسوير الخاص بالكلية وعلامة الشرطية يقدم فريجه رمز القضية الكلية الموجبة
وهو :

$$\vdash \frac{P(a)}{X(a)}$$

وتعني هذه الصيغة " إذا امتلك الشيء الصفة X ، فإنه يمتلك كذلك الصفة P ، أو "كل X
هي P " ، أو "جميع X عبارة عن P ".⁽¹⁾
ب- القضية الكلية السالبة:

من رمز التسوير الخاص بالكلية وعلامة الشرطية بالإضافة إلى علامة السلب يقدم
"فريجه" رمز القضية الكلية السالبة وهو:

$$\vdash \frac{P(a)}{\neg \Psi(a)}$$

وتعني هذه الصيغة " ما له الصفة Ψ لا يمتلك الصفة P " أو " لا أحد من Ψ يكون P ".⁽²⁾

ج- القضية الجزئية الموجبة:
من رمز التسوير الخاص بالكلية وعلامة الشرطية بالإضافة إلى علامة السلب يقدم
"فريجه" رمز القضية الجزئية الموجبة وهو:

$$\vdash \frac{P(a)}{M(a)}$$

وتعني هذه الصيغة " بعض M تكون P ".⁽³⁾

د- القضية الجزئية السالبة:
من رمز التسوير الخاص بالكلية وعلامة الشرطية بالإضافة إلى علامة السلب يقدم فريجه
رمز القضية الجزئية السالبة وهو:

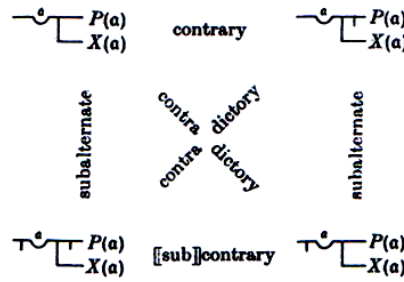
$$\vdash \frac{P(a)}{A(a)}$$

(1) *Ibid.*, p. 27.

(2) *Ibid.*, p. 27.

(3) *Ibid.*, p. 28.

وتعني هذه الصيغة "بعض \wedge ليس P". (1)
ومن خلال الأنواع الأربعة السابقة للقضايا يقدم فريجه مربع التقابل المنطقي كالتالي:



ثانيا : تحليل الروابط البسيطة والقضايا التي تربطها:

1- تحليل رابطة الكينونة "is":

بتكوين لغة جديدة، هدف فريجه إلى التخلص من حالات الغموض الملازمة للغتنا الطبيعية، وتعد رابطة الكينونة "is" من أكثر الروابط المنطقية إثارة للغموض، ليس لعدم وضوح معناها، ولكن لتعدد المعاني التي يستخدم فيها الفعل To Be فعل الكينونة. وقد أولى فريجه عناية خاصة بهذه الرابطة، فقد ناقش المعاني المختلفة لرابطة الكينونة "is" في مناسبات مختلفة، وعلى الرغم من أنه لم يقدم كل المعاني في نص واحد إلا أنه يمكننا تجميع آرائه عن رابطة الكينونة من الإشارات المتعددة الموجودة في كتابه *التصورات*، حيث يميز بين رابطة الكينونة "للحمل" و"تضمين الفئة"، وفي مقالته "حوار مع بونجر" والذي كتب قبل عام 1884، وكتابه *الأسس*، ومقالته "في التصور والموضوع الشئني"، نجد فريجه في هذه الأعمال الثلاثة يتعامل مع الاختلاف بين المحمول والوجود Existence من ناحية، ومع الاختلاف بين المحمول والهوية من ناحية أخرى*. والسؤال الآن

(1) *Ibid.*, p. 28.

* وبالرغم من كثرة تعليق فريجه على هذه الرابطة كما ظهر في مؤلفاته إلا أنها تعد مفتقدة في كتابات دامت، بل وتجاهلها معظم شراحه، وهذا أمر غريب في مواجهة حقيقة ثابتة وهي أن فريجه بتقديمه للمعاني المتعددة لهذه الرابطة قدم أساساً قوياً لها باعتبارها أحد المكونات المهمة في المنطق الرياضي، بل تأثر بتحليلاته المختلفة للرابطة "is" العديد من المناطق وعلى رأسهم بالطبع رسل وفتجنشتاين.

ما هي المعاني المتعددة التي قدمها فريجه لهذه الرابطة، وهل يعد فريجه أول من قدم هذه المعاني المختلفة للفعل To Be ؟

يميز فريجه بين أربعة معاني للرابطة "is" هي :

1- رابطة الكينونة " is " للهوية Identity (A = B) مثال " فينوس هو (أو يكون) نجم المساء".

2- رابطة الكينونة " is " للحمل Predication مثال " أفلاطون يكون فيلسوفاً".

3- رابطة الكينونة " is " للوجود Existence ويعبر عنها بطريقتين :

أ- بواسطة السور الوجودي ورمز الهوية " مثال الله موجود " " God is "

ب- بواسطة السور الوجودي ورمز الحمل مثال " هناك بشر موجودون " " There are "

human beings يعنى "هناك على الأقل بشر واحد موجود " " There is at least one human being "

4- رابطة الكينونة " is " لتضمن الفئة Class-inclusion أعنى تضمن جنس في آخر مثال "الحصان يكون حيواناً ذا أربع أرجل".

A horse is a four – legged animal

ويعبر فريجه برمزيته عن هذه المعاني الأربعة كما يلي :

1- $(A \equiv B)$

2- $\Phi(A)$

3- $(A \equiv a)$

(أ)

(ب) $\Psi(a)$

4- $P(a)$
 $X(a)$

وهناك عدة الملاحظات حول هذه الصيغ الأربعة :

تلك الصيغ التي وضعها فريجه تعد أحكاماً حيث أنها مقدمة بالرمز \vdash .

لا يعطى فريجه أهمية في نسق التصورات بالصيغة (أ) حتى مع مناقشته لها تفصيلاً في مقالته "حوار مع بونجر".

توضح هذه الصياغات أنه ليس لدى فريجه رمز يدل على الوجود، لكنه يعبر عنه بواسطة رمز التعميم مع علامتي النفي.

كل معنى مفترض لرابطة الكينونة "is" له صياغة مختلفة في منطق فريجه وهو ما يعطينا أن الصيغة (1) و(4) لهما معنيان مختلفان، وليس فقط استخدامات مختلفة لـ "is".

و يعرف فريجه الفعل "To Be" "لهوية في التصورات كالاتي: "علاقة الهوية تنطبق على أسماء لا محتويات فهي تعبر عن الظرف الخاص (الفكرة الموضوعية) بأن للاسمين المحتوى ذاته".⁽¹⁾ ويرفض فريجه في التصورات الرأي القائل: "بأن ما نتعامل معه يتعلق فقط بالتعبير وليس بالفكرة الموضوعية، وأنا لا نحتاج إلى علامات مختلفة إطلاقاً للمحتوى ذاته، ومن ثم لا نحتاج إلى أية علامة على هوية المحتوى".⁽²⁾ إلا أن فريجه يرى أن الحاجة إلى علامة على الهوية تعتمد على الاعتبارات التالية: "يمكن تحديد المحتوى ذاته بشكل تام بوسائل مختلفة، ولكن هناك حالة معينة حيث ينتج عن نفس وسيلتي التحديد النتيجة ذاتها وهي محتوى الحكم، وقبل إصدار هذا الحكم، فلا بد من تعيين اسمين مميزين يتوافقان مع وسيلتي تحديد المحتوى، لما تحدده تلك الوسائل، على أن الحكم يتطلب للتعبير عنه علامة على هوية المحتوى علامة تصل بين هذين الاسمين، وسينتج من ذلك أن وجود أسماء مختلفة للمحتوى ذاته ليس على الدوام مجرد مسألة غير ذات صلة وتعلق بالشكل، بل كون أن هناك مثل هذه الأسماء يعد هو لب الموضوع إذا ارتبط بكل منها بطريقة مختلفة لتحديد المحتوى، وفي تلك الحالة فإن الحكم الذي يمثل موضوعه هوية المحتوى يعد تأليفيًا بالمعنى الكانطي".⁽³⁾ وهناك سبب آخر لتقديم هذه العلاقة "فمن المناسب أحياناً أن نقدم اختصاراً لتعبير مطول، وهكذا فعلينا أن نعبر عن هوية المحتوى والتي تجمع بين الاختصار والشكل الأصلي وهنا نعني: $(A \equiv B)$ — أن العلاقة A والعلاقة B لها نفس المحتوى التصوري بحيث يمكن لنا في كل مكان أن نحل B محل A والعكس".⁽⁴⁾

أما بالنسبة إلى المعنى الثاني الذي قدمه فريجه للفعل "is" فهو الحمل ومعبّر عنه بالصيغة الثانية $\Phi(A)$ — وهي تعني "أن لـ A الصفة Φ ".⁽⁵⁾ ولم يوضح فريجه الفرق بين "is" في الهوية و "is" في الحمل في كتابه التصورات وإنما ابرز هذا الفرق في مقالته "في التصور

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 20.

(2) *Ibid.*, p. 23.

(3) *Ibid.*, p. 23.

(4) *Ibid.*, p. 23.

(5) Frege, G. *Begriffsschrift*, pp. 23-24.

والموضوع الشئ " بالشكل الآتي: " من المؤكد أن المرء يمكنه أن يتأكد من شيء ما " بأنه الإسكندر الأكبر "is Alexander the Great" أو " أنه العدد أربعة is the number four " أو " أنه كوكب الزهرة is the Planet Venus " أو " أنه أخضر it is green " أو أنه حيوان ثدي is it a mammal " ؟ إذا كان أحد يفكر بهذه الطريقة، فهو لا يميز بين استخدامات كلمة "is". ففي آخر مثالين تعتبر رابطة Copula مجرد علامة فعلية للحمل، وفي الأمثلة الثلاثة الأولى على الجانب الآخر فإن "is" تستخدم مثل علامات المساواة "Equals" في الرياضيات للتعبير عن الهوية أو التساوي ففي الجملة " نجمة الصباح هي الزهرة " the morning star is Venus لدينا اسما علم نجمة الصباح والزهرة وذلك لنفس الموضوع، أما الجملة "نجمة الصباح كوكب"، نجد أن لدينا اسم علم وهو "نجمة الصباح" وكلمة دالة على تصور وهي "كوكب"، وفيما يتعلق بالجانب اللغوي فقط، فلم يتغير شيء سوى أن "الزهرة استبدلت بكوكب"، إلا أن العلاقة أصبحت مختلفة كلية، ففي الجملة الأولى الصيغة قابلة للقلب، ولكن العلاقة الخاصة بموضوع مندرج تحت تصور علاقة غير قابلة للقلب⁽¹⁾.

ويستنتج فريجه من المثال السابق أن هناك اختلافاً بين الرابطة "is" (تكون أوهي) في القضية الحملية وقضية الهوية، فالرابطة في القضية الحملية تدل على الحمل بينما تدل في قضية الهوية على المساواة.

أما بالنسبة إلى "is" في تضمن الفئة، فإن فريجه يعتبرها علاقة بين تصورات من المستوى الثاني وهو يسميها علاقة التبعية (الإلحاق) Subordination*. ويفرق بين هذه العلاقة وما اسماء (الحكم العام) Subsumption وهو يعنى بهذا المصطلح شيئاً مصنفاً ضمن فئة أكبر، ويقدم المثال التالي لتوضيح الفارق: " عندما أقول " كل الناس فانون " فإني لا أقصد أن أقرر شيئاً يتعلق بزعيم قبلي من أدغال أفريقيا لا أعلم أنا عنه شيئاً ولا أقصد بهذا أيضاً رجلاً بعينه، بل ما أقصده هو أن ألحق التصور إنسان بالتصور الخاص بما هو فان، ففي الجملة " أفلاطون فان " يكون لدينا مثال من حكم عام هو في جملة " كل الناس فانون " ⁽²⁾.

(1) Frege, G. "On Concept and Object/1892", in *The Philosophical Writings of Gottlob Frege*, p. 44.

*يري فريجه أن هذه العلاقة تظهر في التعبيرات التي تحتوي على كلمات مثل "كل" و "لا" و "بعض".

(2) Frege, G. "Logic in Mathematics/1914", in *Posthumous Writings*, p. 213.

ووفقاً لرأي فريجه فإن رابطة الكينونة في تضمن الفئة والتي تعبر عن الإلحاق ليس لها قوة وجودية ولا توجي بوجود أية موضوعات ، وهذا واضح من الصيغة الرمزية التي يستخدمها فهي تشير إلى الشرطية التي لا تشير إلى أي موضوعات وجودية.

هذه هي التعريفات التي قدمها فريجه لرابطة الكينونة "is" وهي تتشابه إلى حد كبير مع التعريفات التي قدمها رسل في هامش كتابه *أصول الرياضيات* (1903) فيقدم رسل المعاني التالية لرابطة الكينونة "is":

رابطة الكينونة "is" للوجود أعنى أن الرابطة "is" تؤكد الوجود مثال "أ يكون".
رابطة الكينونة "is" للهوية .

رابطة الكينونة "is" للحمل مثال " أ يكون إنساناً "

رابطة الكينونة التي تقارب الهوية مثال " أ يكون رجلاً ".⁽¹⁾

وفي كتابه *معارفنا عن العالم الخارجي* (1914) يركز رسل على الفارق بين الحمل وتضمن الفئة، ويلاحظ أن بيانو وفريجه بيّنا الاختلاف المهم بين أشكال جمل مثل "سقراط يكون مخلوقاً " و "كل الناس مخلوقون".⁽²⁾ ويفترض رسل أن كلاً من بيانو وفريجه قد ميزا بين المباحث العقلية الفنية ووصلا إلى منطقها عن طريق التحليل الرياضي، وإن كان عملهما ذا أهمية فلسفية هائلة.

وفي كتابه *فلسفة الذرية / المنطقية* يستخدم رسل نفس الفارق الذي قدمه فريجه في مقالته "في التصور و الموضوع الشئ" فيميز بين معنيين للفظ " يكون " أو "هو" ، فلفظ " يكون" الذي يرد في الجملة "سكوت هو مؤلف ويفرلي" يعبر عن الهوية، أي الكائن الذي يسعى سكوت متطابق مع مؤلف ويفرلي، ولكن حين أقول: " سكوت يكون فانياً " فإن " يكون" هنا تعبر عن الحمل وهو مختلف تماماً عن " يكون" الخاصة بالهوية.⁽³⁾

2- تحليل رابطة السلب :

يعد السلب إحدى الأفكار ذات الأهمية الكبرى في منطق وفلسفة فريجه، فمن الناحية المنطقية تعود أهمية هذه الرابطة إلى أمرين :

(1) Russell, B. *The Principles of Mathematics* (1903), George Allen & Unwin Ltd., London, 1950 p. 64 n.

(2) Russell, B. *Our Knowledge of the External world as a field for scientific method in philosophy* (1914), George Allen & Unwin Ltd., London, 1952, p. 50.

(3) أ.د./ محمد مهران رشوان *فلسفة رسل ص. 288* وانظر تطبيق الفرق بين المعنيين في نظرية الأوصاف من ص 289 إلى 292 نفس المرجع السابق.

أ- أنها إحدى الفكرتين الأوليتين التي استخدمها فريجه في بناء النسق الاستنباطي في كتابه *التصورات*. ب- أنها استخدمت في تعريف العلاقات الكائنة بين الروابط المنطقية الأخرى. أما من الناحية الفلسفية - ونقصد بذلك فلسفة المنطق - فقد قدم فريجه العديد من الإجابات المتعلقة بالإشكاليات التي تثيرها فكرة السلب. وبالرغم من كثرة تعليقاته على هذه الرابطة كما ظهر في مؤلفاته ومنها *التصورات* و"الأفكار المركبة" و"المنطق" و"استطلاع موجز لمبادئ المنطقية"، بالإضافة إلى الحوار الفلسفي الذي قدمه في مقالته "السلب" وهو القسم الثاني من كتابه *بحوث منطقية*، نقول بالرغم من ذلك، فإن تحليلاته لهذه الفكرة تجاهلها معظم شراحه أيضاً.

قدم فريجه في كتابه *التصورات* التعريف المنطقي لرابطة السلب دون مناقشة لها، فقد اكتفى بالقول "أن القضية A سالبة" تعني أن "من الكذب أن نقول A" أو "أن A غير قائمة".⁽¹⁾ ويعرف الدالة السالبة بالآتي: "الفكرة الموضوعية - بطبعها - لا تحتاج إلى تنمة؛ فهي مكتفية بذاتها بينما يحتاج السلب (النفي) إلى تنمة عبر الفكرة الموضوعية، ويختلف المكونان تماماً من حيث النوع ويسهمان بصورة مختلفة في تشكيل الكل. فأحدهما يتمم، أما الآخر فهو تام. وبهذه التنمة يحتفظ الكل بتماسكه ولكي نستحضر في اللغة الحاجة إلى تنمة، يمكن أن نكتب (سلب) فيشير هذا الفراغ إلى موضع إدراج التنمة".⁽²⁾

وفي مقالته "المنطق" يوضح الصعوبات الناتجة عن استخدام أدوات النفي في اللغة العادية للتعبير عن السلب والتمييز بين القضية الموجبة والقضية السالبة، "حيث إن استخدام أداة النفي "ليس not" في اللغة العادية يعد معياراً لا يمكن الاعتماد عليه، وهناك حروف وأدوات نفي أخرى ومنها "غير no" والبادئة "غير un" التي تضاف إلى الصفة ولو قارنا بين "غير مرض unsatisfactory" و "سيئ bad" لوجدنا أنهما قريبان جداً في المعنى".⁽³⁾ لذلك فالأمل ضعيف - كما يرى - في أن نقسم القضايا الآتية إلى أي فئة من الفئتين الموجبة والسالبة. 1- هذا العمل سيئ. و2- هذا العمل مرض إلى الفئة الأولى الموجبة وأن نرجع تلك التي تحتويها الجمل 3- هذا العمل غير سيئ، و4 - هذا العمل غير مرض، إلى الفئة الثانية السالبة. فليس بوسعنا أن نحدد الإطار الذي نفترض فيه أن الجملتين الأولى والثانية وثيقتا الصلة بشكل يفوق الصلة بين الجملة الأولى والرابعة".⁽⁴⁾

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, pp.17-18.

(2) Frege, G. "Logic, 2 1897", in *Posthumous Writings*, p.151.

(3) *Ibid.*, p.150.

(4) *Ibid.*, p.150.

كما أن هناك حقيقة أخرى- كما يرى- تفرض صعوبة في التمييز بين القضية الموجبة والقضية السالبة بناء على أدوات النفي في اللغة العادية، وهي " أن أدوات النفي قد تظهر في مواضع أخرى خلاف محمول الجملة، وأن مثل تلك الأدوات لا تلغي بعضها البعض، ومن أمثلة ذلك : " ليست كل الأعمال الفنية غير ناجحة "، حيث إننا لا يمكن أن نقول بدلاً عن ذلك " كافة الأعمال الفنية ناجحة "، ولا أن نحل " كل من يعمل بجد ينال ما يستحقه " محل " كل من لا يعمل بجد لا ينال ما يستحقه " ⁽¹⁾ كما أن البادئة " غير un " لا تستخدم دومًا في النفي فلا وجود لاختلاف في المعنى بين " غير سعيد " و " نعيم " حيث إننا هنا أمام كلمة تمثل معكوس " سعيد " ومع هذا فهي ليست نفيًا ؛ ولذلك فإن الجملتين "الرجل ليس غير سعيد " و " الرجل سعيد " لهما نفس المعنى ⁽²⁾.

وينتهي فريجه من مناقشته لأدوات النفي في اللغة العادية إلى القول :

من غير المجدي أن نبذل الكثير من الجهد في إيجاد الحلول لهذه الأدوات، وأنني لا أعلم بقانون منطقي يختص بالحكم على تقسيم الأفكار الموضوعية إلى موجبة وسالبة (مثبتة ومنفية)، فعلينا إذن أن ندع الأمور تأخذ مجراها حتى يأتي وقت يتضح فيه لنا أن لكل تقسيم صورته وهكذا يكون من الطبيعي أن نتوقع ظهور معيار يتأثر به التقسيم ⁽³⁾.

ويقدم فريجه في *التصورات* الرمز " **TTa** " للتعبير عن قانون السلب المزدوج الذي اعتبره بديهية يقول : " إن **TTa** " تعني سلب السلب، ومن ثم إثبات a، لذا فإن (a) لا يمكن أن تنفي ويتم إثبات **TTa** في نفس الوقت، فسلب السلب إثبات ⁽⁴⁾.

وما اعتبره بديهية في كتابه *التصورات* يقدم له برهانًا في مقالته "السلب" فيبرهن على هذا القانون بالاستدلال الآتي: " إذا كانت (أ) فكرة لا تنتهي إلى الخيال، فإن سلب (أ) لا ينتهي إلى الخيال بدوره، وفي تلك الحالة نجد أنه من الفكرتين : (أ) وسلب (أ) هناك واحدة فقط هي الصادقة، وبالمثل إذا كانت الفكرتان : السلب (أ) وسلب سلب (أ) هناك واحدة فقط هي الصادقة، فالسلب لـ (أ) إما أن يكون صادقاً أو غير صادق، ففي الحالة الأولى لا يكون (أ) أو سلب سلب (أ) صادقاً. وفي الحالة الثانية كل من (أ) وسلب سلب (أ) صادق، وهكذا نجد أن الفكرتين : (أ) وسلب سلب (أ) – إما يكونان صادقين معاً أو

(1) *Ibid.*, p. 150.

(2) *Ibid.*

(3) *Ibid.*

(4) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 45.

كاذبين معاً ويمكن أن أعبر عن هذا كالاتي : لا يبدل تغليف الفكرة الموضوعية بسلب مزدوج من قيمة صدقها".⁽¹⁾

ثالثاً : تحليل القضايا المركبة وروابطها تعريف القضايا المركبة

ما نطلق عليه الآن قضايا مركبة يطلق عليه فريجه أفكار موضوعية مركبة Compound Thoughts ويقصد بها " فكرة مؤلفة من أفكار موضوعية، ولكنها لا تتألف من أفكار موضوعية فقط، بل تحتاج إلى أداة ربط، والفكرة الموضوعية تامة ومشبعة، أما أداة الربط فغير مشبعة، ولا بد أن تكون الفكرة المركبة ممثلة للفكرة الموضوعية ذاتها أي أن تكون شيئاً صادقاً أو كاذباً".⁽²⁾ ويرفض فريجه استخدام مصطلح الجمل المركبة للإشارة إلى ما يقصده من الفكرة الموضوعية المركبة والسبب في ذلك، " أن قواعد اللغة الطبيعية تعترف بجمل لا يقر المنطق بأنها جمل منطقية لكونها لا تعبر عن أفكار موضوعية".⁽³⁾

ويميز فريجه بوجه عام بين نوعين من القضايا المركبة، "فعندما يكون لدينا فكرة موضوعية مركبة تتألف من سابق ولاحق** يكون لدينا حالتان لا بد لنا من التمييز بينهما الحالة الأولى : قد يكون لكل من السابق واللاحق فكرة كاملة (تامة) تكون بمثابة معناه. وعندئذ يكون لدينا – قبل ذلك وفوقه – فكرة موضوعية تعبر عنها الجملة المركبة برمتها، ولكن نعرفنا على أن الفكرة صادقة لا يعني نعرفنا لا على صدق السابق ولا على صدق اللاحق. أما الحالة الثانية فهي التي لا يكون فيها للسابق ولا للاحق معنى في حد ذاته، إلا أن القضية المركبة برمتها إنما تعبر عن فكرة موضوعية، وهي فكرة ذات طابع عام. وفي مثل

(1) Frege, G. " Negation", in *Logical Investigations*, trans., By P.T.Geach & R. H. Stoothoff, Basil Blackwell, Oxford, 1977, p. 53.

(2) Frege, G. "Compound Thoughts", in *Logical Investigations*, p. 56.

* من أمثلة هذه الجمل -كما يري فريجه - أشباه الجمل، حيث إن أشباه الجمل التابعة والتي يتم فصلها عن شبه الجملة الرئيسي، لا يمكننا أن نحدد ما نفترض أن يشير إليه الضمير، وهنا لا تحتوي شبه الجملة على معنى يمكن البحث في صدقه، أي أن معنى شبه الجملة المنفصل لا يمثل فكرة موضوعية، وهكذا فعلينا ألا نتوقع كما يقول فريجه من جملة مركبة تتألف من شبه جملة رئيسي وآخر تابع أن يكون معناها فكرة موضوعية مركبة.

(3) *Ibid*, p. 56.

** استخدم الباحث المصطلحين سابق ولاحق للتعبير عن مكوني الفكرة الموضوعية المركبة بوجه عام وسوف يتغير المصطلحان في حالة أنواع القضايا المركبة وفقاً لرابطة فنحل المقدم والتالي ، في القضية الشرطية والمعطوف الأول والثاني ، في القضية العطفية والبديل الأول والثاني في القضية الانفصالية .

هذه الحالة يكون لدينا علاقة، ليس بين أحكام أو أفكار، بل بين تصورات ويطلق على العلاقة هنا اسم علاقة التبعية⁽¹⁾.

يتضح من أقوال فريجه أن الحالة الأولى تمثلها القضايا المركبة العادية المكونة من قضيتين حمليتين بينهما رابطة، والتي تبعاً للرابطة تنقسم القضية المركبة إلى عدة أنواع، أما الحالة الثانية فهي القضية الكلية في المنطق التقليدي والتي وفقاً لتحليله لها فهي قضية مركبة وليست قضية بسيطة، وستناول الآن الحالة الأولى وأنواعها ثم نتبع ذلك بتحليل الحالة الثانية.

2- القضية الشرطية وعلاقتها باللزوم الفرجي

تعرف القضية الشرطية بأنها قضية مركبة من قضيتين يجمع بينهما الكلمة "إذا" وهي التي توضع قبل المقدم و"إذن"، وهي التي توضع قبل النتيجة، ولهذه القضية أسماء عديدة فيطلق عليها افتراضية و"لزومية" أو "الجملة اللزومية"، وفي القضية الشرطية التصريح الواقع بين "إذا وإذن" الأول يسمى المقدم أو نادراً الشرط، والثاني الذي ينتج عن أو يلزم عن إذن يسمى التالي أو نادراً يسمى فعل الشرط.⁽²⁾ والمعنى الأساسي للقضية الشرطية يتمثل في تأكيد اللزوم القائم بين مقدمها وتاليها، وتحتوي القضية الشرطية على عدة أنماط من اللزوم تطابقها معانٍ مختلفة لـ (إذا ... إذن) التي تمثل البناء المنطقي للقضية الشرطية فقد تحتوي القضية الشرطية على (اللزوم المادي) و(اللزوم المفهومي) و(اللزوم السببي) و(اللزوم التعريفي) و(اللزوم الدقيق) ومن بين هذه الأنواع المتعددة للزوم المتضمن في القضية الشرطية قدم فريجه ما يعرف الآن (باللزوم المادي) الذي يعرفه في كتابه *التصورات* بالآتي: "إذا كان A و B يمثلان محتويات يمكن أن يصبحا حكمين فإن هناك هذه الاحتمالات الأربعة :


A مثبتة و B مثبتة.

A مثبتة و B منفية.

A منفية و B مثبتة.

A منفية و B منفية.

والآن الصيغة:



(1) Frege, G. "Notes for Ludwig Darmstaedter/1919", in *Posthumous Writings*, pp. 253-254.

(2) Copi. I. M. *Introduction to Logic*, Macmillan Publishing Co Sixth Edition, 1982, p. 290.

تمثل الحكم بأن ثالث هذه الاحتمالات غير قائم does not take place، أما الاحتمالات الثلاثة الباقية فإنها قائمة⁽¹⁾. ويعني هذا التعريف أن علاقة اللزوم المادي تكذب في حالة واحدة وهي "صدق المقدم وكذب التالي". ويقدم فريجه تحليلاً لهذا التعريف قائلاً:

"إذا كانت الصيغة \vdash_B^A برمتها منفية فهذا يعني أن ثالث احتمال قائم"⁽²⁾. أما "إذا كانت الصيغة السابقة برمتها مثبتة، فيستخلص فريجه منها أموراً ثلاثة هي:

"إذا كانت A مثبتة، فعندها يكون محتوى B بكامله غير مهم أو غير أساسي immaterial فمثلاً، لتكن $A \rightarrow B$ تمثل القضية (21=7×3) و B الطرف الخاص بشروق الشمس، فعندها يمكن تحقيق الحالة الأولى والثانية فقط من الأربع حالات المذكورة، ولا حاجة لوجود علاقة ارتباط سببية بين المحتويين"⁽³⁾. ما يقصده فريجه من هذه الحالة أن معرفة صدق التالي (أ) يجعلنا نقرر صدق علاقة اللزوم المادي بغض النظر عن معرفة قيمة صدق المقدم (ب).

"إذا كانت B منفية، فعندها يكون محتوى A غير مهم. فمثلاً، لتكن B ممثلة للطرف الخاص بإمكانية الحركة المستديرة و A ممثلة للطرف الخاص بلا تناهي العالم، فإن الحالتين الثانية والرابعة هما فقط الممكنتان، ولا حاجة إلى وجود صلة سببية بين A و B"⁽⁴⁾. ما يقصده فريجه من هذه الحالة أن معرفة كذب المقدم (ب) تجعلنا نقرر صدق علاقة اللزوم المادي بغض النظر عن معرفة قيمة صدق التالي (أ).

"يمكننا إصدار الحكم التالي:

$$\vdash_B^A$$

من دون معرفة ما إذا كان A و B مثبتين أم لا. فمثلاً، لتكن B ممثلة للطرف الخاص بكون القمر في تعامل مع الشمس و A ممثلة لكون القمر يظهر على شكل شبه دائرة، فعندها يمكن أن نحول \vdash_B^A بواسطة الرابط "إذا" إلى "إذا كان القمر في تعامل مع الشمس، يظهر القمر على شكل شبه دائرة"⁽⁵⁾.

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, pp. 13-14.

(2) *Ibid.*, p.14.

(3) *Ibid.*, p.14.

(4) *Ibid.*, p.14.

(5) *Ibid.*, p.14.

ويلاحظ أن فريجه يتعامل مع اللزوم الذي قدمه على أنه يماثل كلمات (إذا ... إذن ...) في اللغة العادية في حالة واحدة فقط، يشير إليها بقوله: "فترضاً أنه يمكننا تأكيد القضية الشرطية المحتوية على (ب ، أ)، إلا أننا لا نعرف إذا ما كانت (ب ، أ) مثبتة أم منفية، في هذه الحالة فاللزوم سوف يتطابق مع "إذا كان... إذن..." في اللغة العادية، إلا أنه يعقب على ذلك قائلاً: "فالصلة السببية المتأصلة في "إذا" لا يتم التعبير عنها بالرموز، حتى لو كانت مثل هذه الصلة تقدم الأساس لحكم من النوع الذي ندرسه الآن".⁽¹⁾

وفي مقالته "مقدمة في المنطق" عام 1906 ومقالته "استطلاع موجز لمبادئ المنطقية" عام 1906 يبين إحباطه بسبب تجاهل تعريفه للزوم الذي قدمه في *التصورات* قائلاً: "لو كانت لدينا فكرتان لكانت أماناً أربعة احتمالات ممكنة:

1- أن الأول صادق والثاني صادق بالمثل.

2- الأول صادق والثاني كاذب.

3- الأول كاذب والثاني صادق.

4- الأول والثاني كلاهما كاذب.

والآن إذا كان ثالث هذه الحالات غير جائز، فإن العلاقة التي أشرت إليها بالضرب الشرطي "يقصد اللزوم المادي" يتم الحصول عليه، والجملة المعبرة عن الفكرة الأولى هي التالي، والجملة المعبرة عن الفكرة الثانية هي المقدم، ولقد مضى الآن ما يقرب من 28 عاماً منذ أن قدمت هذا التعريف. ولقد اعتقد في ذلك الوقت، أنني لست بحاجة إلا أن أشير إلى ما أشرت إليه، لأن غيري كان سرعان ما سيعرف المزيد عن هذه العلاقة أكثر مما فعلت، والآن وبعد مرور ما يزيد عن ربع قرن فإن السواد الأعظم من الرياضيين لم يكن لديهم ميل لتناول هذه العلاقة، وسلك المناطقة نفس الطريق، ياله من عناد!⁽²⁾

3- تحليل القضية العطفية

يعرف فريجه القضية العطفية بأنها "فكرة موضوعية مركبة من فكرتين يجمع بينهما أداة الربط (و).⁽³⁾ وفي كتابه *التصورات* يقدم لنا شروط صدق "الدالة العطفية" والتي اعتبرها فكرة معرفة في النسق حيث تم تعريفها من خلال الفكرتين الأوليتين "السلب" و"اللزوم

(1) *Ibid.*, p. 14.

(2) Frege, G. "Introduction to Logic/1906", in *Posthumous Writings*, p. 186 and Frege, G. "A Brief Survey of My Logical Doctrines/1906", in *Posthumous Writings*, p. 198-199-200.

(3) Frege, G. "Compound Thoughts", p. 57.

الفريجي"، فيشير إليها بالعلامة $\frac{A}{B}$ وهي تعني "أن كل من A و B حقيقتين Both A and B are facts⁽¹⁾.

وما يقصده فريجه من هذا التعريف أن الدالة العطفية تصدق في حالة واحدة فقط وهي صدق المعطوفين معاً، ويمكن التعبير عن التعريف السابق برمزية برنكيبا علي النحو الآتي : (ب . أ) . = . ~ (ب ~ أ) . ووفقاً لشروط صدق الدالة العطفية رأي أنه يمكننا "أن نتبين ببساطة أن (ب و أ) لها نفس معني (أ و ب) من دون برهان"، أي أن تغير ترتيب المعطوفين لا يغير من المعني شيئاً طالما أن (و) العطف تدل على مجرد الاشتراك في الصدق⁽²⁾. ويعترض ستراوسون على هذا التعريف الذي قدمه فريجه وأخذ به رسل، فيذهب في كتابه مقدمة لنظرية منطقية عام 1952، إلى أن العيب الرئيسي لهذا التعريف هو أن شروط صدق القضية العطفية تظل واحدة مهما غيرنا موضع المعطوفين، وانطلاقاً من نزعه السياقية في المعني أكد أن شروط صدق الصيغة (ب و أ) متغير من الناحية السياقية، فهي في سياق تعني الترتيب الزمني، وفي سياق آخر، تعني العلاقة السببية ويمكننا أن نوضح فكرة ستراوسون بالأمثلة الآتية :

تزوج وليد وفاطمة وأنجبا عدداً من الأطفال.

دخل خالد الامتحان ونجح فيه.

هنا نجد أن (و) العطف في مثل هذه القضايا تستلزم "الترتيب أو التعاقب الزمني" فإنجاب الأطفال جاء بعد الزواج، والنجاح في الامتحان جاء بعد دخوله، ومن ثم فإن عكس الترتيب الزمني يجعل القضيتين السابقتين كاذبتين.

أنجب وليد وفاطمة عدداً من الأولاد وتزوجا.

نجح خالد في الامتحان ودخله .

بالإضافة إلى ذلك فإن (و) العطف قد تعني في معناها الحرفي العلاقة السببية.

تجرع سقراط السم ومات .

فموت سقراط جاء نتيجة لتجرع السم وليس من المعقول القول مات سقراط وتجرع السم، ويخلص ستراوسون إلى نتيجتين مهمتين: أولهما أن القضية العطفية غامضة، ويمكن تفسيرها بطرائق متنوعة، والأخرى هي أن شروط (ب و أ) ليست ثابتة وفقاً للقاعدة

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, p.19.

(2) Frege, G. "Compound Thoughts", p. 59.

التي يضعها منطق القضايا، وإنما تعتمد شروط صدق العطف على السياق، ولذلك يقرر ستراوسون أن منطق الزمان يفتقر إليه منطق القضايا ⁽¹⁾.

والمدهش حقاً في معالجة فريجه للقضية العطفية وأداة الربط (و)، أنه أدرك قبل ستراوسون بنحو 20 عاماً ما يمكن أن يوجه إلى تعريفه من انتقادات كالتى وجهها ستراوسون، فنجد أنه يؤكد على أن أداة الربط (و) والمستخدم في تعريف القضية العطفية تستخدم في منطق القضايا بشكل خاص، "فهي مستخدمة كأداة وصل بين فكرتين موضوعيتين، والفكرة الموضوعية هي الشيء الذي إما أن يكون صادقاً أو كاذباً" ⁽²⁾. فاستخدامها لا يرتبط بالمعنى أو السياق وإنما بقيم الصدق؛ لذلك "فهي محددة الوظيفية وغير مشبعة بالنظر إلى استخدامها كرمز" ⁽³⁾. ولذلك يقرر "أن هناك اختلافاً لا مفر منه حينما نستخدم الرمز (و) في التعبير عن الظواهر الزمانية المكانية وبين استخدامها في عالم الأفكار الموضوعية" ⁽⁴⁾. "فالمعنى المعطى لـ (و) لا يتفق دوماً مع الاستخدام المعتاد، وهنا لابد أن نلاحظ أن في تحديدنا للتعبيرات العلمية لا يمكننا أن نتفق بدقة على ما يتم استخدامه في الحياة العادية، فهو في أغلبه لا يناسب الغرض العلمي، حيث نحتاج إلى تعريفات أكثر دقة، ونجد في مجال المنطق أن الأفكار الجانبية (كالتى يقولها ستراوسون) قد تمثل تشبهاً للانتباه" ⁽⁵⁾. "فليس من أهداف المنطق استخدام الزمان والمكان في تناوله لهذه الرابطة (و)" *.

4 - تحليل القضية الانفصالية ونوعيتها

(1) د/ صلاح إسماعيل: "نظرية المعنى في فلسفة بول جرايس" الدار المصرية السعودية 2005 ص 84-85.

(2) Frege, G. "Compound Thoughts", p. 58.

(3) *Ibid.*, p. 59.

(4) *Ibid.*, p. 59.

(5) *Ibid.*, p. 64.

* ما يقوله فريجه عن الأداة (و) يعممه على كل من (إذا... فإن...) و (إما... أو...) فيرى أنه "من الممكن أن تنشأ شكوك حول هذه الأدوات. فقد يرى البعض أنها لا تتسق مع الاستخدام اللغوي. ونرد بالقول بأنه لابد من التركيز مجدداً على أن من حق العلم أن تكون له مصطلحاته الفلسفية الخاصة، والتي لا يمكن أن تتماشى دوماً مع اللغة العادية. وهنا أرى أشد صعوبات الفلسفة بادية للعيان: حيث إن أدواتها المتاحة. وهي تحديداً اللغة العادية. لا تتناسب بالكامل مع هذا الغرض، فقالها محكوم بمتطلبات تختلف تماماً عن متطلبات الفلسفة. وهكذا حال المنطق حيث أنه ملتزم من الأساس بصياغة أداة عملية مما هو متاح له. ولهذا الغرض فهو من البداية لا يجد سوى القليل المتاح في سبيل توفير الأدوات القابلة للاستخدام في غرضه هذا".

انظر p.69 Compound Thoughts in *Investigations* Frege, G.

يعرف فريجه القضية الانفصالية بأنها " فكرة موضوعية مركبة من فكرتين موضوعيتين بينهما أداة الربط (أو). (1) ويتوقع "فريجه" ما قد يوجه إليه من انتقادات نتيجة استخدامه لهذه الرابطة ، لذلك يذهب إلى القول : " بسبب ما قد يقال عن استخدامنا لـ (أو)، فإن من الممكن لنا القول "أن فريدريك الأكبر انتصر في معركة روسباخ، أو 2 أكبر من 3 " وهو ما يؤدي إلي أن نقول لأنفسنا، ما الصلة هنا بين معركة روسباخ وهراء أن 2 أكبر من 3 ؟ ويمكننا الإجابة بأن 2 أكبر من 3 " جملة كاذبة، وليست هراء : فلا فارق في المنطق بين إذا كان كذب الفكرة الموضوعية سهلاً أو صعب الاستدلال عليه، فنحن نفترض عادة في الجمل التي تربط بينها (أو) أن معنى إحداها له علاقة بمعنى الأخرى، وأن هناك علاقة من نوع ما بينهما . وقد تكون مثل هذه العلاقة قابلة للتحديد في حالة معينة، إلا أن الحالات المختلفة تحمل علاقات مختلفة، وهكذا يكون من المحال أن نحدد بدقة علاقة معنى يمكن أن يرتبط دوماً بـ (أو). (2)

وفي /التصورات يقدم لنا تعريف الدالة الانفصالية عن طريق السلب واللزوم مميزاً فيها بين معنيين للرابطة (أو) المعنى الضعيف والمعنى القوي:

المعنى الضعيف: ويرمز إليه بالعلامة \vdash^A_B

التي تعني: " أن الحالة التي فيها A منفية وسلب B مثبتة لا تظهر " أو أن A و B لا يمكن أن يكونا معاً منفيين " وتبقى فقط الاحتمالات التالية:

A مثبتة و B مثبتة.

A منفية و B منفية.

A منفية و B مثبتة. (3)

أي أن الانفصال الضعيف يكذب في حالة واحدة فقط وهو كذب البديلين.

المعنى القوي: ويرمز إليه بالعلامة \vdash^A_B and \vdash^A_B

وتعني هذه الصيغة "أن التعبير " A أو B " يجمع كلا من العلامتين فلا وجود لاحتمال ثالث. إلى جوار " A و B " كما أن A و B يستبعد كل منهما الآخر. وعندها يظل من بين الاحتمالات

(1) *Ibid.*, pp. 63-64.

(2) *Ibid.*, p. 65.

(3) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 18.

الأربعة احتمالات فقط: A مثبتة وB منفية وA منفية وB مثبتة.⁽¹⁾ أي أن الانفصال القوي يكذب في حالة صدق البديلين معاً أو كذبهما معاً. ولقد استخدم فريجه في نسق التصورات الانفصال بالمعني الضعيف فنجده يقول: "أن من بين المعنيين اللذين استخدم بهما التعبير "A أو B" فإن الطريقة الأولى التي لا تستبعد الوجود المشترك لـ A و B هي الأهم، وسوف نستخدم (أو) بهذا المعنى".⁽²⁾

5- تحليل القضايا العامة

القضايا العامة عند فريجه هي القضايا التي تناظر القضية الكلية في المنطق الأرسطي، أي تلك التي تدور حول "كل، جميع"، وهناك فارق كبير بين تفسير فريجه للقضايا العامة وتصور المنطق التقليدي للقضايا الكلية سيتضح ذلك من خلال التحليل الذي قدمه فريجه. كان من المسلم به في المنطق الأرسطي، أن كل حكم يتكون من موضوع ومحمول وهذا المبدأ ينطبق على قضايا مثل "سقراط إنسان" كما ينطبق على القضايا العامة "كل إنسان فان" إلا أن فريجه رأى أن القضية الثانية تحتوي على:

1 - قضية شرطية متصلة.

2- أن سورها يمتد نطاقه ليشمل القضية بأكملها وليس الموضوع فقط.

فبالنسبة إلى النقطة الأولى فقد رأى أن القضية "كل إنسان فان" ذات تركيب قضوي داخلي وهذا التركيب هو نتيجة لكونها تحتوي بالفعل على قضايا متعددة، ومن ثم فإنه يفسر القضية "كل إنسان فان" بوصفها قضية مركبة، ووفقاً له فالقضية السابقة تكتب: "إذا كان شيء ما إنسان إذن فإنه فان"⁽³⁾

ولقد رأى أنه من الطبيعي أن نحكي مناهج علم الحساب من خلال اختيار حروف تشير إلى الأجزاء الدالة في الجملة السابقة فنعبر عنها بالآتي:

" إذا كان (أ) بشراً فإن (أ) فان "

ويرى فريجه أننا ننتقل من العام إلى الخاص من خلال استبدال الحروف مثل (أ) باسم علّم مثل "نابليون" فنحصل على:

" إذا كان نابليون بشراً، إذن نابليون فان "

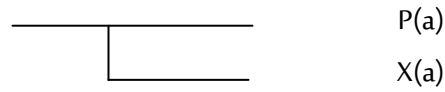
(1) *Ibid.*, p.18

(2) *Ibid.*, p. 19

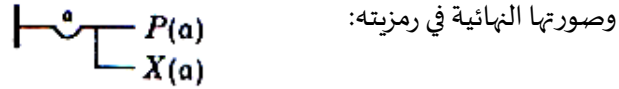
(3) Currie, G. *Frege. An Introduction to His Philosophy*, p. 20.

وتتألف القضية السابقة من شرط وجواب الشرط، والشرط هنا "نابليون بشر"، أما جواب الشرط فهو "نابليون فإن" على أن جملتنا المركبة لا تشتمل على وجود لـ "نابليون بشر" ولا وجود لـ "نابليون فإن".⁽¹⁾

وباستخدام مصطلح الدالة والحجة للتعبير عن مثل هذه القضية فإن فريجه يرمز لـ "إنسان" و "أ فإن" بالرمزين $P(a)$ ، $X(a)$ أما علامة الربط بين الحجتين فهي علاقة الشرطية فتكون القضية السابقة صورتها:



أما بالنسبة إلى النقطة الثانية فقد رأى أن القضية السابقة بأكملها "بعد دخول السور عليها" تكتب: بالنسبة إلى كل (أ)، إذا كانت (أ) إنساناً، إذن فإن (أ) فإن.



وتقرأ هذه الصيغة بـ (إذا امتلك الشيء الصفة X ، فإنه يمتلك كذلك الصفة P ، أو كل X هي P أو جميع X عبارة عن P).⁽²⁾

ويذكر سانفورد Sanford أنه بتقديم فريجه لهذا النوع من التحليل قدم لنا أداة أخرى لوضع قيم الصديق لدوال القضايا تربط المتغيرات بالسور وهو في تقديمه لهذه الأداة استطاع رد القضايا الكلية إلى قضايا شرطية، بل لعله استطاع التعبير عن اللزوم الصوري الذي قدمه رسل بعد ذلك بشكل دقيق وإن لم يشير فريجه إلى ذلك.⁽³⁾

والحقيقة أن رسل طور التحليل الذي قدمه "فريجه" للقضايا العامة (*) وخاصة العلاقة التي تحتويها ففي كتابه *أصول الرياضيات* 1903 يثير رسل إشكالية لم يتناولها فريجه فقد اعتبر هذه العلاقة تعبير بدقة عن اللزوم المستخدم في اللغة العادية، وهي أصعب بكثير من علاقة اللزوم المادي.⁽⁴⁾ وقد تعرض هذا الرأي لانتقادات من جانب لويس فيذهب إلى "أن

(1) Frege, G. "Logical Generality", in *Posthumous Writings*, p. 260.

(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 27.

(3) Sanford, D. H. *IF P THEN Q: Conditional and The Foundation of Reasoning*, 1989, p. 47.

* انظر هذا التحليل كتاب أ. د/ محمد مهراڤ رشوان: *فلسفة برتراند رسل*، من ص. 262 حتى ص. 264.

(4) برتراند رسل: *أصول الرياضيات*، ص 78

هذه العلاقة (س) هـ د س ي. والتي تسمى عند رسل باللزوم الصوري ليست صورية بالمعنى المنطقي الدقيق، فكل العلاقات الصورية المنطقية تعد مفهومية Intensional بينما اللزوم الصوري يشارك اللزوم المادي من حيث إنه ماصدقي Extensional فهو ببساطة ناتج الضرب المنطقي المتطابق لمفهوم اللزوم المادي بالنسبة إلى كل قيم "س".⁽¹⁾ بينما رأى ريشنباخ أن هذه العلاقة تطابق بصورة قريبة جداً ما يقدم عادة باللزوم في اللغة العادية، فهي خطوة مهمة على هذا الطريق.⁽²⁾

من الواضح أن الإشكالية هنا ناتجة من مصطلح "اللزوم الصوري" الذي أطلقه رسل على العلاقة التي قدمها فريجه ويمكننا الاستعاضة عن هذا المصطلح نهائياً باللزوم المعمم Generalized Conditional وهو المصطلح الذي أطلقه كواين على العلاقة التي قدمها فريجه للقضايا العامة ويوضح كواين هذه العلاقة بالمثال التالي:

إذا كان أي شيء حيواناً فقرياً، كان له قلب.

يجب النظر إلى هذه العبارة على أنها تثبت مجموعة من العبارات الشرطية المفردة مثل (إذا كان (أ) حيواناً فقرياً، فإن (أ) له قلب) و(إذا كان (ب) حيواناً فقرياً، فإن (ب) له قلب) الخ باختصار.

مهما يكن (س)، إذا كان (س) حيواناً فقرياً فإن س له قلب.⁽³⁾

ومن اللافت للنظر أن رسل في كتابه مقدمة للفلسفة الرياضية 1919 استبدل بمصطلح اللزوم الصوري مصطلح اللزوم النموذجي، باعتبار هذا اللزوم داخلياً في كل قواعد الاستنباط.⁽⁴⁾

رابعاً: المنطق بوصفه نسقاً استنباطياً في التصورات

يعتبر فريجه أول منطقي في العصر الحديث يضع المنطق في نسق استنباطي "فلم يبين أحد قبله بالتفصيل كيف من الممكن أن يطور المنطق في نسق قد يسمى أحياناً حساباً".⁽⁵⁾ ومن المعروف أن ج. بول قد سبقه في وضع نظرية الفئات في نسق، لكن كانت أصول هذا النسق

(1) Lewis, I. C. & Longford, C. H. *Symbolic Logic*, The Century Co. Press, 1932 p. 110.

(2) Reichenbach, H. "Bertrand Russell Logic", in *The Philosophy of Bertrand Russell*, Edited By Schilpp, P. A, U. S. A, Third Edition 1951, p. 26.

(3) Quine, W. V.O. *Methods of Logic*, Cambridge Harvard University Press, 1982, p. 20.

(4) برتراند رسل : مقدمة للفلسفة الرياضية. ترجمة محمد مرسي أحمد ، أحمد فؤاد الأهواني، القاهرة، مؤسسة سجل العرب 1980، ص 161.

(5) Kneal, W. *Op. Cit*, p. 435.

جبرية رياضية وليست منطقية خالصة، وحاول بيرس وشرويدر وضع نظرية العلاقات في نسق استنباطي على نموذج جبر الفئات، لكن فريجه كان أول من وضع أصول نظرية حساب القضايا بكل عناصرها المتكاملة، ورأي أنها نظرية أساسية يمكن أن تقوم عليها نظرية الفئات ونظرية العلاقات ونظرية دالات القضايا وقد وضع مبادئ النظرية الأخيرة بكل عناصرها المتكاملة.⁽¹⁾ لذلك قيل "أن نسقه الاستنباطي أو حسابه المنطقي هو الإنجاز الوحيد الأكثر عظمة في تاريخ العلم".⁽²⁾

والملاحظ أن فريجه في كتابه *التصورات* لم يقدم لنا كيفية بناء النسق الاستنباطي وشروطه وما يحتويه من عناصر، ولكنه قدم لنا في الكتابات التي تلت كتاب *التصورات* كيفية بناء النسق الاستنباطي، وقدم لنا العديد من التعريفات التي يقوم عليها النسق والشروط الأساسية لكل عنصر من عناصره، وسبيلنا الآن توضيح هذه العناصر مطبقة على نسق *التصورات*.

1- طبيعة النسق الاستنباطي

يصف فريجه النسق الاستنباطي بأنه: "نموذج المنهج العلمي المحدد في الرياضيات وهو معروف منذ أيام أقليدس" ويضيف في وصفه ما يلي: "(في النسق) "من غير الممكن أن نطلب البرهنة على كل شيء بالضرورة لأن ذلك مستحيل، ولكن يجب أن تكون كل القضايا الأساسية اللامبرهنة مذكورة بدقة حتى يمكننا أن نفهم بوضوح ما هو البناء الكلي الذي تقوم عليه، ويجب أن نقلل عدد القضايا الأساسية هذه بأقصى حد ممكن، بالإضافة إلى ذلك - وأنا هنا متابع لأقليدس- يجب أن تكون كل قواعد الاستدلال المستخدمة محددة سلفاً".⁽³⁾

وفي مقالته "المنطق في الرياضيات" يبين فريجه ما يجب أن يتوافر في النسق ومقدماته، فنجد أنه يؤكد على ما يلي:

لكي نقوم ببناء نسق، من الضروري عند كل خطوة نتقدم بها لا بد أن نكون على وعي بالاستدلالات المنطقية التي اتبعناها. أثناء القيام بعمل استدلال ما يجب أن نعرف طبيعة المقدمات، فلا يجب أن نسمح للمقدمات أن تلتبس بقوانين الاستدلال، والتي هي منطقية،

(1) محمود فهد زيدان: *المنطق الرمزي نشأته وتطوره*، ص. 152-153.

(2) Kneal, W. *Op. Cit*, p. 435.

(3) Frege, G. *Basic Laws*, p. 2.

وإلا لفقدت الاستدلالات نقاءها المنطقي ولما كان في الإمكان تمييز المقدمات بوضوح . وإذا لم يكن لدينا معرفة دقيقة بالمقدمات لما كنا علي يقين من الوصول إلى الحقائق الأولية ، ولفشلنا في بناء النسق . وفي بناء النسق، علينا في المقدمات، أن نتفادى تعبيرات من قبل "تبين لحظة التأمل أن" أو "كما يمكننا أن نتبين بسهولة" فعلى أن نحول لحظة التأمل إلى كلمات بحيث يمكننا أن نرى ماهية الاستدلالات والمقدمات المنطقية التي تتألف منها.⁽¹⁾ فالنسق كما يصفه فريجه هو وحده القادر على خلق النظام.⁽²⁾

من الواضح أن فريجه يركز في أقواله السابقة على مقدمات النسق، ناظرًا نظرة فاحصة إلى مجموعة من الأفكار هي : الأفكار الأولية و قواعد التركيب والتعريفات والبداهيات أو المسلمات. وهي الأفكار التي تشكل مقدمات النسق، ثم ينظر بعد ذلك إلى العنصرين الآخرين اللذين يشكلان مع المقدمات النسق المنطقي.

2- المقدمات المنطقية أو القضايا الأساسية

وهي مجموعة من المفاهيم الدالة على أفكار معينة وعلاقات معينة تكون مستخدمة في النسق، والمقدمات المنطقية في *التصورات* هي :
الأفكار الأولية : والمقصود بها تلك الأفكار التي نأخذها بدون تعريف لتكون أساسًا لتعريف غيرها ، والأفكار الأولية الرئيسية التي يقدمها لنا فريجه هي : 1- السلب . 2- الشرطية "اللزوم الفريجي" . وقد سبق الإشارة إلى هذه الأفكار من قبل .

قواعد التركيب: لم يقدم فريجه قواعد لتركيب الحروف والعلامات في كتابه *التصورات* وإنما اكتفى بتعريف الحروف والعلامات أما بالنسبة إلى قواعد تركيبها فقال: "أن القارئ سيدركها". ولقد أدرك فريجه ما قد يؤدي من خلط وأخطاء نتيجة عدم تحديد قواعد لتركيب رمزيته عندما نستبدل حرف أو قضية مكان أخرى، لذلك نجده في *القوانين* يستفيض في ذكر تلك القواعد فيحدد 18 قاعدة.⁽³⁾ ويلاحظ أنه قد خلط فيها بين قواعد تركيب الحروف والعلامات وقواعد الاستدلال ولقد لخص "نيل" تلك القواعد في 12 قاعدة.*⁽⁴⁾

(1) Frege, G. " Logic in Mathematics/1914 " in "Posthumous Writings" p.205

(2) *Ibid.*, p. 205.

(3) Frege. G. *Basic Laws*, pp.105-109.

*ولقد استبعد الباحث من هذه القواعد 6 ، 7 ، 8 ، وهي الخاصة بقواعد الاستدلال في كتابه *القوانين* ، وبناء على اعتمادنا في هذه النقطة على تلخيص "نيل" فيصبح عدد قواعد التركيب 9 قواعد .

(4) Kneal, W. *Op. Cit*, pp. 508-509.

3- التعريفات أو المصطلحات الفنية الدقيقة

في كل نسق منطقي كما هو الحال في كل نسق رياضي مجموعة من المصطلحات التي لا بد من تعريفها تعريفاً دقيقاً، "والمنطق كغيره من العلوم يمتلك مجموعة من المصطلحات الفنية الدقيقة." (1) ومن هذه المصطلحات "التعريفات"، وهي تقوم بالطبع على الحدود اللامعرفة التي نسلم بها، وهي هنا الحروف والعلامات الأولية، ولما كان فريجه قد سلم في أفكاره الأولية بثابتين أوليين هما : "السلب" و"الشرطية" فإننا نستطيع أن ندخل عن طريقهما ثوابت أخرى ويتم ذلك عن طريق تعريف هذه الثوابت الأخرى عن طريق الثابتين اللامعرفين، ولذلك قيل "أن التعريفات هي مجموعة من الصيغ من شأنها أن تقدم لنا ثوابت أخرى عن طريق تعريفها على أساس الثوابت الأولية". (2)

وقد حدد لنا فريجه شرطاً للتعريفات بقوله: "يمكن للتعريف ألا يساير الاستخدام الدراج، ولا يوجد أهمية لهذا الاستخدام الدراج، فالأهمية تكمن في مدى ملائمة التعريف للاستخدام في التعبير عن القوانين، فمع توخي الدقة والإيجاز في صياغة المنظومة الكاملة للقوانين نضمن سلامة استخدام المصطلحات الفنية". (3)

والتعريفات التي يقوم عليها نسق التصورات ثلاثة هي: 1- تعريف العطف. 2- تعريف الانفصال. 3- فكرة مساواة المحتوى. وقد سبق الإشارة إليها.

ولقد رأى فريجه في القوانين أنه من الممكن أن نقع في أخطاء عند وضع التعريفات لذلك حاول من أجل رغبته الدائمة في بلوغ الدقة أن يتجنب الوقوع في تلك الأخطاء فقدم لنا 7 قواعد، يمكن أن نطبق القواعد (1 و 2 و 3 و 4) على التعريفات التي قدمها في كتابه *التصورات* وهي :

1- يجب أن يكون هناك إشارة لكل اسم مركب تركيباً صحيحاً من الأسماء المعرفة ، وإلا تركت مسائل إمكانية تطبيق العلامة غير محددة .

2- يجب ألا تعرف العلامة نفسها بطريقتين مختلفتين، حتى لا نشك في أي التعريفيين هو موضع اتفاق Agreement

(1) Frege, G. "Logic, 1", p. 5.

(2) أ. د/محمد مهران رشوان : *المنطق الرمزي* ، ص. 160-161.

(3) Frege, G. "Logic, 1", p. 5.

- 3- يجب أن يكون الاسم المعرف بسيطاً، أعني غير مركب من أسماء أخرى، حتى لا نشك في أي تأويل من تأويلات هذه الأسماء هو موضع اتفاق.
- 4- يجب أن يكون كل اسم علم يدخل في التعريف قابلاً للاستعاضة عنه في جميع أماكن ظهوره بالمعرفات ويجب ألا يستخدم كاسم للدالة، حيث أن مثل هذا الاستخدام لن يسمح بالرجوع إلى الأسماء الأساسية.
- 5- يجب أن يتضمن الاسم، الذي نطلقه على دالة من المستوى الأول ذات حجة واحدة فقط مكاناً واحداً للحجة، لأنه لو كانت هناك أماكن متعددة للحجج، فسوف تشغل بطرق مختلفة، وينتج عن ذلك أن الاسم يقوم مقام دالة ذات حجج متعددة، كما يجب في التعريف أن يشغل جميع أماكن الحجج في المعرفات بحرف واحد مائل بعينة، ويجب أن يستخدم أيضاً ليشير إلى مكان الحجة في المعرف Definendum.
- 6- يجب أن يتضمن الاسم، الذي نطلقه على دالة من المستوى الأول ذات حجتين مكانين، ومكانين فقط للحجة، ويجب في التعريف أن يشغل جميع أماكن الحجة في المعرف بحرف واحد مائل بعينة، ويجب أن يستخدم ليشير إلى مكان أو مكانين من أماكن الحجة في المعرف، ويجب أن تشغل الأماكن التي لا تتعلق به بحروف مختلفة.
- 7- وينتج عن ذلك أنه يجب ألا يتضمن التعريف في أي من الطرفين حرفاً مائلاً لا يظهر في الطرف الآخر، وإذا تحول المعرف إلى اسم علم مركباً تركيباً دقيقاً بواسطة التعويض عن الحروف المائلة فيه بأسماء أعلام كان هذا تبعاً لاتفاقات النسق.⁽¹⁾

4- البديهيات أو المسلمات

البديهيات - كما يقول فريجه - هي حقائق تماماً مثل النظريات، إلا أنها حقائق لا يمكن البرهنة عليها في نسقنا ولا تكون بحاجة إلى البرهان، ويتربط علي ذلك ألا تكون هناك بديهيات كاذبة، فلا يمكننا أن نقبل فكرة موضوعية على أنها بديهية لو كنا نشك في صدقها: فإما أن تكون كاذبة وبالتالي لا تكون بديهية، أو أن تكون صادقة ولكنها بحاجة إلى برهان، ومن ثم لا تكون بديهية أيضاً.⁽²⁾ إلا أن فريجه يرى "أن ليست كل حقيقة لا تحتاج برهاناً تعد بديهية، لأن مثل هذه الحقيقة لا بد أن تظل مبرهنة في نسقنا، ومسألة كون

(1) Frege, G. *Basic Laws*, pp. 90-92. Kneal, W. *The Development of Logic*, pp. 509-510.

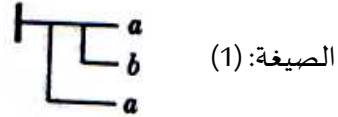
(2) Frege, G. "Logic in Mathematics/1914", p. 205.

الحقيقة بديهية أمر يعتمد بالتالي على النسق، ولذلك يقرر "أنه من الممكن للحقيقة أن تكون بديهية في نسق ولا تكون كذلك في نسق آخر"⁽¹⁾.

والبديهيات التي قدمها فريجه في نسقنا عددها تسعة وقد حددها وعرض لها في القسم الثاني من *التصورات* بقوله: "والقضايا المنطقية التي تشكل جوهر عرضنا فيما سيلي عددها تسعة، وللتعبير عن ثلاثة منها وهي الصيغ (1)، (2)، (8) فإننا لا نحتاج إلى جوار الحروف سوى علامة الشرطية، وتحتوي الصيغ (8)، (31)، (41) على إضافة - إلى جانب علامة الشرطية - وهي علامة النفي والصيغتان (52)، (54) يشتملان على علامة هوية المحتوى، وفي الصيغة (58) يتم التجويف في خط المحتوى"⁽²⁾.

والبديهيات الست الأولى (1)، (2)، (8)، (28)، (31)، (41) تخص نظرية حساب القضايا، أما بالنسبة إلى نظرية حساب المحمولات قدم لنا ثلاث بديهيات هي (52)، (54)، (58) الأولى والثانية منها بديهيات خاصة بمساواة المحتوى، والثالثة والأخيرة منها خاصة بالعمومية، بالإضافة إلى بديهيات نظرية حساب القضايا الستة، وقد جاءت بديهيات نسقنا على النحو الآتي:

البديهية الأولى:



وتقرأ هذه الصيغة علي الوجه التالي: "إذا كانت (أ)، فإن (ب يلزم عنها أ)".
وبلغة بركيبيا الرمزية: (أ \supset (ب \supset أ)

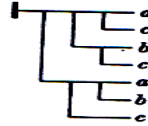
ويوضح فريجه هذه البديهية بقوله: "يمكننا التعبير عن الحكم (الوارد في هذه البديهية) بهذه الكلمات "إذا كانت القضية (أ) قائمة holds، فإنها قائمة كذلك في حالة إذا كانت القضية الجزافية (ب) قائمة"، ويقدم مثلاً علي هذه البديهية: "لتكن (أ)، علي سبيل المثال، تمثل القضية أن إجمالي زوايا المثلث (ABC) هو زاويتان قائمتان، و(ب) هي القضية

(1) *Ibid.*, pp. 205-206.

(2) Frege, G. *Begriffsschrift*, p. 29.

إن الزاوية (ABC) زاوية قائمة. فإننا نحصل على الحكم "إذا كان إجمالي زوايا المثلث (ABC) هو زاويتان قائمتان، فإن ذلك يصح أيضاً في حالة إذا كانت الزاوية (ABC) زاوية قائمة".⁽¹⁾

البديهية الثانية:

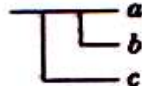


الصيغة: (2)

وتقرأ هذه الصيغة علي الوجه التالي: "إذا كانت (ج) يلزم عنها ، (ب) يلزم عنها (أ) ، لزم عن ذلك كله، أنه إذا كانت (ج) يلزم عنها (ب) فإن (ج) يلزم عنها (أ)". وبلغة "برنكيا" الرمزية:

$$[\{ (ج \supset (ب \supset (أ))) \} \supset \{ (ج \supset ب) \}]$$

ويوضح فريجه هذه البديهية بقوله: "إذا كانت القضية (أ) نتيجة ضرورية للقضيتين المنطقيتين (ب) و (ج)، أي إذا كانت

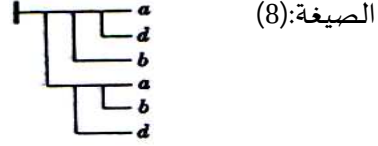


وإذا كانت إحداهما (ب) بدورها نتيجة ضرورية للأخرى (ج)، إذن فإن القضية المنطقية (أ) تعد نتيجة ضرورية للقضية (ج) وحدها. ويقدم فريجه مثالا يوضح ذلك. "لتعني (ج) أن في المتوالية العددية (Z) يكون كل كلمة أكبر من سابقتها، ولتكن (ب) تعني أن الكلمة (M) أكبر من (L) ، ولتكن (أ) تعني أن (N) أكبر من (L). فإننا نحصل على الحكم التالي: "إذا كان الحال من القضايا المنطقية أن في المتوالية العددية (Z) فإن كل كلمة لاحقة أكبر من سابقتها وأن (M) أكبر من (L) فيمكن الاستدلال من ذلك أن (N) أكبر من (L)، وإذا كانت من القضية المنطقية الحال أن في المتوالية العددية (Z) كل كلمة لاحقة أكبر من سابقتها فينتج من ذلك أن (M) أكبر من (L) فإن القضية المنطقية (N) أكبر من (L) يمكن الاستدلال عليها من القضية المنطقية القائلة أن كل كلمة لاحقة في المتوالية العددية (Z) أكبر من سابقتها".⁽²⁾

(1) *Ibid.*, p. 29.

(2) *Ibid.*, pp. 29-31.

البديهية الثالثة:



وتقرأ هذه الصيغة علي الوجه التالي: "إذا كانت (د) يلزم عنها، (ب) يلزم عنها (أ)، فإن (ب) يلزم عنها (د) يلزم عنها (أ)".

وبلغة برنكيبيا الرمزية: $\{ (d \supset a) \} \supset \{ (b \supset a) \}$.

ويوضح فريجه هذه البديهية بقوله: "إذا كان لشرطيتين قضية واحدة تمثل النتيجة، فإن انتظامهما لا أهمية له".⁽¹⁾ ويعني فريجه بهذا المبدأ أنه إذا نتج عن قضيتين لزوميتين قضية واحدة تمثل النتيجة، فإن انتظام المقدم والتالي في هاتين القضيتين لا أهمية له. وهذا يعني أن قيم صدق الصيغة $\{ (d \supset a) \}$ يساوي قيم صدق الصيغة $\{ (b \supset a) \}$. والبديهيات الثلاثة السابقة تعد قوانين أساسية في التعبير عن الشرطية "اللزوم الفريجي"

البديهية الرابعة:



وتقرأ هذه الصيغة علي الوجه التالي: "إذا كانت (ب) يلزم عنها (أ) فإن (أ) لا يلزم عنها (لا ب)". وبلغة برنكيبيا الرمزية: $(b \supset a) \supset (a \sim \supset b)$.

ويقدم فريجه مثالا على هذه البديهية: "لتعني (ب) القضية "أن الرجل (M) حي"، و (أ) تعني القضية "أن الرجل (M) يتنفس". فحينئذ يكون لدينا الحكم الآتي: "إذا كان من القضية بأن الرجل (M) حي يلزم عنها أن الرجل (M) يتنفس، فإنه من الظرف الخاص بأنه لا يتنفس يمكن الاستدلال على موته".⁽²⁾

البديهية الخامسة:



(1) *Ibid.*, p. 36.

(2) *Ibid.*, p. 44.

وتقرأ هذه الصيغة على الوجه التالي : "إذا كان (لا لا أ) فإن (أ)". وبلغة برنكيبيا الرمزية :
 $(\sim A \supset A)$. وتعني "نفي النفي إثبات Duplex negation affirmat⁽¹⁾

البديهية السادسة:

$$\vdash \pi a \quad \text{الصيغة: (41)}$$

وتقرأ هذه الصيغة على الوجه التالي: "إذا كان (أ) فإن (لا لا أ)" ، وبلغة "برنكيبيا" الرمزية :
 $(A \supset \sim \sim A)$ ، وتعني "أن ثبات (أ) ينفي نفي (أ)".⁽²⁾
 والبديهيات الثلاثة السابقة تعد قوانين أساسية لسلب .

البديهية السابعة:

$$\vdash \begin{array}{l} f(d) \\ f(c) \\ (c \equiv d) \end{array} \quad \text{الصيغة: (52)}$$

ويمكن أن تقرأ هذه الصيغة على الوجه التالي : "إذا كانت (c) تكافئ (d) ، فإن أي شيء ينطبق على (c) ينطبق على (d). ويمكن توضيح هذه البديهية بمثال : "لتكن (c) تعني كائن حي و (d) أنه يتنفس ، فإذا كانت (f) كائن حي فإن (f) يتنفس. ويعلق فريجه على هذه البديهية قائلاً: "أن الحالة التي فيها محتوى (c) متطابق مع محتوى (d) والتي فيها f(c) مثبتة و f(d) منفية غير قائمة. وتعني هذه القضية أنه إذا كان $(c \equiv d)$ فبوسعنا أن نضع (d) محل (c)".⁽³⁾
 البديهية الثامنة:

$$\vdash (c \equiv c) \quad \text{الصيغة: (54)}$$

وهذه البديهية تعني "أن محتوى (c) متطابق مع محتوى (c)".⁽⁴⁾
 وهذه البديهية مع البديهية السابعة تعدان قانونين أساسيين لمساواة المحتوى.

البديهية التاسعة:

$$\vdash \begin{array}{l} f(c) \\ f(a) \end{array} \quad \text{الصيغة: (58)}$$

(1) *Ibid.*, p. 45.

(2) *Ibid.*, p. 47.

(3) *Ibid.*, p. 50

(4) *Ibid.*, p. 50

ويظهر في هذه البديهية السور الكلي ويمكن أن تقرأ هذه الصيغة علي الوجه التالي:
 " بالنسبة لكل (a) إذا كانت (f) لها الخاصية (a) فإن (f) لها الخاصية (c)." ويشرح فريجه هذه
 البديهية بقوله: "الصيغة $f(a)$ تعني أن f قائمة، أيًا كان ما نفهمه من (a)، لذلك
 فإذا كانت مثبتة، فلا يمكن نفي f(c).⁽¹⁾

ولقد لاحظ كل من لوكاسيفتش ونيل أن البديهيات السابق لم يتوافر فيها إحدى شروط
 البديهيات ونعني به شرط استقلالها، فقد استطاعا استنباط البديهية الثالثة من
 البديهيتين الأولى والثانية وفقا للقواعد الاستدلال التي وضعها فريجه في براهينه على
 نظرياته⁽²⁾*

5- قواعد الاستدلال :

قواعد الاستدلال التي يعتمد عليها نسقنا فهي قاعدتان 1- قانون إثبات المقدم 2- مبدأ
 الاستبدال. القاعدة الأولى معلنة وقام فريجه بتعريفها والقاعدة الثانية
 غير معلنة.

قاعدة إثبات المقدم

وتسمى هذه القاعدة أحيانا بقاعدة الإثبات بالإثبات، أو الوضع بالوضع وصورتها:

$\frac{A}{B}$

$\frac{B}{A}$

وتقرأ هذه الصيغة علي الوجه التالي: $\frac{A}{B}$ -ت (ب) يلزم عنها (أ)، و(ب) صادقة، إذن (أ)
 صادقة. أو بعبارة أخرى أن صدق المقدم يلزم عنه صدق التالي. وبلغة بركبيا الرمزية: $\{ (A \supset B) \supset A \}$
 ب \supset أ . (ب) \supset : (أ) ولقد لاحظ فريجه "أن هذه القاعدة قد تكون أكثر غرابة لو أن
 تعبيرات مطولة قد حلت محل (أ) و(ب)، حيث أن كلا منهما سيتوجب تدوينه مرتين. ولذلك

(1) Ibid., p. 51

(2) Kneal, W. *Op. Cit*, p. 490.

* لقد بين نيل أنه يمكن البدء من بديهي "فريجه" الأولى والثانية "كمقدمتين"، وأن نستنبط البديهية الثالثة
 "كنظرية" وبذلك برهن على أنه من الممكن أن نبسط نسق التصورات ونختصره، كما برهن على أن بديهياته لم تكن
 مستقلة فيما بينها، ولقد وضع فريجه بعض خطوات هذه النظرية كما يذهب نيل من (3) إلى (8)، ولكن باقي البرهان
 على البديهية الثالثة إقامة لوكاسيفتش. والحقيقة أن البرهان على البديهية الثالثة التي قدمها نيل يصور طريقة
 فريجه التي تقوم أساسا على قاعدة إثبات المقدم المعلنة، ومبدأ الاستبدال غير المعلن، مع استخدام رمزية بيانو v
 التي استخدمها رسل بركبيا. انظر هذا البرهان. Kneal, W. *The Development of Logic*, pp. 488-489.

أستخدم فريجه الاختصار التالي: "لكل حكم يظهر في سياق برهان ما أضع رقماً، أكتبه على يمين الحكم عند أول ظهور له".⁽¹⁾ ويشرح طريقته بالمثال التالي: فلنفترض أن الصيغة:

$$\begin{array}{c} \vdash A \\ \vdash B \end{array}$$

هي حكم، وقد أعطى الرقم X. فعندها أكتب الاستدلال كالتالي:

$$(X): \frac{\vdash B}{\vdash A.}$$

ويترك هنا للقارئ أن يضع الحكم \vdash_B^A بنفسه عبر $\vdash B$ و $\vdash A$ ليتبين له ما إذا كان هو الحكم X في الشكل السابق.⁽²⁾

6- المبرهنات

قدم فريجه في كتابه *التصورات* العديد من المبرهنات، وقد أورد في خاتمة كتابه جدولاً أوضح فيه "متى تم استخدام صيغة ما في اشتقاق أخرى".⁽³⁾ ويمكن الاستفادة من هذا الجدول كما يقول فريجه: "في البحث عن السبل التي تم من خلالها توظيف صيغة ما. ومن خلال الجدول يمكننا أيضاً أن نتبين مدى تكرار استخدام صيغة ما".⁽⁴⁾ ويشمل الجدول على عمودين: العمود الأيمن مدون فيه رقم الصيغة، أما العمود الأيسر مدون فيه رقم اشتقاقها. ويلاحظ في هذا الجدول أن كل نظرية تم البرهنة عليها تعد من وجهة نظر فريجه بديهية تستخدم في البرهنة على غيرها من النظريات.

وفي مقالته "المنطق في الرياضيات" يصف فريجه "البرهان" من أجل الإجابة عن السؤال المتعلق بـ "كيف تتم البرهنة على نظرية من النظريات؟" فيقول "البرهان هو الذي يبدأ من القضايا المنطقية التي نسلم بصدقها، وتقودنا عبر سلاسل الاستدلالات إلى النظرية، ولكن قد يحدث أيضاً أن يتألف البرهان من سلسلة استدلال واحدة فقط، وفي أغلب الحالات يتقدم البرهان نحو حقائق لا يمكن تسميتها بالنظريات لسبب بسيط وهو أنها لا تظهر في

(1) Frege, G. *Begriffsschrift*, p.16.

(2) *Ibid.*, p.16

(3) *Ibid.*, p. 82.

(4) *Ibid.*, p. 82.

هذا البرهان فقط، ولا تستخدم في غيره، وهذا هو السبب في أننا نجد بالفعل في برهنة اقليدس علي الحقائق إنها ليست بحاجة إلى برهنة لأنها واضحة دون برهان".⁽¹⁾ ويمكن للمرء - كما يري فريجه - "أن يتابع سلاسل الاستدلال رجوعاً، من خلال السؤال عن مصدر الصدق الذي تم من خلاله الاستدلال على برهان القضية، ومع تنوع القضايا النظرية حال تتبعنا السلاسل الاستدلالية فإن دائرة القضايا تضيق وتضيق، وفي حين يبدو أنه لا حد لعدد الخطوات التي يمكن أن نتخذها للأمام فإننا عند الرجوع للخلف لا بد أن نصل في النهاية إلى حالات صدق لا يمكن أن نستدل عليها من حالات صدق أخرى، فبالرجوع نصل إلى البديهيات والمسلمات بل قد نصل إلى تعريفات".⁽²⁾

المراجع

أولاً : من كتابات فريجه أ- كتب فريجه

1. *Begriffsschrift, a Formula Language, Modeled upon that of Arithmetic, for pure Thought*, trans., By Heijenoort, in *Frege & Gödel: Two texts in Mathematical logic*, Harvard, U.S.A., 1970, pp. 1-82.
2. *The Foundations of Arithmetic*, trans., By J. L. Austin, Basil Blackwell, Oxford, 1950.
3. *The Basic laws of Arithmetic*, trans., By M. Furth, University of California press, Berkeley and Los Angeles, 1967.
4. *Logical Investigations*, trans., By P. T. Geach & R. H. Stoothoff, Basil Blackwell, Oxford, 1977.

ب- مقالات فريجه

5. P.W.F
Translations from The Philosophical Writings of Gottlob Frege, edited By, P. Geach & M. Black, 3rd ed. Basil Blackwell, Oxford, 1980.

(1) Frege, G. "Logic in Mathematics/1914", p. 204.

(2) *Ibid.*, p. 204.

1. "Function and Concept/1891" pp. 21-41
 2. "On Concept and Object / 1892" pp. 42-55
6. P.W
Posthumous Writings, trans., By P. Long & R. White, ed, By, H. Hermes, F. Kambartel & F. Kaulbach, Basil Blackwell, Oxford, 1979.
1. "Logic between 1879 and 1891" pp.1-8
 2. "Boole's logical Calculus and the Concept-script 1880/1881 " pp. 9-46.
 3. "Boole's logical Formula -language and my Concept -script 1882 ", pp. 47-52.
 4. "Logic, 1897 ", pp. 126-151.
 5. "Introduction to Logic/1906", pp. 185-196.
 6. "A brief Survey of My Logical Doctrines/1906", pp. 197-202.
 7. "Logic in Mathematics/1914 ", pp. 203-250.
 8. "Notes for Ludwig Darmstaedter/1919", pp. 253-257.
 9. "Logical Generality/ Not before 1923", pp. 258-262.
7. C.N
Gottlob Frege: *Conceptual Notation and Related Articles*, By T. W. Bynum, Oxford, 1972.

ثانياً : كتابات عن فريجه

1. Carl, W.: *Frege's Theory of Sense and Reference*, Cambridge University Press 1994.
2. Currie, G.: *Frege: An Introduction To His Philosophy*, The Harvester Press, Sussex 1982.
3. Dummett, Michael: *Frege: Philosophy of Language*, Harper & Row Publishers, London, 1973.
4. Leila, H.: *Frege's Doctrine of Being*, Acta Philosophica Fennica, Vol 49, Helsinki, 1985.
5. Mayberry, J.P.: *A New BEGRIFFSSCHRIFT* (1) in The British Journal for The Philosophy of Science, Volume 31, Number 3 September 1980, pp. 213-254.
6. Russell. B & Whitehead., A. North: *Principia Mathematica*, Cambridge University Press, 1970.

7. Sluga, Hans: *Gottlob Frege*, London, 1980.
8. Sternfeld, R.: *Frege's Logical Theory*, Southern Illinois University press, 1966.

ثالثاً : كتابات عامة في المنطق والفلسفة

1. Copi, I. M.: *Introduction to Logic*, Macmillan Publishing, 1982.
2. Kneal, W.: *The Development of Logic*, Oxford. University Press.1984.
3. Quine, W. V. O.: *Methods of Logic*, Cambridge Harvard University Press, 1982.
4. Reichenbach, H.: *Bertrand Russell's Logic*, in: *The Philosophy of Bertand Russel*, Edited, By Schilpp. P. A., U.S. A, Third Edition 1951.
5. Russell, B.: *Our Knowledge of the External world as a field for scientific method in philosophy* (1914), George Allen & Unwin Ltd., London, 1952.
6. Stebbing, L. S. : *A Modern Introduction to logic*, 3rd. ed., Methuen & co LTD., London, 1950.

رابعاً : المراجع العربية

1. رسل : *أصول الرياضيات* ، ترجمة محمد مرسي أحمد ، أحمد فؤاد الأهواني ، دار المعارف ، القاهرة ، 1965
2. رسل : *مقدمة للفلسفة الرياضية* ، ترجمة د/ محمد مرسي أحمد و مراجعة د/ أحمد فؤاد الأهواني ، القاهرة ، مؤسسة سجل العرب 1980.
3. زكي نجيب محمود: *المنطق الوضعي*، مكتبة الانجلو المصرية ، القاهرة ، 1951
4. صلاح إسماعيل : "نظرية المعني في فلسفة بول جرايس" الدار المصرية السعودية 2005
5. محمود فهمي زيدان : *المنطق الرمزي نشأته وتطوره*، دار النهضة العربية ببيروت ، 1973
6. محمد مهران رشوان : *فكرة الضرورة المنطقية* ، رسالة ماجستير ، غير منشورة 1967 القاهرة
7. محمد مهران رشوان : *مقدمة في المنطق الرمزي*، دار الثقافة للنشر والتوزيع 1987
8. محمد مهران رشوان: *فلسفة برتراند رسل*، دار المعارف، القاهرة 1986
9. محمد مهران رشوان : "المنطق في القرن العشرين" ، بحث تحت النشر في موسوعة "حصار القرن" التي تطبعها حالياً مؤسسة شومان – الأردن).

Frege ou la pensée logique face à la question de la métaphysique de la connaissance

Auguste NSONSISSA

(Université de Brazaville)

nsonsisso_auguste@yahoo.fr

Abstract

Frege's logical thought is the model of the metaphysics of knowledge. It is one of the logical elements along with "negation" and "judgment". It highlights the fundamental question of the correlation between thought and the composition of thoughts. But it exposes itself to philosophical difficulties when it is elevated to the same level as physics and representation. Frege ultimately finds a justification of his logico-metaphysical approach in the elucidation of the absolute autonomy of thought vis-à-vis empirical reality.

Keywords

Frege, knowledge, logic, composition, autonomy, empirical reality.

ملخص

يُعد فكر فريجه المنطقي نموذجًا لميتافيزيقا المعرفة، وهو أحد العناصر المنطقية إلى جانب النفي والحكم. ويُشكل هذا الفكر السؤال الأساسي حول الترابط بين الفكر وتكوين الأفكار، لكن الصعوبات الفلسفية تكتنفه حين يتم تصنيفه على المستوى ذاته للفيزياء والتمثيل. ويذهب فريجه إلى أن ثمة تبريرًا لمقارنته الميتافيزيقية - المنطقية يكمن في إيضاح معنى الاستقلالية المطلقة للفكر في مقابل الواقع التجريبي.

كلمات مفتاحية

فريجه، أفكار، ميتافيزيقا المعرفة، مقارنة ميتافيزيقية-منطقية، استقلالية الفكر المطلقة عن الواقع التجريبي.

Résumé

La pensée logique de Frege est le modèle de la métaphysique de la connaissance. Elle est un des éléments logiques avec la « négation » et le « jugement ». Elle constitue la question fondamentale de la corrélation entre la pensée et la composition des pensées. Mais elle s'expose à des difficultés philosophiques lorsqu'on la situe au même rang que les règnes de la physique et des représentations. Frege trouve là une justification de sa démarche logico-métaphysique dans l'élucidation du sens de l'autonomie absolue de la pensée vis-à-vis de la réalité empirique.

Mots-clés

Frege, connaissance, logique, composition, autonomie absolue, réalité empirique.

Introduction

Frege développe d'emblée des arguments supplémentaires à la pensée, dirigés contre la possibilité d'un règne physique et psychologique des pensées, tel qu'apparaissant dans l'œuvre entre autres de Frege. Alors, peut-on envisager chez Frege une connaissance de la pensée de la totalité ? Est-il logique de prendre la pensée comme étant une partie identifiée au tout ?

Cette problématique se pose dans les termes suivants : « Par composition de pensées, j'entends une pensée formée d'autres pensées et qui ne se réduit à aucune d'elles. Une pensée est complète et saturée, elle n'a besoin pour exister d'aucun complément. Pour cette raison les pensées n'ont pas de lien entre elles à moins qu'elles n'entrent en composition au moyen d'un élément qui n'est pas une pensée. »¹. L'idée selon laquelle Frege propose une pensée essentiellement est difficile à cerner quant à savoir si la pensée peut se donner à comprendre sans référence aux autres formes de pensée, c'est-à-dire « la composition des pensées ». Une telle idée contredirait l'idéal de certitude et l'exigence de méthode qui a prévalu depuis le XVII^e siècle visant la clarté et la distinction dans la pensée humaine.

Il s'agit d'une pensée complète qui élimine toute incertitude et insuffisance caractéristiques du règne des représentations et des objets physiques qui sont dans le monde tel qu'il nous apparaît dans sa phénoménalité. Frege accorde le primat à la pensée qui est apte à relever les imperfections des autres pensées auxquelles est confronté le langage symbolique. Une question se pose alors : qu'appelle-t-on penser ? Au-delà de cette question il est possible d'établir des ponts ou du moins de jeter des passerelles entre des types de pensée et des

1 G. Frege, *Écrits logiques et philosophiques*, trad. franç., de Claude Imbert, Paris, Seuil, coll. L'ordre philosophique, 1971, p. 214.

règles qui sont radicalement séparés. Frege admet la « composition des pensées ». Mais, n'y a-t-il pas des passerelles à établir, des chemins à frayer entre les règnes physiques et psychologiques ?

Frege rend autonome la pensée vis-à-vis des autres règnes. Cela échappe à l'expérience ordinaire. L'a priori chez Frege peut s'exprimer dans l'indépendance des pensées symboliques qui sont jugées valides sans recourir à la sensibilité et aux perceptions de nos rêves.

Les pensées sont plutôt des objets en soi. Le modèle mathématique formalisé qui sert de paradigme à la science moderne se fonde sur l'exigence de cohérence entre la pensée et elle-même ; en référence à la réalité idéale. Se pose alors la problématique d'un « foncteur de composition » de pensées. Cette difficulté vient de ce que « la composition de pensée » renvoie à plusieurs genres. Aussi chercherons-nous à savoir si la pensée répond à l'exigence logique de « composition ». Car Frege apporte une nuance qui ne saurait nous laisser indifférent : « En d'autres termes, le sens d'une proposition relative isolée n'est pas une pensée. On ne peut donc pas escompter le sens d'une proposition composée consistant en une principale et une subordonnée qui est toujours une pensée composée ».¹ Ce n'est pas tant la réalité empirique qui se manifeste dans la pensée. La relation de cohérence avec elle-même et entre les pensées réellement simples constitue une difficulté. Parce que la pensée logique ne se donne pas à penser en référence à un objet qui relève des autres règnes des pensées. Chez Frege, la démarche déductive réduit les êtres mathématiques aux aspects logiques.

Il ressort que la logique frégréenne comme recherche met en avant les concepts, les jugements qui sont pourvus de sens. C'est la raison pour laquelle un énoncé qui épouse la forme d'un jugement est susceptible d'être vrai ou faux. Mais, il convient de signaler que chez Frege, le concept en logique joue également un rôle non moins important identique à celui que joue la fonction mathématique en articulant plusieurs jugements. Le concept, pourrait-on dire, est la fonction et l'objet en est la variable liée. Frege montre la relation qui s'instaure entre le langage logique et celui des mathématiques : « Ce que l'on appelle concept en logique est étroitement lié à ce que nous appelons fonction. On pourra même dire simplement : un concept est une fonction dont la valeur est toujours une valeur de vérité ; la valeur de fonction »².

A la différence de Rudolf Carnap³ qui pense que les propositions mathématiques ne sont ni empiriques, ni synthétiques *a priori*, mais analytiques, Frege pointe l'autonomie absolue de la pensée par rapport aux autres règnes. Il

¹ *Ibid.*, p. 215.

² *Ibid.*, p. 90.

³ R. Carnap, *Construction et réduction Textes inédits sur le physicalisme 1922-1955*, traduit de l'allemand par François Félix et Fabien Schang, Paris, L'Age d'Homme, 2011, p. 149.

est loin d'admettre la possibilité des jugements synthétiques.¹ Sa théorie du jugement conduit au cœur même du problème central de l'épistémologie contemporaine : le problème de la signification du point de vue logique.

Par-delà la distinction entre la signification de la pensée et la représentation à l'instar des émotions ou autres effets psychosomatiques, Frege pose la question de la signification d'un jugement là où la pensée fait abstraction de son contenu matériel. La question subsidiaire de la signification est de savoir comment Frege peut renvoyer uniquement aux concepts, aux termes, aux jugements, aux arguments et fonctions. La difficulté demeure si tant est que seules les pensées sont de l'ordre de la vérité. Il n'y a donc pas de significations au niveau des représentations.² Le problème de la signification s'y implique alors. Une telle articulation a eu des incidences sur la pensée scientifique des contemporains de Frege et s'est focalisé sur la valeur esthétique de la référence (*Bedeutung*), par-delà le sens (*Sinn*) et la représentation. (*Vorstellung*). Il s'agit des éléments de la philosophie contemporaine du langage.

L'un des points devient la mise en avant de l'aspect philosophique de la pensée formelle ou mathématique en rapport avec la réalité. Karl Popper pose la même question : « Pourquoi les calculs logiques et arithmétiques s'appliquent-ils à la réalité ? »³. Cette interrogation renvoie au problème de l'autonomie de la pensée. Son caractère abstrait peut donner l'idée de quelque chose qui serait analytique. Putnam réfère à Carnap « Ici, la conception de Carnap demeure fortement influencée par l'empirisme classique. Par la suite, dans ses écrits, Carnap⁴ a continué à distinguer nettement les « termes observationnels », en d'autres termes le vocabulaire qui réfère aux « propriétés observables », qui, disait-il alors, étaient « complètement interprétés », c'est-à-dire ayant une signification autonome et les termes théoriques » comme « bactérie », « électron », et « champ gravitationnel » qui n'étaient à ses yeux que « partiellement interprétés ». En effet, bien que des termes fussent admis dans le langage de la science, ils étaient considérés comme de simples formules permettant de dériver les énoncés qui établissent réellement les faits empiriques, à savoir les énoncés observationnels ».⁵

1 Ph.de Rouilhan, *Frege les paradoxes de la représentation*, Paris, Minuit, 1988, p. 52.

2 L. Vinciguerra, « Les mathématiques à l'épreuve de la représentation », in *Critique Sciences dures ?* Juin- Juillet 661-662, Revue générale des publications françaises et étrangères, Paris, Minuit, 2002, p. 517. cf. Aussi *Langage, Visibilité, Différence. Histoire du discours mathématiques de l'âge classique au XIXe siècle*. Paris, Vrin, coll. « Mathesis », 1999, p. 10.

3 K. Popper, *Conjectures et Réfutations*, Paris, Payot, tr.de l'anglais par Michel Irène et Marc B. de Launey, 2006, chapitre 9, p. 300.

4 R. Carnap, « La langue de la physique comme langue universelle de la science » (1932), tr.de l'allemand et présenté par Delphine Chapuis-Schmitz, in *L'âge d'or de l'empirisme logique Vienne-Berlin-Prague 1929-1936*, (sous la direction de Christian Bonnet et Pierre Wagner), Paris, Gallimard, 2006, p. 314-362.

5 H. Putnam, *Fait/Valeur la fin d'un dogme et autres essais*, trad. de l'anglais par Marjorie Caveribère et Jean-Pierre Cometti, Paris, L'Eclat, 2004, p. 34.

Putnam renvoie à Frege, nous voulons discuter davantage les rapports entre la pensée scientifique et la réalité ordinaire. Or du point de vue analytique, il est possible qu'elle fasse abstraction des faits empiriques¹. La pensée peut se donner à comprendre sans lien avec l'ancrage empirique de nos connaissances. Frege devient la source par excellence d'inspiration de Wittgenstein². Et surtout, cela nous fait dire³ que nous pouvons voir chez Frege un lien évident entre la pensée et elle-même. La relation entre la pensée et les pensées tend à trouver également une articulation entre la logique et les mathématiques dans la mesure où ces deux domaines de recherches ont intéressé Frege qui étudie leur caractère formel.⁴ Plus qu'une simple critique, la réflexion frégréenne épouse la forme d'une véritable clinique, c'est-à-dire que les concepts se présentent, ils sont retravaillés et appellent à un renversement épistémologique de l'esthétique transcendantale kantienne. Se pose à nouveau la question d'une approche empirique ou non de la pensée comme recherche logique.⁵ Ces éléments qui révèlent l'analytique de Frege⁶ à la suite de l'idée leibnizienne⁷ d'une logique du calcul.

Mais nous ne pouvons pas éclairer ce problème de la simplicité de la pensée en rapport avec les pensées sans renvoyer au principe de compositionnalité.⁸ La valeur d'une telle approche renvoie à « la sémantique de Frege ».⁹ L'existence d'une telle sémantique ne peut que discuter la place de la référence. Cette question a été approfondie par François Racanati.¹⁰ Elle déborde principalement ce qui nous préoccupe au premier chef.

Se pose l'exigence d'une approche frégréenne du langage formel ou syntaxique. En effet, c'est proprement « dans les Recherches logiques que Frege a renoncé à exposer axiomatiquement la logique »¹¹ en vue de questionner ce qu'il instaure comme autonomie des règles. La pensée comme recherche logique s'expose à la difficulté de justifier l'écart entre l'autonomie de celle-ci qu'il pose comme

1 M. Serres, *Le Système de Leibniz et ses modèles mathématiques*, Tome II, Paris, P.U.F., 1968, p. 714.

2 L. Wittgenstein, *Recherches philosophiques*, tr. fr., Françoise Dasture, Paris, Gallimard, 2004, p. 234.

3 A. Chauve, *Russell-Wittgenstein. La vérité et la logique*, Paris, Scéren-CNDP, 2001, p. 39.

4 C. Imbert « Frege, entre Kant et Wittgenstein », in *Frege, Logique et Philosophie* (dir. Matthieu Marion et Alain Volzard), Paris, L'Harmattan, 1998, p. 262. Il écrit : « Pour rencontrer Frege, il fallait venir jusqu'à Iena, où Scholem et Carnap suivirent son séminaire, où Wittgenstein lui rendit plusieurs visites ».

5 H. Putnam, *Le Réalisme à visage humain*, trad. de l'anglais (USA), par Claudine Tiercelin, Paris, Gallimard, 2011, p. 487.

6 Hilary Putnam, « Pourquoi ne peut-on pas "naturaliser" la raison? Cf. Définitions, tr. de l'anglais (USA) par C. Bouchindhomme, Paris, L'Eclat, 1992, p. 15.

7 H. K. Herbert, *La logique chez Leibniz, Essai sur le rationalisme baroque*, Lausanne, Ed. L'Âge d'Homme, coll. « Dialectica », 1981, p. 65.

8 G. Frege, *Écrits logiques et philosophiques*, trad. fr., Claude Imbert, Paris, Seuil, 1971, p. 214.

9 C. Imbert, « Quelques remarques sur la sémantique de Frege », in *Les langages, le sens et l'histoire*, janvier-mai 1972, Publications de l'Université de Lille III, P. U. L., p. 131-153.

10 F. Racanati, *Philosophie du langage (et de l'esprit)*, Paris, Gallimard, 2008, p. 192.

11 *Id.*, p. 137.

exigence logique de sa recherche, l'autonomie du règne objets physiques et l'autonomie des représentations linguistiques et psychologiques.

Le rapport entre la pensée et les pensées s'inscrit dans un réductionnisme méthodologique. Il exclut du champ de la connaissance toutes les entités empiriques propres aux représentations mentales. Etant donné que la pensée est autonome, nous pouvons affirmer qu'elle doit avoir un « contenu » particulier. Pour avoir dégagé la pensée du contenu empirique, Frege ne donne pas de la valeur à l'analyse des contenus mentaux. Ceux-ci sont liés aux autres formes de pensées d'ordre sémantique. La nécessité de fixer le sens de la pensée au détriment du contexte matériel ou de l'expérience ordinaire.

Frege donne l'idée d'une sémantique formelle, c'est-à-dire celle que la pensée travaille sous la forme d'une structure.¹ Les pensées ne sont pas analysables en constituants matériels ou physiques. Les idées, les concepts sont combinés indépendamment de la matière qui les forme. De notre point de vue, la critique des pensées dont la base est empirique ne voudrait pas conduire à affirmer que la pensée selon Frege est vide de contenu. Ce contenu est plutôt formel à la faveur de la combinaison des mots et des concepts. C'est cette combinaison qui donne forme au jugement.²

Pour Frege la pensée a son propre règne. Il est différent du règne des représentations.³ A la différence des représentations, la pensée qui est considérée comme un univers à part entière et comme recherche se caractérise par le fait qu'elle se situe en dehors du temps. Mais cette thèse nous éloigne du sujet de la pensée de Frege qui ne veut pas conduire à la « sémantique référentielle », c'est-à-dire celle qui réhabilite la théorie causale de la référence ou la théorie des représentations. Du point de vue de son origine, la pensée de Frege, pour autant qu'elle n'est pas tributaire du contenu des nos représentations signifie que son activité n'est pas causée. Elle est donc différente des représentations qui sont causées. Sa simplicité⁴ tient de ce qu'elle n'est pas pleinement déterminée.⁵ La pensée est non seulement absolue parce qu'elle est autonome vis-à-vis des représentations, mais aussi en ce qu'elle est

1 Pour une intelligence globale relative à la biobibliographie de Frege, on peut se rapporter à la présentation faite par Mathieu Marion et Alain Voizard, « Frege aujourd'hui », in *Frege Logique et philosophie*, (dir-), Paris, L'harmattan, Coll. Tradition sémantique, 1998, p. 1.

2 G. Frege précise, *Les fondements de l'arithmétique*, Recherche logico-mathématique sur le concept de nombre, traduction et introduction de Claude Imbert, coll. L'ordre philosophique, Paris, Seuil, 1969, p. 117.

3 Georges Boolos, « Gottlob Frege et les fondements de l'arithmétique », trad. franç, par Lionel Perrin, in *Frege, Ibid.*, p. 18.

4 Cf. *Frege-Husserl Correspondance*, Postface de Jean-Toussaint Desanti, trad. de l'allemand par Gérard Granel, Editions T.E.R., 1987, p. 15.

5 G. Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, *Op. Cit.*, p. 122.

logiquement inaltérable et inaliénable relativement aux autres mondes qui produisent d'autres formes de pensées.¹

La dépendance de la pensée par rapport aux autres mondes ne l'altère point. La pensée appartient au troisième règne qui n'est ni celui des représentations, c'est-à-dire le monde intérieur d'un individu, ni celui des objets extérieurs. La pensée jouit d'une autonomie absolue, car selon Frege les pensées transcendent l'autorité humaine, c'est-à-dire elles ne sont pas totalement en notre pouvoir.²

Le cœur de la question, c'est que la « pensée vraie » et la « pensée tenue pour vraie » ne participent pas du même niveau d'intelligibilité du langage. Cela semble poser problème au niveau de la différence de nature existant entre la pensée et sa valeur de vérité. De fait, Frege distingue bien évidemment la saisie de la pensée comme aspect logique de la reconnaissance de sa vérité comme problème philosophique.³ Elle ne subit pas l'usure du temps.⁴ De ce point de vue, il s'agit toujours de la même pensée. Elle accède au statut logique quand, une fois assertée, elle entre dans le domaine des valeurs de vérité.

La pensée est donc formelle, car en caractérisant la pensée comme quelque chose d'éternel qui relève d'un troisième règne, Frege⁵ a finalement écarté toute conception empirique et psychologique de la pensée.⁶ La pensée est comme un un modèle par rapport aux autres règnes.⁷ Toute pensée logique isolée ou hypostasiée et poussée à l'autonomie absolue⁸ conduit-elle à la simplicité méthodologique? Elle n'est pas en correspondance avec les autres règnes : le règne de la représentation et le règne physique. La difficulté se situe entre l'acte de représenter comme production des pensées, la relation entre la pensée et les pensées et le type de relation possible entre la pensée et elle-même. L'approche se veut donc épistémologique. Elle fait signe vers l'atomisme logique de Frege qui a pour but de conserver l'unité du sens de toute proposition logique tout en en dégageant la structure, le rôle des différentes parties. D'autre part, si « représenter » ne signifie pas « être identique à », peut-on alors affirmer que Frege refuse la conception de la vérité-référence ?

1 Le calcul de la conséquence et la logique du contenu, trad. fr., par Jacques English, in : *E. Husserl : Article sur la logique*, Paris, P.U.F., coll. Epiméthée, 1975, pp. 62-91.

2 W. V. Quine, *La Poursuite de la vérité*, trad. de l'anglais par Maurice Clavelin, Paris, Seuil, 1993, p. 113.

3 Pierre Gapenne, « Ce qui est décisif dans le langage : Logique réflexive du contenu jugeable significatif chez Frege », in *Al-Mukhabat*, N° 05 Année 2/2013, p. 194.

4 Cf. Aristote, *Métaphysique*, 3, 1005b2-5.

5 Y. Gauthier, *De la logique interne*, Paris, Vrin, 1991, p.81.

6 Cette réflexion trouve sa justification bien plus dans *Frege-Husserl Correspondance*, Postface de Jean-Toussaint Desanti, trad. de l'allemand par Gérard Granel, Editions T.E.R., 1987, p. 7.

7 Ph. De Rouilhan, *Russell et le cercle des paradoxes*, Paris, P.U.F., coll. Epiméthée, 1996, p. 71.

8 Cette autonomie absolue dont jouit la pensée selon Frege est de nature à justifier le platonisme que certains critiques les plus lucides trouvent dans sa logique. On peut citer en exemple l'article de Crispin Wright intitulé : « Field et le platonisme frégeen », in *Frege logique et philosophie*, *Op. Cit.*, p. 85.

La pensée entre contraintes logiques et défis philosophiques

Les pensées ne sont pas des expressions. Certaines pensées sont intrinsèquement inexprimables. Aucun langage ne permet de les exprimer. Au-delà nous en viendrons à questionner la possibilité du caractère immuable des pensées. En effet, la pensée est au-dessus des carences logiques de la simple représentation du monde psycho-physique moyennant quelques élargissements et affinements de leur démarche.¹ La pensée existe-t-elle ? La structure des pensées est-elle univoque ou plurivoque ? Quand nous traitons du rapport de Frege aux pensées structurées sous la forme d'une proposition du point de vue logique, c'est que cela ne va pas de soi. Quelques post-frégéens refusent d'admettre ce lien séminal ; en raison principalement de ce que pour Frege il est question d'une logique du concept. Mais l'est-elle vraiment pour tous quand on sait qu'il n'a jamais utilisé le mot « logique du jugement »² ?

Il se trouve que le terme « proposition » prête à équivoque pour quelques raisons liées à la relation entre pensée et proposition. La raison fondamentale qui préside à cela vient du problème de la vérité logique. La proposition se donne à voir comme un des outils logiques dont Frege se sert pour justifier la relation de simplicité qui s'établit entre les pensées. Nous pensons également partir de là pour tenter de répondre à la question de la nature de la pensée. La valeur de vérité fait abstraction des faits. Cette approche fait débat. Elle donne lieu à une autre interprétation qui distingue techniquement les propositions des jugements.

L'autonomie absolue de la pensée est donc en jeu ici : « Il me semble possible de soutenir qu'il peut exister une « philosophie de la pensée » indépendante de la « philosophie du langage », qui rende justice à une certaine forme (faible) de psychologisme en même temps qu'à l'autonomie des pensées par rapport aux représentations, et qui constitue une sorte de voie médiane entre le psychologisme (...) et la version linguistique de la philosophie analytique. »³ La pensée logique⁴ est autonome. Mais elle est évaluée à la limite de la relation, dans la mesure où la pensée est toujours en adéquation avec un objet qui lui est extérieur. L'accès à cet objet est rendu possible par la sensation. La pensée tournée vers l'Intelligence suprême devient une exception, lorsqu'elle se révèle comme pensée de soi. Ce que Platon appelle « Idée ».⁵

Or Frege s'attache à une démarche spécifique qui ressemble à celle de Platon : « De ce besoin résulta l'idée de l'idéographie dont il est question ici. Elle doit ainsi d'abord servir à examiner de la manière la plus sûre la force concluante d'une chaîne de déductions et à dénoncer chaque hypothèse qui veut s'insinuer

1 « Logique et sémantique chez Frege » ; point de vue défendu par Sanford Shied, *op. cit.*, p. 109.

2 Aristote, *Métaphysique*, XIII, 9, 1074b, 34-35.

3 P. Engel, *op. cit.*, p. 212.

4 Crisp Wright « Field et le platonisme frégéen », in *Frege Logique et philosophie*, *op. cit.*, pp. 85-108.

5 G. Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, *op. cit.*, p. 93.

de façon inaperçue, afin que finalement sa provenance puisse en être recherchée. C'est pourquoi, j'ai renoncé à exprimer tout ce qui est sans signification pour la déduction »¹. Il ne sera pas question de la déduction transcendantale. Dans la mesure où, nonobstant le bon usage que Frege s'est proposé de faire à l'occasion du corpus kantien, il se devait d'être vu, plutôt comme celui qui proprement s'est montré comme un logicisme.² Ce point de vue a été nuancé par Jacques Bouveresse : « à la différence des partisans du naturalisme scientifique que la réaction anti-idéaliste a suscités en Allemagne, Frege ne semble effectivement pas particulièrement préoccupé de régler des comptes avec des philosophes comme Hegel et Schelling. Mais, cela n'autorise certainement pas à le considérer lui-même comme un idéaliste (...) à la différence de Moore et de Russell, qui appartiennent à une phase différente de l'évolution de la philosophie analytique, Frege n'était intéressé ni par la formulation d'une philosophie anti-idéaliste ni par une défense du réalisme ».³

Pour dégager la spécificité du règne de la pensée, Frege adopte une démarche simple qui consiste d'abord à interroger la relation entre la pensée et le langage. Il affirme : « Quant à moi, j'emploie la tournure « tous les... » ; de telle sorte que ni je ne vise du même coup l'existence, ni je ne la présuppose comme accordée. En cette affaire, l'usage de la langue ne peut certes pas trancher sans appel, pour la raison que nous n'avons pas à nous préoccuper de ce qui est l'usage de la langue. Bien plutôt pouvons-nous en logique, fixer notre usage de la langue selon des requisits logiques. Le fondement de ma façon de le fixer est la simplicité. »⁴ Cela nous conduit à la pensée de Frege qui est simple à partir du moment où la théorie logique qu'il élabore est fondée sur des propositions élémentaires, c'est-à-dire les « propositions adjacentes »⁵. Elles sont liées au quantificateur universel : « tous les... ».

En revanche, il est utile d'évoquer les conceptions frégréennes. En effet, de 1879 à 1885, Frege ne fait pas la distinction entre « sens » et « référence ». Il y aboutit à la suite d'un long silence, en 1892, ouvrant la rédaction des deux volumes de son *Grundgesetze*. Lorsque Russell⁶ révèle l'incohérence du système qui y est construit, en 1902, il tente de pallier ce défaut. Nous disons que Frege a opéré une nouvelle mutation profonde dans sa façon de considérer la pensée entre le sens et la référence. « Les recherches logiques » sont inscrites dans cette dernière période de son système. Durant cette période, Frege ne distingue pas le sens et

1 G. Frege, *Idéographie*, *op. cit.*, p. 6.

2 M. Meyer, *Découverte et Justification en science. Kantisme, néo-positivisme et problématique*, Paris, Klincksieck, 1979, p. 142.

3 J. Bouveresse, *Essais V. Descartes, Leibniz, Kant*, Paris, Agone, 2004, p. 138.

4 *Frege-Husserl Correspondance*, trad. de l'allemand par Gérard Granel, Postface de Jean-Toussaint Desanti, Editions T.E.R. bilngue, 1987, p. 55.

5 Ibid.

6 B. Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, tr.de l'anglais Gorges Auclair, Paris, Gallimard, coll. Tel, 1961, p. 137.

la référence. Il ne possède pas de théorie des extensions intégrée à son « idéographie ».

Le nombre cardinal est étudié durant la seconde période. Ainsi donc, les règles et axiomes présentés sont différents de sa première Idéographie. Seulement, l'analyse logique du langage¹ est difficile à aborder. On sait que l'autonomie de la pensée que nous avons choisie comme sujet frégeen peut aussi se justifier dans son rapport avec le langage. Il est de la nature de la pensée en tant que recherche logique de faire sens à partir du langage.² Cela nous permettra de voir si les pensées structurées en jugements peuvent aussi prendre la forme du langage.

Frege écrit la *Begriffsschrift*³ ou l'*Idéographie* en 1879⁴, constituant ainsi un « tournant » dans l'histoire de la logique mathématique. Mais il importe, avant tout, de noter qu'il entre en correspondance avec Husserl vers 1896. Les deux grandes écoles philosophiques, c'est-à-dire la phénoménologie et la philosophie analytique, donnent vie à la pensée de Frege.⁵ Recourant à la pensée logique, ce dernier s'attache à un ortho-langage, c'est-à-dire un langage logiquement correct, parce qu'il respecte les lois logiques qui décident de la logique d'un discours. Il ne s'agit pas d'un langage arbitraire, mais d'un langage qui est normé, dépendant des règles fixées et qui deviennent l'instance objective de validité et de légitimité dudit langage. Il se trouve que le premier objectif de la science est de susciter en nous le sentiment de la compréhension. Quel est alors le moyen qui le rend possible ?⁶

1 : « Il n'est pas jusqu'à la distinction essentielle entre langue et calcul, sur laquelle j'insiste, que vous n'ayez déjà faite (...) en distinguant l'un de l'autre les concepts de « calculus ratiocinator » et de « lingua characteristica ». Il me semble cependant que la *Begriffsschrift*, du fait qu'elle doit-être une « lingua characteristica », ne devrait pas être appelée « une langue formelle imitée de celle de l'arithmétique ». Car si quelque chose doit être certain, c'est bien que l'arithmétique est un « calculus ratiocinator » et non une « lingua charcateristica ». Cf. *Frege-Husserl Correspondance*, op. cit., p. 33.

2 I. Stengers et J. Schnlanger, *Les concepts scientifiques. Invention et pouvoir*, Paris, La Découverte, 1989, p. 72.

3 Dans la lettre que Frege adresse à Monsieur le Professeur Husserl, le 24 mai 1891 : « Que l'*idéographie* de Frege ne mérite pas son nom, mais devrait être caractérisée comme une judiciographie, effectivement logique (bien qu'imparfaitement conforme à son but), c'est ce que j'ai montré, je crois, dans ma Recension. » Cf. *Frege-Husserl Correspondance*, op. cit., p. 29.

4 Une autre précision de Frege lui-même qui est de taille et mérite d'être indiquée est relative au but de l'*idéographie* : « Vous verrez facilement, en lisant les deux conférences sur la *Begriffsschrift*, que le jugement de Schröder (...) est en effet sans fondement. Je dois avouer cependant que ces conférences ne correspondent plus tout-à-fait à mon point de vue actuel, comme vous ne manquerez pas de le relever en les comparant avec *Function und Begriff*. Mais du fait que la traduction dans mon vocabulaire actuel en est aisée, elles peuvent encore servir à se représenter l'application de ma *begriffsschrift*. Au lieu de « cette circonstance, que... » on devrait dire « la valeur de vérité de ceci, que... », *Ibid.*, p. 29.

5 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques* trad. franç. de Claude Imbert, Paris, Seuil, 1971, p. 25.

6 G. Frege est très lucide sur le rôle-clé de l'*Idéographie*.

L'idéal de certitude qui sous-tend cette approche ne va pas sans exigence de méthode considérée comme logique. Il écrit: « L'acquisition d'une vérité scientifique parcourt normalement plusieurs degrés de certitude. La proposition générale, peut-être d'abord conjecturée à partir d'un nombre insuffisant de cas individuels, devient de plus en plus sûrement établie quand elle acquiert par des chaînes d'inférences une relation à d'autres vérités, soit que des conclusions qui trouvent confirmation de manière différente en dérivent, soit qu'à l'inverse, elle soit reconnue comme étant une conséquence de propositions établies. C'est pourquoi, il est possible de questionner le chemin par lequel une proposition fut peu à peu saisie d'une part, et la manière par laquelle finalement il faut la justifier le plus solidement d'autre part. La première question recevra éventuellement des réponses diverses selon les différentes personnes ; la seconde question est plus précise et sa réponse est liée à l'essence interne de la proposition considérée.»¹

Frege est conduit à définir la méthode de l'inférence logique. Il distingue le type des propositions analysées, c'est-à-dire celles qui font le lien avec leur contenu de celui des propositions inanalysées, celles qui font abstraction du contenu.²

Le questionnement des propositions s'impose pour en dévoiler le sens et le contenu formel. « Ainsi, pense-t-il, nous divisons toutes les vérités ayant besoin d'une justification en deux sortes selon la preuve...Mais sans doute est-il compatible qu'une proposition appartienne à la première sorte et pourtant ne puisse jamais venir à la conscience de l'esprit humain sans activité sensorielle ».³ Ce propos de Frege soulève le problème de l'indépendance absolue de la pensée par rapport à l'empirique qui est au principe des autres règnes. Ils sont en correspondance avec les faits. Le règne de la pensée ne coïncide pas avec ceux des règnes qui se fondent sur la base empirique. Cette approche logique de la connaissance rappelle le débat de la démarche analytique de la pensée.

Notre question porte sur le sens du schème de la pensée chez Frege. Or le mot schème a une acception propre pour désigner « une opération mentale ». Cependant, il ne sera pas considéré comme le résultat d'une fonction intermédiaire entre la sensibilité et l'entendement. Car la pensée selon Frege ne s'inscrit pas dans un « schématisation », c'est-à-dire une action qui, d'une part, lie le sensible par un concept et, d'autre part, procure au concept une forme adéquate. Dans le fond, le schème n'est pas l'image en tant que telle, mais une procédure pour former des images. Conformément à la position de Frege, le schème ne renvoie pas à des représentations temporelles donnant aux concepts un contenu intuitif, par exemple le schème de la causalité.

1 G. Frege, *Idéographie, Un langage formulaire de la pensée pure construit d'après celui de l'Arithmétique*, (traduction, préface, notes et index par Corine Besson, Postface de Jonathan Barnes, Paris, Vrin, 1999), Préface, Editions Louis Nebert, 1879, p. 6.

2 *Ibid.*

3 G. Frege, *Idéographie, op. cit.*, p. 6.

Frege considère la pensée ou le concept d'un point de vue tout à fait différent de celui de Kant où seuls les concepts de l'entendement peuvent être schématisés et sont susceptibles d'être appliqués à des objets définis. Le caractère schématique des concepts chez Frege ne se définit donc pas au moyen des objets d'expérience dont ils légitiment l'organisation au niveau des objets perçus. La pensée est différente de la représentation. Pour lui, la représentation est « un monde des impressions sensibles, des créations de son imagination, des sensations, des émotions et des états d'âme, un monde des inclinations, des désirs et des volitions. Pour disposer d'une expression brève, je réunirai tout cela, à l'exception des volitions sous le terme représentation. »¹ La critique frégréenne de la représentation confirme la règle de l'autonomie de la pensée et celle de la différence de degré entre la pensée et les pensées structurées ou organisées à partir de la connaissance empirique. Celle-ci voudrait articuler forme et contenu matériel. Représenter, ce n'est pas encore penser. Il est évident que Frege relativise la thèse de l'empirisme radical où toutes les pensées vraies ont toujours pour fondement la perception sensible.

Il annonce plutôt la manière dont s'assure logiquement le fondement d'un raisonnement déductif en vertu d'une proposition logique antérieurement établie. Il s'agit de celle qui ne dérive pas, nécessairement, l'expérience sensible au sens kantien du terme. Autrement dit, Frege cherche la procédure moyennant laquelle on peut déduire une pensée sans tomber dans le piège ni du psychologisme ni de l'intuitionnisme. Ils sont considérés comme des lacunes démonstratives. Il conclut : « Donc, ce n'est pas le mode de formation psychologique, mais la méthode de la démonstration la plus parfaite qui est au fondement de la distinction. Alors que je me demandais à laquelle des deux sortes de vérités les jugements arithmétiques appartenaient, je devais d'abord chercher jusqu' où l'on pourrait aller dans l'arithmétique grâce aux déductions seules appuyé uniquement par les lois de la pensée, qui sont au-dessus de toutes les particularités. »² Se dégage alors l'intérêt épistémologique du logicisme opposé à l'intuitionnisme ; le dépassement ou le rejet des scories et ambiguïtés des langues historiques et naturelles.

Cette méthodologie tient d'une exigence logique et mathématique. C'est-à-dire que la justification est naturellement différente de la démonstration. Avec Frege s'opère une véritable reformulation de l'idée de méthode scientifique. C'est dire que, pour lui, l'exigence méthodologique formulée consiste en une démarche mathématique. Elle consiste à exposer d'abord, explicitement, tous les axiomes postulats et définitions dont elle aura ensuite à se servir dans le cours de ses démonstrations scientifiques. La méthode de la justification doit sortir le raisonnement scientifique scrupuleux et rigoureux, des hypothèses tacites ou dogmatiques. Celles-ci sont comme des principes premiers et propositions dérivées. De la sorte, Frege est parti des mathématiques, en général pour des

1 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, op.cit., p. 181.

2 G. Frege, *Idéographie*, op. cit., p. 7.

besoins logiques de la pensée, même si, par ailleurs, il a eu de l'admiration pour l'écriture des fonctions habituelles propres aux mathématiciens. Mais, avec Frege se dessine l'exigence de progrès technique de la logique.

Quel est alors l'intérêt épistémologique de ce renversement méthodologique opéré par Frege à la lumière de la distinction de nature entre la démonstration et la justification ?

Il se trouve que la méthode frégeenne se propose d'amener les mathématiciens eux-mêmes à se retourner, c'est-à-dire qu'elle vise leur propre pratique moyennant l'outil philosophique, en vue de dégager la logique de leur procédure. En effet, dans la démonstration, est-il besoin de le rappeler, on a recourt à des formules de type : « il est clair que...il est évident que », ou « soit x, y, z, \dots ». Ces formules imputables à Euclide¹ donnent lieu à un manque de clarté du raisonnement scientifique. Grâce à la justification, les mathématiciens s'imposent la rigueur scientifique qui consiste logiquement à énoncer explicitement toutes leurs hypothèses, ainsi que l'appareil logique qui traduit l'enchaînement des propositions les unes aux autres. Le contexte de justification de l'autonomie de la pensée, doublée d'une exigence de la méthode logique, conduit à restaurer le raisonnement scientifique de l'implicite à l'explicite, c'est-à-dire qu'elle consiste à refonder les mathématiques suivant la logique symbolique. Autrement dit, Frege veut instaurer un projet contre toute philosophie de l'évidence ; telle qu'elle est réduite à l'intuition par Descartes, c'est-à-dire à la clarté et à la distinction. La démonstration scientifique doit s'appliquer aux postulats eux-mêmes. Frege pense que le caractère non démontrable des principes fonctionne, à ce niveau d'analyse, comme un « obstacle » à surmonter.² Une question se pose, de plus: peut-on réduire la nécessité des signes à la représentation? A l'évidence non. Ce serait ramener la philosophie de la pensée à la mathématique. Si Frege est mathématicien et logicien, il reconnaît aussi que la philosophie a un rôle fondamental à jouer dans la réalisation du projet d'une langue formulaire de la pensée pure. Frege devient ce logicien et ce philosophe qui se veut être donc le modèle du mathématicien. Il est au-dessus du mathématicien. Si la mathématique est la forme inadéquate de la manifestation du symbole, alors la logique en est la forme adéquate. Frege pense qu'une recherche fondamentale sur le concept du nombre, par exemple est forcément marquée par la philosophie. La tâche est commune aux mathématiques et à la philosophie. Cette perspective devient interdisciplinaire. Mais la différence est que le philosophe travaille au concept; le mathématicien le fait par rapport à la représentation symbolique. De la logique traditionnelle à la logique moderne la nature ne se situe pas seulement au niveau de la méthode, mais aussi au niveau de l'objet.

¹ *Ibid.*, p.78.

² G. Frege, « Que la science justifie le recours à une idéographie », *Ecrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil 1971, p. 65, trad. fr. Claude Imbert.

Or ce qui est représenté n'est pas encore parvenu au niveau du concept. La manifestation est la forme maladroite de la représentation du signe. Celui-ci a vocation à se traduire dans le concept. Le ramener à la simple représentation, c'est le dévaluer. Car le signe ne peut pas être abandonné à la sensibilité et aux caprices du sentiment. Nous arrivons à représenter même les choses moins utiles que le signe. Ce qui est sublime doit être saisi par le concept. Il est la mesure de la grandeur de l'entendement. Il peut être considéré comme le pays de naissance des concepts.¹ Une question subsidiaire se pointe encore: si le concept au sens philosophique est identique au concept logique, d'où vient alors le sentiment que le concept philosophique n'est pas l'expression d'une confusion que pourrait révéler l'analyse logique?

C'est pourquoi, de la logique des concepts à celle du jugement, Frege opère une innovation subversive. C'est une rupture qui travaille à ne plus partir des termes ou concepts pour composer effectivement les propositions jugements et à considérer, au contraire, que le jugement est la donnée logique première. Le calcul des concepts n'est pas synonyme du calcul des jugements. Avec Frege, désormais, la proposition logique ne s'analyse pas en des termes ou concepts qui la constituent, mais en ce qu'il appelle Fonction et Argument. Ces deux termes techniques méritent d'être clarifiés en vue de comprendre la place et la signification du caractère formel du règne de la pensée ainsi que ses implications épistémologiques dans le domaine des sciences formelles. Pareille analyse frégeenne se trouve justifiée dans le lien qui s'établit nécessairement entre « fonction et argument ». Il s'agit de débarrasser la notion de concept de toute sa dimension à la fois métaphysique et psychologique.

Frege fait de l'objet scientifique quelque chose dont la signification² n'a rien à voir avec le règne de la représentation. De fait, Frege précise : « Je pars de ce que l'on appelle fonction en mathématiques »³. Cela veut dire que la fonction a un caractère essentiellement scientifique, parce qu'elle fait corps avec la variable de type mathématique. Un concept n'a de sens que lorsqu'il rentre en relation avec un autre concept. Cette combinaison donne lieu à un jugement. L'analyse de la fonction sera donc à la lisière de la logique et des mathématiques. Le contenu conceptuel visé est le fruit d'un raisonnement purement formel et dont le lieu de surgissement est l'arithmétique. En voici la procédure : « Quel est donc le contenu, la dénotation de $223 + 2$? C'est la même que la dénotation de 18 ou de 36. L'équation $223+2=18$ exprime la dénotation du groupe de signes à droite (du signe d'égalité) est la même que la dénotation des signes de gauche. Je me refuse à penser que $2+5$ et $3+4$ soient bien égaux mais non identiques (...) ce principe n'a pas la même évidence en arithmétique pour la seule raison que la dénotation du signe numérique 7 n'est rien qui soit perceptible par le

1 G. Frege, *Que la science justifie le recours à une Idéographie*, op. cit., p. 64.

2 R. Carnap, *Signification et nécessité*, trad. de l'anglais et présenté par François Rivenc et Philippe de Rouilhan, Paris, Gallimard, 1997, p. 324.

3 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, op. cit., p. 81.

sens »¹. Cette procédure de démonstration arithmétique déroule une combinaison de symboles mathématiques qui laisse voir le sens du contenu formel au détriment du préjugé psychologique et empirique du raisonnement scientifique. La notion de fonction liée à celle d'argument est rattachée à la notion de variable. Les deux notions entretiennent un rapport de correspondance avec celle des nombres. La fonction est analysée pour justifier le caractère formel que prend la pensée scientifique. Car la fonction mathématique est en dehors de l'espace et du temps comme l'est le règne de la pensée. Les symboles qui rendent possible pareille démonstration ne sont pas réduits à la perception au moyen des organes de sens.

Frege articule « fonction et argument », en raison de ce que le deuxième joue un rôle important dans la justification du symbole d'argument. La liaison entre fonction et argument est ainsi faite. Sans argument, la fonction paraît incomplète et non saturée. Frege ne les sépare donc pas. La fonction ressemble au sujet dans son rapport avec le prédicat. Nous pouvons donc dire que la fonction est le prédicat et l'argument en est la variable liée. Frege veut nous faire comprendre dans quelle mesure l'argument complète la fonction, au moment où il a recours à l'image géométrique. Il le dit d'un segment par un point. Il écrit : « L'argument est un nombre, un tout fermé sur soi, (...). Le cas est comparable à celui d'un segment divisé par un point. On est tenté de compter le point de division avec chacun des demi-segments. Mais si l'on veut faire en rigueur la division, en sorte que rien ne soit compté deux fois ni ne manque, il faut ajouter le point de division à un seul des deux demi-arguments. Celui-ci sera complètement fermé sur soi-on peut le comparer à l'argument-tandis qu'il manquera quelque chose à l'autre demi-segment. Le point de division qu'on pourrait appeler son point terminal ne lui appartient pas. Il faut fermer un demi-segment par un point terminal, ou une ligne par deux points terminaux pour obtenir quelque chose de complet »². Il ressort par-dessus tout que c'est à la faveur de son rattachement à la fonction que l'argument occupe une place de choix dans la pensée de Frege et surtout dans la justification de la pensée formelle comme recherche logique. En fait, il ne suffit pas seulement d'apporter la différence entre fonction et argument comme Frege le fait à la lumière de ce propos. Il convient, en plus, de noter que l'argument est un instrument important à partir duquel la fonction trouve sa légitimité.

Nous avons montré que la relation entre fonction et argument ne nous éloigne guère de celle qui s'instaure entre la pensée et les pensées. La fonction permet d'avoir une idée de la pensée vraie. La fonction est liée aussi bien à la pensée qu'aux pensées.³ Le sens formel de l'argument est identique au sens formel de la fonction dans la mesure où Frege élargit cette notion aux nombres, par-delà les jugements. Il soulève l'idée d'« arguments possibles. Il n'y a plus lieu de se

¹ *Ibid.*, p. 82.

² G. Frege, *Écrits logiques et philosophiques*, op. cit., p. 84-85.

³ *Ibid.*, p. 86.

limiter aux nombres, on doit admettre également comme argument tout objet en général »¹. Cela étant, Frege rend possible l'extension de l'argument tout en la discutant. Il estime que la fonction ne s'identifie pas avec la signification de l'objet. Une fonction exprime une pensée saturée par un argument. Pareil objet est plutôt pensé dans la mesure où il ne renvoie pas à un objet quelconque placé dans l'univers. Dans cette perspective Frege pense « dès lors qu'on admet tout objet sans restriction comme argument ou valeur d'une fonction, la question est de savoir ce que l'on entend par objet. Une définition dans les règles de l'Ecole est impossible à mon sens, car nous touchons à quelque chose dont la simplicité ne permet aucune analyse logique. On peut seulement dire brièvement ceci : un objet est tout ce qui n'est pas fonction, c'est ce dont l'expression ne comporte aucune place vide »².

De ce qui précède, nous tirons quelques conséquences. Le jugement occupe une place de choix dans la relation entre la pensée et les pensées puisque Frege déclare partir du jugement et non pas des concepts. Le jugement renvoie à la pensée pure. Puisque du point de vue logique, le jugement vrai ou faux correspond aux objets les plus généraux de la pensée formelle comme 0 et 1. Ce faisant, le concept et la fonction se doivent d'être considérés dans une perspective logique et formelle. Donc, la fonction et le jugement, ainsi que la fonction particulièrement structurent le système formel de Frege et déterminent le sens pour la pensée pure et les pensées vraies.

Cette procédure de simplification conduit à la finitude de la représentation et rend intelligible la complétude de la pensée. En effet, la pensée comme recherche logique devient un des problèmes concernant la connaissance empirique. Ce que Frege veut atteindre comme objectif se résout au moyen de la preuve formelle de la vérité. Se dessine alors la théorie logique de la pensée, d'une part, et la théorie épistémologique des imperfections des représentations, de l'autre.

Dans le rapport entre la pensée et les représentations, Frege considère deux formes possibles. La première travaille à rendre intelligible le règne de la pensée au moyen de la méthode analytique. La pensée donne à voir une explication absolument vraie de son règne et non pas simplement « une des meilleures possibles »³. La deuxième forme consiste à distinguer la pensée comme « phénomène » et la théorie des mondes chez Karl Popper⁴ qui s'attache directement à la relation possible entre eux relativement au type de phénomène en question. Dans les deux formes, il ressort que la pensée n'est pas toujours liée aux pensées.

¹ *Ibid.*, p. 92.

² *Ibid.*

³ B. Russell, *Signification et vérité*, trad. fr., Philippe Devaux, Paris, Flammarion, 1969, p. 21.

⁴ K. Popper, *La quête inachevée*, trad. de l'anglais par Renée Bouveresse, Paris, Calmann-Lévy, 1981, p. 258.

Cette doctrine concerne plutôt Russell, parce qu'elle est destinée à établir des rapports entre le « contenu de l'expérience, formé à partir des données-des-sens et les structures formelles de la logique des principes »¹. La différence remarquable entre les deux démarches est celle du principe d'atomicité que Russell pose. Il dispose que les propositions élémentaires doivent se fonder sur les propositions de base sans lesquelles la connaissance n'est pas possible. Il est un deuxième principe qui se justifie chez Frege. Il dispose que toute proposition équivalente à une autre peut-être substituée à celle-ci, si elles ont toutes deux la même valeur de vérité. C'est dire que toute proposition moléculaire ou complexe ne peut comporter ni plus ni moins de vérité que celle de ses constituants.

Le principe de compositionnalité de Frege englobe donc à la fois le principe de substitution et celui des valeurs de vérité que sont le vrai et le faux. Nous découvrons la nouvelle intelligibilité de la vérité formelle. Elle tient au fait que si la dérivation des théorèmes mathématiques dans l'*Idéographie* explicite des étapes extrêmement faciles, la définition des concepts mathématiques dans le langage logique est un processus formel. En effet, cette démarche analytique permet de comprendre comment les lois de la pensée ne sont pas liées aux lois de la nature. Un rapprochement possible peut être fait entre les affirmations frégiennes et la méthode analytique issue de Boole :

Il me fallut donc trouver d'autres signes pour les relations logiques (...) C'est bien là une des différences les plus significatives entre ma conception et celle de Boole, et j'ajouterai celle d'Aristote que je ne part pas des concepts mais des jugements. Ce qui ne veut pas dire que je ne sache pas exprimer le rapport de subordination entre concepts.²

Par ailleurs, la logique du concept de Frege à la différence de celle de Boole conduit à savoir si la pensée et le langage sont en équilibre. Car la relation qui s'instaure entre les pensées dans un langage qui se veut logique ne peut pas se justifier sans poser le problème du langage. Nous voulons savoir davantage si la représentation que Frege rejette du règne de la pensée est de l'ordre de la « conceptographie ». Autrement dit, peut-on penser sans langage ? Sinon quel est alors le langage qui correspond le mieux à la pensée ? Il s'agit de l'« Idéographie », c'est-à-dire « le langage formulaire de la pensée pure ». Celle-ci est l'expression symbolique écrite d'une pensée. Elle permet d'avoir droit au « trésor commun de l'humanité », c'est-à-dire le sens. Pour ce faire, l'on ne peut se passer des signes pour penser véritablement. C'est la raison pour laquelle Frege dégage la nécessité fonctionnelle des signes.³

« L'idéographie »⁴ est une écriture des concepts qui a l'ambition de dépeindre les contenus conceptuels non sans respecter le découpage de la langue

¹ B. Russell, *op. cit.*, p. 12.

² G. Frege, Sur le but de l'*Idéographie*, *op.cit.*, p. 75.

³ Frege, *Ecrits logiques*, *op. cit.*, p. 63-64.

⁴ Cf. *Idéographie*, Postface, *op. cit.*, p. 121.

naturelle. Frege pense que : « Les sciences abstraites ont besoin, et ce besoin est ressenti de plus en plus vivement, d'un moyen d'expression qui permette à la fois de prévenir les erreurs d'interprétation et d'empêcher les fautes de raisonnement. Car il est bien certain que nous avons besoin de signes sensibles pour penser »¹. Il pose le problème de la certitude, de l'existence du lien indissoluble entre pensée et signe, et le fait que la pensée ne puisse s'effectuer que dans et par les signes.

A l'instar de Leibniz qui attribue au signe une fonction heuristique, Frege ne s'attache pas à la transparence du signe. Il ne s'attache pas aussi à la fonction d'extériorisation de la pensée, mais à la fonction suprême de constituer la pensée. Elle prend une autre orientation chez Frege². Telles sont les perspectives fondamentales que suggère la présente réflexion sur le rapport entre Frege et le logicisme. Frege se situe clairement dans le courant logiciste³. Mais le logicisme prendra une autre signification. Il affirme : « Il me fallait donc trouver d'autres signes pour les relations logiques. Schröder écrit que mon idéographie n'a rien de commun avec le calcul booléen des jugements. C'est bien là une des différences les plus significatives entre ma conception et celle de Boole, et j'ajouterai celle d'Aristote, que je ne pars pas des concepts mais des jugements. Ce qui ne veut pas dire que je ne sache pas exprimer le rapport de subordination entre concepts »⁴. Le langage, fût-il des signes, demeure un moyen de rendre extérieures des pensées ou la pensée au moyen d'une articulation des concepts, jugements et raisonnements.

Jusqu'à un certain point, le traitement symbolique du langage s'ouvre à la logique et aux mathématiques. Il est entendu que les signes ou les symboles devraient pouvoir signifier quelque chose. Certes, peut-on objecter à Frege que, quoi que tous les logiciens contemporains aient choisi le calcul comme quête de certitude du langage, il n'en est pas toujours vrai chez Russell. Il admet que les mots sont irremplaçables dans le raisonnement ou dans la communication⁵. Le constat est que, nonobstant la différence dans la perspective, l'objet de la pensée logique devient symbolique ou scientifique. Il est un langage artificiel dont il faudra montrer l'armature ou plutôt le fondement logique en réalisant sa reconstruction symbolique dans la nouvelle analytique.

Frege s'est proprement fixé pour tâche dans l'*Idéographie* de fournir une nouvelle logique du langage scientifique, après avoir critiqué le sens et la référence. Celle-ci suggère ce que nous voulons comprendre dans la relation entre le langage et

1 *Ibid.*, p. 63.

2 Herbert H. Knecht, *La logique chez Leibniz, Essai sur le rationalisme baroque*, Ed. L'âge d'homme, 1981, Lausanne, p. 65.

3 *Ibid.*, p. 21.

4 G. Frege, *Écrits logiques et philosophiques*, *op. cit.*, p. 74.

5 B. Russell, *La connaissance humaine, sa portée et ses limites*, Paris, Vrin, tr.fr. Précédée de « De l'univers à la nature », Nadine Lavard, 2002, p. 541.

les signes chez Frege sous la formulation d'un projet idéographique¹. Dans ce lien évident qui s'instaure de façon problématique entre langage et pensée, nous soulignons, en effet, l'éventualité théorique d'une construction scientifique du langage qui permettrait, en partant de la critique de la langue naturelle constituée de données de sens. Le langage chez Frege laisse entrevoir un antipsychologisme en vue d'asseoir sur un tout autre plan l'autonomie de la pensée. Frege critique visiblement les représentations tributaires de la langue naturelle. Celles-ci sont des expériences sensorielles. Elles sont concomitantes de la construction des pensées comme témoin de leur traductibilité complète dans le langage du monde physique plutôt que simplement psychique.

Ce point de vue qui est une espèce d'ouverture de la pensée au langage est une recherche logique opérée par Frege. Il met en exergue non plus le « vécu subjectif lui-même »², mais plutôt les liens entre les pensées elles-mêmes. Se trouve là justifié « l'antipsychologisme de Frege »³. Sur ce point, Frege articule « Fonction et concept ». Il va approfondir la question du langage et de la pensée dans le contexte de la langue algébrique, non sans poser le problème de la signification et de la référence. C'est ce à quoi nous allons nous attacher, dans la mesure où la pensée, comme recherche logique, se veut autonome vis-à-vis des autres pensées. Par conséquent, nous ne pouvons pas réfléchir sur le langage des signes et l'autonomie de la pensée chez Frege sans évoquer à bon droit la relation qu'il instaure lui-même entre « sens » et « référence ».

Sens et référence comme éléments de la structure des pensées

Nous venons de montrer que l'autonomie de la pensée est le fil conducteur de notre réflexion. Mais à suivre le mouvement de l'analyse frégeenne, il nous a paru justifié de lier la pensée au langage car les deux sont inséparables. Ils constituent en fait une recherche logique commune. Cette difficulté demeure dans la mesure où si la pensée demeure autonome vis-à-vis du langage, nous ne saurions montrer par la suite la question du sens de la pensée logique à partir du lien évident que Frege lui-même établit entre sens et référence. Si la pensée est autonome alors Frege ne s'attache pas à la quantification référentielle. Elle tient d'un texte critique à l'encontre de Frege. Il est de François Recanatì⁴ qui est en passe d'être considéré comme fondateur de la philosophie du langage et de l'esprit.

1 C. Imbert, « Le projet idéographique », *Revue Internationale*, Frege (1879-1979), Revue trimestrielle, 33^e année n°130, Paris, Vrin, 1979, p. 626.

2 E. Dissaké Malolo, « L'objectivité-pureté, le Cercle de Vienne et son opposition officielle », Maât, Revue philosophique africaine, 2^e année, n°2, janvier Paris, PUF, 2000, p. 70.

3 C. Imbert, *op. cit.*

4 F. Recanatì écrit : « Inversement, même si on accepte l'idée d'un langage de la pensée distinct du langage public, on peut rejeter l'idée qu'il y aurait une différence fondamentale entre l'un et l'autre en ce qui concerne la compositionnalité. » cf. *Philosophie du langage (et de l'esprit)*, Paris, Gallimard, coll. Folio/essais, 2008, p. 126.

Cela étant, dans cette partie nous tenons à mettre en exergue la manière dont Frege donne à entendre là le terrain durable d'une approche philosophique, logique et non linguistique de la signification de la pensée à partir de la référence¹. C'est une difficulté interne à ce que nous voulons justifier comme caractère autonome de la pensée.

La question de la pensée et du point de vue de son autonomie implique la théorie du sens. Autrement dit, le sens de la pensée pour quoi faire ? Cette interrogation s'inscrit dans la perspective de la sémantique du discours indirect. En dehors du problème que Frege soulève au sujet de la relation entre « concept et objet », « fonction et concept », il importe de s'attacher à celle qui existe entre sens et référence. Car sa théorie du sens en dépend. Or, à force de radicaliser l'autonomie de la pensée, Frege donne à entendre son insatisfaction de la théorie de la référence. On peut donc se demander pourquoi il introduit les sens et ce qu'ils peuvent y apporter.

L'application du principe de substituabilité de *salva veritate* au discours indirect oblige Frege à s'intéresser relativement aux sens. Le discours indirect qui s'articule avec les relations sémantiques est rendu intelligible à la faveur du recours à la pensée. Frege en donne la justification :

On peut seulement faire mention ici du fait qu'il n'y a pas d'autre manière de comprendre correctement le discours indirect. En effet, la pensée, qui est habituellement le sens de la phrase, devient sa référence dans le discours indirect.²

Pour avoir mis en miroir la pensée et la référence, Frege dégage davantage sa conception de la sémantique formelle, c'est-à-dire la théorie de la référence. Celle-ci est une théorie générale des mécanismes de détermination de la valeur de vérité interne aux phrases. Cette considération sémantique laisse entrevoir le principe de combinaison des pensées dans la mesure où les propriétés des expressions linguistiques de nos pensées sont nécessaires. Du fait de cette nécessité, elles sont également considérées avec les propriétés sémantiques des autres pensées constitutives de la phrase ainsi qu'en relation avec leur mode de connexion.

Par conséquent, le lien que certains logiciens établissent entre le sens et la référence au moyen de la pensée conduit à savoir si elle est vraie ou fausse. Le principe de substituabilité de *salva veritate* en question devient très déterminant pour comprendre si les propriétés sémantiques sont suffisantes et pour déterminer la vérité ou la fausseté d'une pensée ou d'une phrase là où elles ont droit de cité. Le sens et la référence conduisent à poser le problème de la logique du contenu de nos pensées. Ce contenu qui se veut objectif peut être

1 B. Russell, *Signification et Vérité*, traduit de l'anglais par Philippe Devaux, Paris, Flammarion, 1959, p. 355.

2 G. Frege, *Lois Fondamentales de l'arithmétique*, t. I. *op. cit.*, p. x.

aussi conceptuel ou formel. Il renvoie au double rôle du jugement qui est à la fois sémantique et épistémique.

Il convient en principe de distinguer « épistémique » et « sémantique ». Alors que le second terme renvoie à ce qui relève de l'épistémologie de la logique, ou la discipline qui s'occupe du sens (du contenu) des formes linguistiques, l'épistémique désigne ce qui a trait à la connaissance en général, à ses mécanismes, à sa logique et à ses fondements. Par rapport à Frege, nous mettons l'accent sur la sémantique formelle. Elle est particulière en ce qu'elle s'adosse à la notion de référence. On entend par référence la relation nécessaire entre la pensée et ce qu'elle représente. La notion s'emploie aussi pour caractériser un des termes de la relation, à savoir ce qu'une pensée représente, c'est-à-dire sa référence. Pour ce faire, et de façon problématique, elle désigne le « référent » d'une pensée ou d'une expression linguistique. Voilà pourquoi, depuis Rudolf Carnap, la sémantique référentielle a remplacé la notion fréguénne de référence qui était au fondement de l'édifice de la logique formelle et même à la source inspiratrice de l'empirisme logique. Partant de cette sémantique de Frege, nous avons constaté que l'aspect épistémique de la pensée est séparé de celui de la sémantique. C'est dire que Frege ne confond pas « pensée et valeur de vérité », c'est-à-dire le sens et la référence d'une pensée ou d'un signe.

Ce qu'une pensée représente peut s'opposer à la manière dont elle le représente. Deux pensées peuvent se référer au même objet. Cet objet peut aussi être présenté de deux manières différentes. Ce qui est en jeu c'est le mode de présentation. Il constitue chez Frege le sens de la pensée ou de l'expression désignative. Ce sens est distinct de sa référence, au sens de « référent ». La difficulté de la pensée définie à l'interface du sens et de la référence se justifie par le fait même qu'« une même chose peut-être présentée de diverses manières. De même chez Frege une seule et unique propriété peut être dénotée par deux expressions prédicatives non synonymes qui présentent cette propriété de deux façons différentes. »¹

Ce que Frege appelle « pensée » va de pair avec ce qu'il entend dire comme « valeur de vérité ». Telle est la conséquence de la distinction entre le sens et la référence d'une pensée ou d'un signe. La valeur de vérité de l'énoncé est la valeur qu'il prend selon que la condition de vérité est remplie ou non. Généralement, il existe deux valeurs de vérité : vrai ou faux suivant l'étude des cas. Pour des raisons liées à la difficulté que présente la conception fréguénne de la pensée vraie, nous signalons que Frege voyait dans la « valeur de vérité » la référence d'une phrase, les conditions de vérité correspondent plutôt au sens. Une nuance s'impose entre la pensée vraie procédant des valeurs de vérité et la pensée vraie qui découle « des conditions de vérité ».

1 F. Recanati, *op. cit.*, p. 248.

D'après François Recanati par exemple « l'idée de condition de vérité correspond étroitement à celle de proposition exprimée par un énoncé. Deux énoncés expriment la même proposition s'ils sont vrais dans les mêmes conditions (dans les mêmes circonstances) »¹. Il en résulte que la pensée vraie interfère avec les valeurs et les conditions de vérité. Dans ce sens, la condition de vérité d'une pensée peut-être décrite comme la combinaison ou la conjonction des valeurs de vérité de cette pensée. La pensée est une recherche logique lorsqu'elle prend la valeur « vrai » ou « faux », selon que la condition de vérité est remplie ou non. Cette conception défendue par Frege ne s'oppose donc pas à la démarche qui donne à penser la référence d'une pensée qui est sa valeur de vérité et qui fait de sa condition de vérité son sens.

Nous retrouvons ici les pensées et leurs parties pour comprendre précisément la compositionnalité du sens et le principe de compositionnalité de la référence. Le sens d'un énoncé se compose des sens des expressions partielles qui le constituent. Autant la proposition se construit au moyen des mots, autant la pensée exprimée se construit à la faveur des sens de ces mots. Il n'est donc pas suffisant de dire comme d'habitude que le sens d'une phrase vient de l'usage qu'on en fait. De plus, la phrase considérée se compose de parties. Celles-ci participent nécessairement d'une façon ou d'une autre à l'expression du sens de la proposition logique. Ces parties auraient elles-mêmes un sens ; si tant est que nous construisons ce sens sur la base des parties qui correspondent aux mots.

A contrario, l'absence de sens d'une phrase, d'une partie de la phrase ou de la fiction d'une expression entraîne le manque de sens de l'ensemble. Pour avoir distingué la compositionnalité du sens et la compositionnalité de la référence, Frege vise à la « saturation », car l'absence de l'un des principes implique celle de l'autre. En effet, le principe de compositionnalité de la référence dispose que la référence d'une phrase « assertorique » résulte des références des désignations qu'elle fait intervenir. Par contre, le principe de compositionnalité du sens nous renseigne sur le sens d'une phrase qui résulte lui aussi des sens des expressions qu'elle fait intervenir². C'est la raison pour laquelle François Recanati pense que « La question de la compositionnalité se pose à tous les niveaux que l'on peut distinguer dans l'analyse sémantique. Quelle que soit la valeur sémantique considérée (sens, référence, extension, etc.), un *desideratum* de l'analyse est que la valeur sémantique du tout soit fonction de la valeur sémantique des parties (et de leur organisation syntaxique) »³. Dans le fond, Frege distingue fondamentalement sens et référence à la lumière de la portée technique qui ressortit à ces termes. La référence laisse voir le référent même, dans sa transcendance et non pas la propriété pour les expressions de référer, le désigné. Le sens se veut être épistémique, et non linguistique. Il est

1 *Ibid.*, p. 252.

2 M. Stepanians, *Gottlob Frege. Une Introduction*. Cahiers de Logique et d'Epistémologie, Volume 2, trad. fr., Alexandre Tiercelin, Préface de Shahid Rahman, Lille, 2007, p. 123.

3. F. Recanati, *op. cit.*, p. 260.

l'épistémique objectif définissant ainsi une voie d'accès à la référence. Il tient lieu de perspective relative à la référence. Le domaine du sens est, selon Frege, extralinguistique et se donne pour statut de médiation entre les signes et l'univers des références disponibles.

Cette réflexion s'ouvre par l'examen du principe d'« égalité », au sens d'identité. Il s'interroge : « Est-elle une relation *a priori* ? »¹. En dépit du fait qu'il donne à comprendre l'identité $a = b$ dans le sens de « a est la même chose que b » ou « a et b coïncident », Frege discute la distinction faite par Emmanuel Kant entre l'« énoncé analytique » et l'« énoncé synthétique »². Mais il émet des réserves face au statut et à la fonction de l'*a priori* dans le processus de la connaissance. A l'appui de cette conception frégréenne de la coïncidence ou non, ainsi qu'aux expressions pourvues du même sens et leurs références respectives, un constat est possible. Nous mettons en avant un critère d'identité pour les sens. Ce critère est doublé de l'évidence de l'identité de la référence. Car Frege pose le problème de la référence à partir de la relation d'égalité.

Or si nous voulons voir, écrit-il, dans l'égalité une relation entre ce à quoi les noms a et b réfèrent, $a=b$ ne semblerait pas pouvoir être différent de $a=a$, dans le cas où $a=b$ est vrai. Ce qui serait exprimé par là, ce serait une relation d'une chose à elle-même et bel et bien une relation telle que toute chose soit à elle-même dans cette relation, mais ne le soit à aucune autre. Ce qu'on veut dire par $a=b$, semble être que les signes ou noms a et b réfèrent à la même chose et ce serait donc ces signes qu'il serait alors question ; une relation entre eux serait affirmé.³

La relation qui domine est bien celle qui existe entre les signes en tant qu'ils désignent signifient quelque chose. Seulement, Frege n'identifie pas le sens et la référence. La référence du signe est ce que Frege appelle « désigné ». Le sens du signe est celui dans lequel le mode de l'être donné est contenu. C'est pourquoi, pour conforter la différence de degré entre sens et référence, il écrit : « Alors, dans notre exemple, la référence des expressions « l'intersection de a et b et l'intersection de b et c » serait la même, mais non leur sens. La référence de « l'étoile du soir » et « l'étoile du matin » serait la même, mais pas le sens »⁴. Cela veut dire que la référence peut demeurer la même.

Toutefois, on peut admettre les flottements du sens. Même si le sens peut renvoyer à la référence de quelque chose, Frege estime que nous ne parviendrons jamais à dire tout le sens qui appartient à la référence. Il ajoute dans le même élan :

1. G. Frege, « Sens et Référence », tr.fr et présentation, in J. Benoist, *Philosophie du langage, Signification, vérité et réalité*, Textes réunis par B. Ambroise et S. Laugier, Paris, Vrin, 2009, p. 52.

2. J. Bouveresse, « Frege critique de Kant », *Revue Internationale de Philosophie*, Frege (1879-1979), Revue trimestrielle, 33^e année n°130, Paris, Vrin, 1979, p. 739-760.

3. *Ibid.*

4 *Ibid.*, p. 53.

Mais si alors au sens correspond aussi une référence, voilà qui n'est pas encore dit avec cela. Les mots « le corps céleste le plus éloigné de la terre » ont un sens ; ont-ils aussi une référence? C'est pourtant fort douteux. L'expression « la suite convergeant le moins vite » a un sens; mais on démontre qu'elle n'a aucune référence, puisque, pour toute suite convergente, on peut toujours en trouver une moins convergente, et pourtant convergente. Par le simple fait qu'on appréhende un sens, on n'a donc pas encore avec sûreté une référence.¹

Frege admet que tout objet ou signe ayant un sens même au niveau linguistique n'a pas forcément de référence. De plus, il s'attache à distinguer effectivement la « Référence » de la « Représentation ». Son but est de montrer les imperfections des représentations qui sont tributaires de l'intuition.

D'ailleurs, il met ensemble les représentations et les intuitions. Dans la mesure où les intuitions renvoient aux objets situés dans le temps et dans l'espace perçus par l'âme. Il affirme :

De la référence et du sens d'un signe, il faut distinguer la représentation qui est connectée à celui-ci. Si la référence d'un signe est un objet perceptible par les sens, alors la représentation que j'en ai est une image interne issue de souvenirs d'impressions sensibles que j'ai eues et d'activités, aussi bien internes qu'externes que j'ai exercées.²

Le problème fondamental posé par Frege est celui de la subjectivité des représentations à la différence de la référence qui se veut essentiellement objective. La subjectivité renvoie à l'instabilité et à la variabilité des impressions sensibles. C'est dire qu'elles ne sont pas que trompeuses. Elles laissent entrevoir un relativisme épistémologique tel que le sujet pensant en est le fondement. L'image que se fait le sujet dans son âme est chargée de sensations et des activités, des souvenirs. Ceux-ci, encore une fois, sont fournis par l'intuition sensible. Il précise : « Cette image est souvent imprégnée de sentiments ; la distinction de ses diverses parties est variable et instable. Ce n'est pas toujours, même chez le même être humain, la même représentation qui est liée au même sens. La représentation est subjective ; la représentation de l'un n'est pas celle de l'autre. Il en découle évidemment de nombreuses différences entre les représentations connectées à un seul et même sens »³. La subjectivité des représentations tend vers ce qui est particulier.

En revanche, l'objectivité de la référence fait signe vers l'Universel⁴. Fort de cela, Frege parvient à l'évidence selon laquelle on ne peut pas désigner des

1 *Ibid.*, p. 55.

2 *Ibid.*, p. 56.

3. *Ibid.*

4. Aristote donne quelques précisions qui expriment sa position : « Les philosophes d'aujourd'hui posent les substances comme universels (en effet ces genres sont des universels dont ils disent que ce sont plutôt des principes et des causes en raison du fait qu'ils recherchent logiquement) » *Métaphysique*, 1, 1041a 28.

choses si essentiellement différentes au moyen de la représentation. Celle-ci est tellement subjective qu'elle se prête à la contradiction et la relativité des pensées. Frege s'adosse à l'adage selon lequel « si deux personnes font la même chose, ce n'est pas la même chose ». Pour le dire autrement : « Quand deux personnes se représentent la même chose, alors chacune a pourtant sa propre représentation. Il est assurément parfois possible de constater des différences entre les représentations, et même les sensations des différents êtres humains ; une comparaison exacte n'est cependant pas possible, car nous ne pouvons pas réunir ces représentations dans la même conscience. »¹

Frege rejette la subjectivité attachante de l'esprit humain révélée par le relativisme épistémologique qui se fonde sur la diversité des points de vue. Les hommes pourvus de conscience vivent sous un même monde, mais ils ne voient pas le même monde. A leur égard, les mêmes sont différents.

L'analyse critique des représentations en question se déploie sur fond d'une analyse philosophique du langage mathématique. Frege l'a en partage avec de nombreux philosophes de la logique. Le fond de l'affaire est l'ancrage logique et symbolique des rapports qu'il établit entre ce qui est logique et ce qui est mathématique. Dans cette relation, la pensée est située au-delà des représentations empiriques. Le langage logique est un instrument moyennant lequel le philosophe se doit d'interroger le monde. C'est un langage formel et objectif. Tout se passe comme si l'étude du monde exigeait du philosophe la mise en œuvre d'un langage logico-mathématique. Celui-ci est en porte à faux avec le langage naturel. Car la pensée scientifique qui en découle ne situe n'est pas au même niveau que les représentations. Le règne de la pensée permet donc de comprendre le sens logique des propositions. Ce principe logique signifie méta-théoriquement que « le système constitue une formalisation de la logique des propositions qui en est une interprétation. Il faut donc que la théorie formelle capture pour ainsi dire comme en un miroir cette logique des propositions qui sera son modèle (réalisation complète). Il faut donc que les lois logiques (tautologies) puissent toutes se retrouver comme thèses du système. On dira que le système de la logique des propositions est complet au sens faible (complétude sémantique) si toute tautologie est un théorème de ce système. Sur le plan syntaxique, on dira que le système de la logique propositionnelle est complet au sens fort si l'adjonction à ses axiomes d'une expression non démontrable le rend inconsistant. Le système de la logique propositionnelle est complet sémantiquement et syntaxiquement »². Car une pensée qui dépasse les autres genres si imparfaits soient-ils, ne peut que se révéler complète. Elle constitue comme un système autonome vis-à-vis du règne des représentations. C'est le niveau de langage supérieur où la pensée fonctionne à sa manière sans signe ou symbole. Elle n'est pas réduite à la situation dans laquelle elle est mise

1. *Ibid.*

2. S. B. Diagne, *Logique pour philosophes*, Sénégal, Nouvelles Editions Africaines du Sénégal, (N.E.A.S.), 1991, p. 63-64.

en jeu. A ce niveau, la pensée logique ou mathématique devient objective, quand elle se suffit à elle-même. Elle ne revient plus aux faits et aux valeurs. Cette approche logico-formelle de la pensée est l'expression paradigmatique d'une expérience de pensée. L'usage d'un ou de plusieurs mots n'est plus mis en scène pour dire le monde. C'est un niveau conventionnel de conceptualisation de la pensée qui n'a rien de concret au sens empirique du terme. Ce réalisme logique et mathématique de la pensée traduit bien la simplicité de la pensée logique de Frege. Car il n'existe pas de propositions simples et des jugements de faits absolument dépendants de la réalité empirique ; encore moins de conscience empirique. Pareille autonomie de la pensée par rapport au contexte matériel ne saurait donc conduire à l'interrelation absolue entre les pensées ; de peur que la pensée pure s'expose également aux équivocités des pensées ordinaires ou à des situations simples. La pensée de Frege n'est pas liée à la recherche des comportements linguistiques des hommes vivant en communauté. Elle ne saurait donc rendre possible une quelconque compréhension des formes quotidiennes de parler ou de penser. Le calcul logique ne s'incruste alors pas dans la vie sociale des individus.

Frege évalue l'intuition mathématique dans la mesure où, à l'occasion d'une démonstration scientifique par exemple, les résultats auxquels on parvient sont déduits intuitivement. C'est dire qu'une pensée scientifique qui se déploie ainsi mathématiquement fait mouvoir une intuition que Louis Couturat caractérise en ces termes : « En géométrie analytique, on raisonne au moyen d'équations générales qui représentent indifféremment toutes les figures d'une même espèce, et si l'on a recours à l'intuition pour établir ces équations, on s'en passe complètement pour toutes les déductions qu'on en tire »¹. Le raisonnement sur les objets mathématiques tient de l'intuition scientifique. Mais il ajoute : « Les figures ne peuvent, tout au contraire, qu'introduire en erreur ; car la prétendue évidence intuitive peut dissimuler une faute de raisonnement ou un postulat »².

Cette nuance permet de penser que l'intuition mathématique, algébrique ou géométrique n'est pas une garantie de vérité ou du moins de la rigueur scientifique. Elle s'expose à des difficultés objectives dans la mesure où, par exemple nous pouvons raisonner sur une figure inexacte ou même fausse. Notre raisonnement peut aussi porter sur une figure géométrique bien construite, de laquelle nous tirons une proposition vraie de façon formelle. Mais elle peut se révéler fausse du point de vue empirique. Cette difficulté est possible.

Dans tous les cas, la méthode analytique donne droit aux objets intelligibles. Le contenu empirique des concepts scientifiques n'est pas déterminant. Desanti affirme que « les mathématiques ne sont ni du ciel ni de la terre »³. Dans la *Critique de la Raison pure*, d'Emmanuel Kant se trouve un exemple précis qui

1. L. Couturat, *La philosophie des mathématiques de Kant*, Paris, Manucius, 2004, p. 89-90.

2. *Ibid.*, p. 86.

3. J-T. Desanti, *La philosophie silencieuse*, Paris, Seuil, 1975, p. 225.

justifie le caractère universel et conventionnel du calcul ou des opérations mathématiques que nous pouvons effectuer : $7+5=12$. Pareille égalité peut facilement passer pour un jugement que l'on peut considérer comme « analytique ». En effet, du concept de somme de 7 et 5, nous ne pouvons pas tirer le concept de 12. Le nombre 12 n'est pas contenu dans les deux premiers nombres, c'est-à-dire 5 et 7. Le nombre 12 a des propriétés que 7 et 5 n'ont pas. Douze, à ce point est un nombre pair. L'addition signifie quelque chose a été ajouté. Pour confirmer cette identité, il faut un détour par intuition.

Frege, pour sa part, fait usage de la théorie des nombres ou de la philosophie des symboles logiques et mathématiques. Qu'il s'agisse des mathématiques « inexorables » comme la suite des nombres des entiers naturels, des « nombres cardinaux », en particulier, ou bien de la « succession » des techniques logiques et mathématiques qui rendent possible le fait de compter, il est toujours question d'une approche analytique.¹ Pascal Engel² y a trouvé également une méthode analytique.³ Sa critique du réalisme sémantique de Frege tend à accrédi-ter la thèse d'une normativité qui procède du contenu empirique des jugements logiques.

Parvenu à ce point, nous sommes maintenant en droit de discuter l'argument selon lequel Wittgenstein estime toujours que sa « grammaire philosophique » consiste à faire abstraction de la réalité matérielle. Qui plus est, la pensée logique qui en découle jouirait, semble-t-il d'une autonomie absolue vis-à-vis du monde vécu. Nous ne partageons pas ce point de vue dans ce sens qu'il est en débat avec Frege. Il essaie de montrer que la déduction logique qui semble faire corps avec la « succession » ne procède pas d'une base observationnelle donnée. L'idée fondamentale qui naît à la faveur de ce recours à Frege est de nature à fixer les présupposés philosophiques de la science formelle. « Ainsi, conclut-il, chez Frege la droite qui relie deux points existe déjà avant que nous ne le tracions, et il en va de même quand nous disons que les passages de la série +2 par exemple sont déjà effectués avant que nous ne les effectuons oralement ou par écrit »⁴. Cela induit une approche transcendantale de la connaissance des êtres mathématiques. C'est pourquoi, en référence à Kant, nous avons cru bon de dire, par ailleurs, que tous les êtres mathématiques, sans être véritablement des choses en soi, sont plutôt liés à la faculté humaine de connaître. Il s'agit là d'un problème historico-épistémologique du subjectivisme qui remonte, pourrait-on dire, à Aristote.

1. L. Wittgenstein, *Remarques mêlées*, trad. De l'allemand par Gérard Granel, Paris, Flammarion, 2002, p. 152.

2. P. Engel, *La norme du vrai : Philosophie de la logique*, Paris, Gallimard, coll. Essais, 1989, p. 332.

3. *Ibid.*

4. L. Wittgenstein, *Remarques sur les fondements des mathématiques*, trad. De l'allemand par Marie Anne Lescourret, Paris, Gallimard, 1983, p. 165.

D'ailleurs, certains contemporains comme Karl Popper¹ le considèrent comme celui à partir de qui la théorie de la connaissance a basculé vers la subjectivité. Pour sortir de cette voie subjective de la pensée logique et mathématique, il importe de revenir à la pensée formelle qui tient donc au caractère *a priori* des signes logico-mathématiques que le scientifique se doit d'appliquer dans son champ. Cela désigne dans notre pensée le fait de critiquer l'expérience. Cela étant, l'*a priori* peut alors se donner à entendre dans l'autonomie dont jouissent les symboles et autres signes techniques de la logique jugés valides. Ce qu'il y a de non empirique dans le domaine de la connaissance humaine, en particulier, a partie liée avec l'universel et le nécessaire.²

La source de la connaissance objective est un concept pur au moyen de l'intuition scientifique. La philosophie de la pensée formelle de Frege est conventionnelle, pour autant qu'elle donne droit à un traitement abstrait des signes dont le caractère formel du raisonnement est le paradigme. C'est l'étude des séries des rapports entre des termes et les opérations que l'on peut faire sur eux, indépendamment, du fait qu'ils désignent les concepts de nombre, de suite, de succession... Ce sont les êtres mathématiques, objectifs qui deviennent en eux-mêmes des instruments de connaissance qui les expriment en totalité et en toute absoluité.

Par conséquent, la vérité ne dépend pas du sujet pensant. Elle se veut, plutôt, objective. L'approche analytique est la voie qui aide à y parvenir, pourrait-on dire, dans ce sens que, les figures géométriques à symboliser sont universelles. Elles ne sont pas le fruit découlant du principe inductif. Elles gagnent en objectivité pure, c'est-à-dire en construction formelle. Telle est par vocation, leur nature analytique. Peuvent-elles alors dépendre de l'objet ou revêtent-elles un caractère fondamentalement logique ? C'est ce à quoi, nous allons maintenant nous attacher.

Penser n'est pas représenter des pensées

Ce rapport laisse entrevoir la relation entre le tout et la partie. L'analyse des pensées correspond à l'analyse des parties des pensées. Cette analyse intéresse également les phrases. L'idée fondamentale que nous défendons ici renvoie aux *Fondements de l'arithmétique* et aux *Ecrits logiques et philosophiques* de Frege. La différence entre les règnes de la pensée demeure. Le monde tel qu'il est n'est qu'une simple représentation. Celle-ci ne nous donne qu'une partie de la réalité. Tout se passe comme si le fait de voir n'était pas identique à l'acte de savoir.

Pour montrer que l'acte de penser n'est pas le fait de représenter les pensées, Frege écrit : « Nous ne pouvons même pas nous représenter une chose aussi concrète que la terre que nous la savons être (...) Notre représentation demeure souvent bien en deçà de ce que nous voudrions représenter (...) La pensée

1. K. Popper, *L'avenir est ouvert*, trad. fr., J. Etoré, Paris, Flammarion, 1990, p. 95-96.

2. P. Engel, *La norme du vrai*, *op. cit.*, p. 333.

nous fait souvent transgresser les bornes du représentable sans que nos jugements perdent pour autant toute matière. Même si l'homme n'est pas capable de penser sans représentations, leur rapport à l'objet de la pensée peut être extrinsèque »¹. Il donne à entendre par là que le contenu d'un concept n'est pas représentable. La pensée logique ne se réduit pas aux pensées exprimant les émotions, les sensations, les volontés, les désirs, les perceptions sensibles. Nous ne pouvons donc pas penser les représentations en termes de pensée. Les représentations sont plutôt personnelles ou individuelles.

En revanche, la pensée est objective et absolue. Nous soulignons le trait de la pensée comme recherche logique. Elle n'est ni une question de méthode en psychologie de la pensée², ni une relativité justifiée par la pensée comme faculté de l'homme. Pour Frege : « Chaque représentation n'a qu'un porteur ; deux hommes n'ont pas la même représentation »³. Les sons à portée psychologique ne sont pas pris en compte. C'est pourquoi, cette analyse de la pensée fait abstraction de la représentation, la pensée doit dépasser le cadre théorique des faits psychiques. Ceux-ci subissent l'influence de l'espace et du temps qui sont les formes *a priori* de la sensibilité. La pensée se démarque de tout ce qui peut faire signe vers les convictions, les croyances. Frege affirme à juste titre : « On peut faire valoir l'affinité très étroite de son règne et des faits de conscience. La forme en laquelle ils se manifestent, la succession temporelle leur est commune, ils sont les uns et les autres passagers. En particulier, les sons ont un rapport plus intime aux états d'âme que les figures et les couleurs ; et la voix humaine, dont les modulations sont infinies, peut également être liée aux plus subtiles variations et compositions des sentiments »⁴. Frege soulève le problème de la relativité ou non du règne de la pensée. Pour qu'elle prenne la forme absolument logique, la pensée devrait échapper au mouvement scandé par les aspects physiques et psychiques de la perception sensible. Au fond, la pensée n'a pas de valeur subjective et dynamique. Absolue et objective, elle défie complètement les intuitions sensibles qui font émerger en nous la subjectivité de nos pensées.

Cette démarche consiste à exclure du champ proprement logique la pensée subjective en vue de viser l'universel. Derrière l'objectivité se trouve discuté le rapport entre le concept et le sujet pensant. Ce que Frege récuse c'est la tentation de penser que tout peut être réduit aux pensées comme représentations : « Tout n'est pas représentation. Ainsi, je peux donc admettre qu'une pensée est indépendante de moi, et d'autres hommes pourront la saisir aussi bien que moi »⁵. Du point de vue épistémologique, cette thèse conduit au double rejet du relativisme et du subjectivisme de la pensée logique. Ce qui est

1. G. Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, op. cit., p. 186.

2. K. Popper, *Question de méthode en psychologie de la pensée*, trad. de l'allemand par François Felix, Paris, Editions L'Âge d'Homme, 2011, p. 56.

3. G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, op. cit., p. 190.

4. *Ibid.*, p. 66.

5. *Ibid.*, p. 190.

universel ne saurait être sacrifié sur l'autel de l'arbitraire d'un individu ; encore moins de son opinion sur une question scientifique. Les représentations souffrent donc d'une inconsistance du genre : « chez le même individu, la même représentation n'est pas toujours liée au même sens. Car la représentation est subjective, celle de l'un n'est pas celle de l'autre. »¹

Etant donné que la pensée logique n'est pas produite par un sujet de connaissance en raison de son autonomie, l'objectivité ne renverra pas aussi à une intersubjectivité. En d'autres termes, le point de vue de Frege est de nature à montrer les limites de la subjectivité pour faire valoir le sens objectif du règne de la pensée.² Effectivement, les pensées subjectives ont pour origine la base empirique de la connaissance. Frege pense qu'elles ne peuvent donc pas favoriser l'accès à l'idéal de certitude ; faute de méthode logique. Etant donné que Frege se propose de libérer le règne de la pensée des règnes qui se révèlent intenables pour la science, l'interrogation porte sur les fondements du savoir. Il en résulte donc que l'autonomie de la pensée est justifiée à cause des imperfections du langage naturel. En effet, pour libérer la pensée de la langue naturelle en question et la rendre réellement autonome vis-à-vis de l'ancrage proprement naturel Frege s'attache à « rompre la domination du mot sur l'esprit humain en dévoilant les illusions qui souvent naissent presque inévitablement de l'utilisation de la langue pour l'expression de relation entre les concepts, et en libérant la pensée de ce dont elle est atteinte par la nature du moyen d'expression linguistique »³. Ce propos donne à croire que la pensée devient autonome par rapport au règne des apparences.

La relation nécessaire que nous analysons entre la pensée et les pensées correspond à celle qui peut exister entre l'apparence et la réalité physique. La pensée se situe au niveau de la réalité ; alors que les pensées font signe vers les apparences. Pour accéder à la pensée vraie, Frege se propose de construire une langue parfaite. Dans cette langue la pensée devient comme le règne même de la production de la connaissance scientifique. Elle apporte une expression adéquate de la diversité des pensées causée par le langage naturel ou le règne physique.

Nous pouvons alors comprendre ce que Frege affirme :

J'ai toujours attribué au terme représentation un sens psychologique, et distingué les représentations des concepts et des objets. Si l'on néglige le second principe, on est conduit presque nécessairement à donner aux mots pour signification des images ou des événements intérieurs à l'âme individuelle.⁴

1. Ibid., p. 182.

2. Id., p. 108.

3. Ibid., p. 8.

4. G. Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, op. cit., p. 122.

A l'arrière-plan philosophique de ce propos, on voit bien le souci d'énoncer les lois logiques de la pensée et du discours en général, c'est-à-dire l'exigence d'univocité conceptuelle et de vérité.

Si dans les lignes qui précèdent nous avons essayé de montrer que la critique du langage naturel n'exclut pas le droit à l'autonomie de la pensée, nous avons choisi de travailler au statut logique de la pensée. Le problème de la vérité¹ se pose. Il importe de fixer l'idée selon laquelle Frege distingue l'acte de penser et le fait d'engendrer des pensées. Cette distinction, si forte soit-elle, se justifie en fonction de Frege aux philosophes qui ont cru devoir rendre intelligible le jugement au moyen d'une composition. Il se trouve qu'un jugement renvoie généralement à un tout dans le contenu duquel on peut distinguer des parties de pensées. Mais l'unité de pensée qui fait l'objet du jugement n'est pas créée par l'acte de juger, elle était déjà là, pourrait-on dire. La formation d'une proposition logique peut bien être décrite comme une combinaison de termes, il n'en demeure pas moins que ce modèle de jonction de mots ne saurait être transféré au niveau de l'acte de penser. Autrement dit, ni l'acte de penser pur et simple, ni l'acte de juger ne consistent dans le fait de « former » des pensées. Le jugement consiste à prendre position vis-à-vis d'une unité complexe de pensée existant a priori.

Frege met en abîme la thèse aristotélicienne de la logique du jugement qui est celle de l'ordre réel des choses. De fait, pour Frege, ce n'est pas la reconnaissance d'une pensée comme vraie qui constitue en soi le moment décisif de liaison produisant l'unité de pensée, mais le caractère non saturé du sens du prédicat. Distinguer l'acte de penser du processus d'engendrement des pensées revient à mettre en avant la position de Frege qui oppose les logiciens. Frege considère l'étude des actes de jugement comme procédant d'un sujet de préoccupation propre aux psychologues. Il relève l'incomplétude de la plupart des recherches essentiellement psychologiques orientées fondamentalement vers l'acte de juger. L'« intelligibilité » complète de toute activité de penser devrait pouvoir prendre à bras le corps ce qui échappe au domaine d'objet de la psychologie, c'est-à-dire la pensée. Du point de vue logique les pensées n'ont absolument rien de psychique d'autant plus qu'elles ne sont plus tributaires de tout ce qui fait signe vers les événements psychiques.

Il est conséquemment indiqué que les pensées sont des objets atemporels. Penser est un acte qui met en avant la relation. Cela permet également de comprendre la problématique de la subjectivité de l'activité de penser qui s'oppose nettement à l'objectivité de ce qui est pensé. Les actes de pensée sont des contenus d'une conscience, mais leur contenu propre n'a rien de psychique. Ils sont des contenus de la conscience dans la mesure où, tout comme les représentations, ils sont des éléments constitutifs de la conscience. Cependant, les pensées ne sont des contenus des actes de pensée qu'au sens allégorique où

1. P. Engel, *La Norme du vrai Philosophie de la logique*, Paris, Gallimard, 1989, p. 124.

l'on peut aussi les nommer comme des contenus de propositions assertoriques. La pensée se veut autonome parce qu'elle ne se réduit ni à la référence ni au sens.

Mais comment Frege considère-t-il la pensée ?

Je ne comprends pas par pensée l'activité subjective du penser, mais son contenu objectif, qui est en mesure d'être la propriété commune de beaucoup.¹

Cela revient à dire que la pensée est un principe rationnel ou universel. Lorsqu'elle se voit réduite au sens de la phrase ou d'une proposition quelconque, elle perd en objectivité. Pour Frege :

Maintenant, nous nous interrogeons sur le sens et la référence d'une phrase assertive entière. Une telle phrase contient une pensée. Faut-il tenir cette pensée pour le sens de cette phrase ou pour sa référence ? Supposons donc que la phrase ait une référence (...) Mais nous voyons que la pensée, dans un tel cas, se modifie ; car, par exemple, la pensée de la phrase « l'étoile du matin est un corps éclairé par le soleil » est différente de celle de la phrase l'étoile du soir est un corps éclairé par le soleil" (...) La pensée ne peut donc pas être la référence de la phrase, il nous faut bien plutôt l'en concevoir comme le sens. Qu'en est-il alors de la référence? (...) Une proposition entendue comme un tout n'aurait-elle Mais peut-être qu'un sens, mais pas de référence? On pourra en tout cas s'attendre à ce que de telles propositions se rencontrent, exactement comme il y a des parties de propositions qui ont bien un sens, mais pas de référence.²

Frege admet, à la faveur de la complexité des rapports entre le tout et la partie, l'existence des parties de propositions.

Tout se passe comme si la partie ne renvoyait pas toujours au tout. Une difficulté de la pensée surgit de cette relation dès lors que la partie est considérée comme étant plus que le tout. Le tout ne se définit comme la somme des parties, c'est-à-dire comme la relation de nécessité qui s'instaure entre le sens et la référence. Frege va au-delà de ce principe hologrammatique dont il relativise l'importance. Qui plus est, la pensée est plus que la référence et le sens. Frege l'explique davantage :

Tout sens qui appartient à une valeur de vérité correspondrait à un mode propre de cette décomposition en parties. Il est clair que j'ai employé ici le mot « parties » d'une façon particulière. C'est-à-dire que j'ai transposé le rapport de tout à partie de la phrase à sa référence, en nommant la référence d'un mot partie de cette phrase, une façon de parler qui est certes contestable, car, dans le cas des corps, le mot partie est déjà employé en un autre sens.³

1. *Ibid.*, p. 60.

2. *Ibid.*, p. 60- 61.

3. *Ibid.*, p. 65.

Dans ce sens, la pensée dépasse la totalité. Que l'objet ait une référence ou non, un sens ou non, « La pensée reste la même »¹. Son identité coïncide avec son autonomie vis-à-vis du sens et de la référence qui est maintenant limitée.

Dans l'autre sens, la recherche s'attache à la pensée vraie :

La pensée perd pour nous en valeur dès que nous savons qu'à l'une de ses parties, la référence fait défaut. Nous sommes donc bien justifiés à ne pas nous contenter du sens d'une proposition, mais à nous enquerir encore de sa référence.²

Le plus important pour lui, à ce point, c'est l'analyse du rapport de la pensée à la vérité, par-delà celui du sens et de la référence. C'est pourquoi, il fait de la pensée vraie une recherche. Il adopte une démarche philosophique dans l'élucidation du sens de la vérité pour la logique. A ce sujet, nous tenons d'entrée à signaler que chez Frege l'« être-vrai » diffère de l'activité de « reconnaissance comme vrai ».

Pour Frege, la vérité est absolue dans la mesure où nous nous tenons devant un monde extralinguistique, c'est-à-dire qui existe indépendamment de nous, et qui détermine fondamentalement la valeur de vérité d'une pensée. L'objectivité de la vérité tient dans ce que les deux valeurs de vérité qu'est la vérité ou la fausseté d'une pensée sont indépendantes du fait que deux sujets pensants les tiennent pour vraie. La vérité est impersonnelle. Pour Frege le mot « vrai » ne signifie jamais « vrai pour X ». Avec des propositions logiques de la forme « le fait que a soit F est vrai pour X », nous exprimons tout au plus que X tient pour vrai le fait que a soit F. Dans ces conditions, la vérité n'est pas non plus relative à un moment du temps ou à un lieu. Qu'une pensée soit vraie ne veut pas dire qu'elle est vraie à l'instant précis (T) ou au lieu indiqué (x). Mieux, toutes les déterminations spatiales et temporelles sont bien plutôt des parties de la pensée dont on énonce la vérité. Par conséquent, Frege considère tous les paramètres qui semblent relativiser une attribution de vérité comme des déterminations supplémentaires de la pensée dont on considère la vérité. De ce point de vue, nous avons tout lieu de penser et de dire que pour Frege la vérité revêt un caractère absolu.

Or Frege articule bien « les lois de l'être » et le problème de la vérité. Cette ontologie « formelle » détermine la façon dont nous devons penser pour avoir une chance d'atteindre la vérité, les lois de l'« être vrai » nous donnent les raisons objectives d'une proposition vraie. Elles n'ont donc rien à voir avec les causes psychologiques qui donnent notre assentiment à la proposition. Elles peuvent très bien être les mêmes, que la proposition soit vraie ou fausse. Frege affirme : « L'être vrai est autre chose que l'être-tenu pour-vrai, que ce soit par une personne, par une multitude d'entre elles ou par toutes, et ne peut en aucune façon y être réduit. Il n'est pas contradictoire que quelque chose soit

1. *Ibid.*, p. 61.

2. *Ibid.*

vrai, qui est considéré comme faux par tous »¹. La conception frégréenne de la vérité se veut objective et antipsychologique.

Frege pose la question suivante « Peut-on falsifier plus gravement le sens du mot vrai que lorsqu'on veut y inclure une relation à l'être jugeant ? »². Frege procède ici à une évaluation non épistémique du sujet pensant comme gîte de la vérité. Sa conception de la vérité se veut objective. Elle n'implique forcément, en principe, aucune référence, aucune influence, de quelque nature que ce soit, aux possibilités de connaissance d'un sujet individuel ou collectif donné. Frege rejette toute psychologie de la découverte de la vérité subjective. Il considère que cette notion de vérité est La notion de la Vérité. Cela permet d'explicitier la frontière que Frege établit entre la logique et la psychologie. La vérité dérive-elle alors d'un processus mental ? Frege « impartit à la logique la tâche de trouver les lois de l'être-vrai, et non pas celles du tenir-pour-vrai ou du penser. Dans les lois de l'être-vrai, c'est la référence du mot vrai qui se voit développée »³. Il n'est pas question du processus mental du penser où l'évènement produit tient pour vrai l'être. Qu'est ce que la vérité logique ? C'est celle qui dépasse les contours philosophique, artistique, psychologique et authentique, c'est-à-dire non falsifié : « Cet usage, écrit Frege, ne relève pas de la piste qui sera suivie ; mais c'est la vérité dont la connaissance est posée comme but à la science qui est vraie »⁴. La logique est considérée comme la science par excellence. En dehors du logicisme qui s'y dessine, le bénéfice théorique attendu de ce qui se déploie ici d'abord comme un approfondissement d'une théorie du vrai à caractère essentiellement logique, est celui qui consiste à situer la vérité dans son domaine par excellence : le règne des pensées.

Il existe une nuance entre la critique frégréenne de la vérité-correspondance et ce que l'on trouve comme problème de la vérité chez Aristote⁵. La vérité n'est pas synonyme d'accord ou de relation entre la pensée et la réalité, c'est-à-dire les représentations matérielles des choses, ou des objets physiques. Pour preuve, chez Frege « la représentation non plus n'est pas appelée vraie en elle-même, mais seulement eu égard à une intention qu'elle soit en accord avec quelque chose (...) Un accord est une relation. L'usage du vrai y contredit pourtant (...) »⁶. Pareille critique de la « correspondance » comme critère de la vérité tient des réserves que Frege émet quant au caractère parfait d'un accord qui s'instaurerait entre les choses qui, par nature et par vocation, sont différentes. Ce dernier revendique donc une approche logique de la notion de

1. G. Frege, *Fondements de l'Arithmétique*, 1966, trad.franc. Claude Imbert, Paris, Seuil, 1966, p. 15-16.

2. *Ibid.* p. 16.

3. G. Frege, « La Pensée une recherche logique », trad.fr. par J. Benoist, *op. cit.*, p. 89.

4. *Ibid.*

5. Aristote écrit : « Que donc il faille s'arrêter dans la privation, s'il est vrai qu'il faut pour l'attribution affirmative, c'est clair. Qu'il en soit ainsi dans ces derniers cas, c'est manifeste si on considère les choses logiquement de cette manière », *Seconds Analytiques*, 21, 82b34-36.

6. G. Frege, *op. cit.*,

« vérité ». Cette approche est induite par l'écart différentiel qui se dessine entre le réel et la représentation des êtres et des choses. Sur ce point d'importance, Frege est sorti de l'aristotélisme persistant amarré à l'onto-logique.

Il précise :

Mais, c'est précisément ce qu'on ne veut pas, lorsqu'on détermine la vérité comme accord d'une représentation avec quelque chose de réel. Il est alors précisément essentiel que le réel soit différent de la représentation.¹

Le critère d'engagement ontologique repérable chez Aristote est mis à plat. Frege critique non seulement la théorie aristotélicienne de la vérité-correspondance, mais également la théorie de la « référence ». Celle-ci sera, aussi, discutée par certains logiciens à partir du statut et du contenu des représentations mentales qu'ils leur associent. Et pour cause ? « Parce que la chose représentée n'a pas besoin d'exister en dehors de la représentation, la « relation » entre la représentation et ce qu'elle représente n'est pas une vraie relation entre deux entités (...). Cependant, plutôt que de faire de l'intentionnalité du mental une propriété sui generis irréductible, certains philosophes de l'esprit contemporains entendent « naturaliser » cette propriété mystérieuse en l'analysant sur la base de la relation entre les signes naturels et ce qu'ils indiquent. »²

Par ailleurs, Frege rejette cette approche intentionnelle comme condition de possibilité de la connaissance scientifique. Le dégagement des caractéristiques fondamentales de la vérité d'un terme ne fait nullement signe vers le critère intentionnel au moyen duquel nous pouvons accéder au vrai. Ces imperfections sont de l'ordre intentionnel. Elle est la propriété qu'ont les représentations d'avoir un contenu et de représenter quelque chose d'autre sans que ce quelque chose ait besoin d'avoir de réalité effective autre que celle d'objet de représentation. Ces carences phénoménologiques ont conduit Frege à l'évidence du fait qu'« ainsi, échoue cette tentative d'expliquer la vérité comme accord. Mais, ainsi échoue également toute autre tentative de définir l'être-vrai, car, dans une définition, on indiquerait certains cas particulier, tout dépendrait toujours de savoir s'il serait vrai que ces caractères sont vérifiés. On se trouverait alors dans un cercle. Il en résulte qu'il est probable que le contenu du mot vrai est tout à fait spécifique et indéfinissable »³. En considérant la façon dont Frege critique le principe de définissabilité, on conduit à la critique de l'épistémologie conventionnaliste. Car pour un philosophe conventionnaliste, les énoncés dont une théorie scientifique est constituée doivent être traités comme des définitions, c'est-à-dire comme des conventions concernant l'usage de certaines notions.

1. *Ibid.*

2. F. Racanati, *op. cit.*, p. 261.

3. G. Frege, *op.cit.*

Conséquemment, la doctrine frégréenne de la vérité laisse entrevoir « une sémantique formelle ». La pensée logique garde-t-elle, comme dit Quine¹, un « œil sur le monde » ? C'est là le sens de la question nodale de Frege dont on peut percevoir toute la position radicale interprétée de diverses façons suivant les orientations : philosophie du langage ordinaire, sémantique des noms propres, théories de la référence, pragmatique linguistique, philosophie néo-frégréenne de l'esprit et ses critiques, théories contemporaines de la perception. Elles ont toutes en commun le débat né de la manière dont il fait partie comme nous, et sur lequel il agit. La sémantique formelle qui ressortit à cette nouvelle approche de la pensée vraie chez Frege tente de répondre aussi à la question directrice de la « Pensée ». Celle-ci se veut d'abord et avant tout une recherche logique et complexe. Cela veut dire que Frege ne donne pas à la pensée une orientation esthétique. Elle consiste à faire le beau par exemple. Elle peut encore être moins éthique à savoir que le bon par exemple, n'est pas de l'ordre essentiellement logique. La vérité et la pensée sont coulées dans le même moule. La difficulté de la pensée logique demeure ; dans la mesure où le mot « vrai » se situe au plan logique au même titre que la pensée.

L'originalité de la démarche de Frege ne consiste pas simplement à dire si la pensée est une recherche logique, alors la vérité constitue le but fondamental de cette même recherche. Il s'agit de le rechercher du côté de son antipsychologisme qui est au principe même des premières lignes des *Fondements de l'arithmétique*. Cette approche n'étonne guère, parce qu'elle justifie déjà la critique qu'il adresse à Kant et Stuart Mill. Frege considère le concept de nombre, en particulier comme l'extension d'un concept, et donc de la pensée. La nouveauté apportée par Frege par rapport à Kant vient de la mise en œuvre du principe d'extensionnalité :

Ma définition (du nombre) est donc la suivante : le nombre qui appartient au Concept F est l'extension du concept « égal(gleichzählig) au concept F » et « n est un nombre » signifie la même chose qu'il existe un concept tel que n est le nombre qui lui appartient.²

Frege peut donc préciser sa perspective logique suivante :

Certes toutes les sciences ont la vérité pour but ; mais la logique s'occupe d'elle encore d'une tout autre façon. Elle se comporte à l'égard de la vérité comme la physique à l'égard de la pesanteur ou la chaleur.³

De la question du contenu formel de la pensée, nous en arrivons maintenant à celle de la vérité formelle proprement étrangère à Aristote, n'en déplaise à Emmanuel Kant qui, dans la *Critique de la Raison pure*, voit dans la logique

1. W.V. Quine, *La Poursuite de la vérité*, op. cit., p. 30.

2. G. Frege, *The Foundations of Arithmetics*, éd. Et trad.franc., J. L. Austin, Oxford, Basil Blackwell, 1959, p. 79 et, § 68 et 73.

3. W. V. Quine, op. cit., p.88.

aristotélicienne une doctrine de la vérité formelle¹. La position de Frege met en évidence, contre une approche exclusivement naturaliste, ce qu'il y a de « pensée » ou de « formel » indépendamment du monde. Tout se passe comme si la nature se donnait à voir, dans le « platonisme frégeen », comme une mauvaise voie d'accès à la vérité.

A l'évidence, Kant est plutôt frégeen qu'aristotélicien. Même si Heinrich Schulz s'est donné la peine de restituer ce débat et de montrer que c'est toujours discutable de prendre Aristote pour un formaliste. La motivation de Kant vient de ce que chez Aristote se trouve indiquée la forme de la proposition logique : Tout S est P. Celle de Frege procède, comme nous venons de le signaler, de la critique de la structure même de la pensée humaine qui détermine *a priori* la nature des objets perçus, et dessine la forme de notre science. Personne ne saurait trancher ce débat qui reste ouvert entre Frege et Kant par rapport à Aristote. Car ce dialogue autour de la pensée et de la forme est plutôt vécu sous le signe de la difficulté. Comme le souligne Jean Ladrière :

Ce qui est éclairant c'est la dynamique interne de la forme, son auto-monstration, dans le double aspect de la manifestation concrète, finie, et du surplus de sens qui appelle comme un exhaussement indéfini du plan formel.²

Ce platonisme persistant chez Frege se justifie au niveau méthodologique. La dialectique ascendante consiste bien à remonter jusqu'aux Idées du monde Intelligible. D'après Platon, les idées sont les images originelles éternelles, immuables. Elles ne sont accessibles qu'au moyen des yeux de l'esprit. Elles ne sont pas autant de reproduction des choses. Les Idées symbolisent l'« Etre » authentique. C'est ainsi que l'Idée suprême est à l'égard des autres idées ce que le Soleil est vis-à-vis du monde sensible. Il s'agit par exemple de l'Idée du Bien ou de l'Un. La vertu³ ou le Bien est transmis par l'idée transcendante du Bien auquel l'homme-philosophe aspire dans l'action. Cela étant, les concepts sont donc des entités essentiellement intelligibles. Ils existent séparément des objets singuliers du monde de la perception empirique dans lequel l'homme vit. Le principal enjeu est le principe d'autonomie de la pensée revendiqué par Frege à propos du nombre. Il est platonicien lorsqu'il affirme :

Je dois encore réfuter la portée générale de l'affirmation kantienne qu'aucun objet ne nous serait donné en dehors de la sensibilité. Le zéro, le un, sont des objets qui ne nous sont pas donnés de manière sensible. Même si on pense que les petits nombres sont des objets d'intuition, il faut bien admettre qu'aucun des nombres supérieurs à 1000 (1000 1000) n'est donné à l'intuition, sans que pour autant ils échappent à notre connaissance.⁴

1. L. Couturat, *La philosophie des mathématiques de Kant*, Paris, Editions Manucius, 2004, p. 22.

2. J. Ladrière, « L'explication logique », in *L'explication dans les sciences*, (dir.), Paris, Flammarion, 1973, p. 55.

3. Platon, *Menon*, 72d.

4. G. Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, op. cit., p. 213.

Frege est plus platonicien que kantien. La critique de l'intuition sensible en dit long. Il existe donc des concepts du nombre qui échappent à notre perception que Kant réduit au temps¹.

Mais, à ce stade, une précision s'impose. Penser que quelque chose est vrai n'est pas nécessairement l'acte de juger. Il est donc pareillement clair que nous devons faire une différence entre le rapport qui unit une pensée vraie et la relation qui unit une pensée à sa valeur de vérité. Etant donné que les pensées sont elles-mêmes des sens, la première relation est une relation entre des sens, la seconde, celle qui unit une pensée à sa référence. L'« être-vrai » qui est différent de la reconnaissance du vrai d'une pensée n'est pas une partie de cette pensée, elle est son rapport au vrai.

Les lois comme fondement logique de la pensée

Nous venons d'évoquer la situation critique dans laquelle se trouve la pensée entre le sens et la référence. Il se trouve que la théorie du sens de Frege laisse entrevoir une perspective épistémique qui s'ouvre à la problématique des lois de la pensée. Il s'agit là d'une condition nécessaire qui permet de retrouver l'identité du sens. C'est l'objet de ce chapitre.

Il nous faut chercher à établir la différence entre les lois de la pensée et les lois de la nature. Cela étant, nous mettrons en avant quelques intuitions métalogiques relatives aux lois de la pensée. D'où viennent leur validité et leur valeur logique, quelle est l'étendue de leur application, tantôt Frege parle des pensées², tantôt il renvoie à la pensée³. Dans tous les cas, les pensées sont ce qui, dans un jugement, est reconnu comme vrai ou dénoncé comme faux. Une proposition logique n'est vraie ou fausse qu'en un sens dérivé, dans la mesure où elle exprime une pensée vraie ou une pensée fausse. L'acte de juger consiste en un acte de reconnaître comme vrai, ou reconnaître que quelque chose est vrai : reconnaître comme vrai que p, c'est reconnaître qu'il est vrai que p. Penser la pensée P par exemple ne peut pas ne pas s'empêcher de penser la pensée P', c'est-à-dire qu'il est vrai que P. Sous un autre vêtement linguistique, il s'agit de la même pensée.

Cependant, si ces actes sont identiques les pensées qui se trouvent respectivement jugées doivent l'être elles aussi. Nous comprenons autant que possible pourquoi Frege n'a eu de cesse de défendre tout au long de sa réflexion la thèse selon laquelle : « la pensée que p = la pensée qu'il est vrai que p ». Ce sont autant de descriptions différentes du même acte. Frege réagit

1 J. Havet, *Kant et le problème du temps*, coll. « La Jeune Philosophie », Paris, Gallimard, 1946, Chapitre IV, p. 59.

2 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, op. cit., p. 214.

3 *Ibid.* p. 170.

contre la tendance d'illogique à introduire dans tous les domaines de la pensée humaine, y compris la logique, des considérations de type évolutionniste. La critique fréguénne de la théorie de l'évolution des espèces de Charles Robert Darwin peut être justifiée indirectement. A suivre Jacques Bouveresse dans Essais V, Frege met en question la théorie évolutionniste des espèces dans la mise au jour des lois non naturelles de la pensée. Il est opportun de signaler qu'il n'accepte pas la perspective interdisciplinaire, car il pense que les lois de la pensée ne s'identifient nullement aux lois de la nature. Frege réagit contre, parce qu'il sous-tend fort bien le principe d'autonomie en question duquel dépend la pensée logique. Frege travaille à examiner profondément le statut scientifique des lois. Il cherche à comprendre vraiment si les lois naturelles, psychologiques et mathématiques en logique se prêtent au changement. La validité d'une loi scientifique échappe complètement à l'usure du temps, pense-t-il. Il prend pour exemple la loi de l'inertie relative aux sciences physiques.

Si le mot « loi » est censé désigner un comportement régulier, constant, uniforme, alors il faut dire que les lois de la pensée seront différentes de celles de la nature. Quand on pense à la sélection naturelle, il s'agit d'une idée proposée vers le milieu du XIX^e siècle par Darwin, qui a depuis été évoquée au sujet des problèmes scientifiques¹. C'est l'hypothèse de l'évolution des espèces. Un constat s'impose : dans la nature, les couples procréateurs produisent une descendance beaucoup trop nombreuse compte tenu des ressources disponibles. Une part considérable de cette descendance est limitée. Les individus qui parviennent à survivre et à atteindre à leur tour l'âge procréateur sont ceux que leurs caractéristiques rendent plus aptes à lutter contre les agressions du milieu. Tout se passe comme si la nature sélectionnait les « meilleurs ».²

A l'opposé de cette approche, Frege affirme :

Les lois de la pensée ont-elles alors toujours été valides et conservent-elles toujours leur validité ? Il y a manifestement ici une confusion des lois de la pensée réelle et de celles de la déduction correcte (...) Des lois, au sens auquel nous parlons de lois naturelles, de lois psychologiques, mathématiques ou logiques, ne peuvent, à strictement parler, pas du tout se modifier.³

Les lois de la pensée échappent au changement. Leur statut tient à leur caractère absolu, c'est-à-dire elles sont énoncées complètement, remplissent toutes les conditions de validité universelle, c'est-à-dire par-delà l'espace. Pareille validité se veut être illimitée. Frege ajoute dans le même sens :

1 M. Barthélemy-Madaule, *L'idéologie du hasard et de la nécessité*, Paris, Seuil, 1972, p. 93.

2 Charles Robert Darwin, *L'Origine des espèces*, Paris, La Découverte, 1985.

3 G. Frege, *Ecrits posthumes*, trad. franç. Philippe de Rouilhan et Claudine Tiercellin, Jacqueline Chambon, Nîmes, 1994, p. 12.

C'est de la même façon qu'il faudrait concevoir la chose dans le cas de la prétendue modification des lois de la pensée ; elle ne pourrait être qu'apparente et serait un indice de l'incomplétude de la connaissance que nous avons d'elles.¹

Frege dégage l'essence des lois de la pensée suivant le principe logique de la complétude. Toute modification viendrait donc du côté du sujet pensant, responsable de l'illusion du changement qui affecte ces lois. Or « Cela contredit totalement l'essence d'une loi logique, parce que cela contredit le sens du mot vrai qui interdit qu'une référence soit faite à l'être connaissant »². Frege considère que ce qui peut évoluer et avoir une histoire est la connaissance subjective ou humaine des lois, mais certainement pas les lois elles-mêmes. Pour cette raison, Frege critique la thèse de la particularisation et la relativisation de la vérité de la loi logique qui fait signe vers sa validité universelle. Comment peut-on alors comprendre l'ancrage ontologique de la pensée formelle de Frege par rapport à l'évidence de la pensée et au problème de la vérité ?

Autant Frege considère la vérité comme objet par excellence de la science logique, autant il se préoccupe de l'évidence de la pensée. Il cherche à savoir si celle-ci peut procéder de l'application du principe d'identité. Car il n'est pas vrai de penser que l'évidence de la pensée peut aller de soi là où la coïncidence de la référence se trouve être confrontée au problème de la différence de sens. Frege se livre donc à la quête de l'évidence de la pensée en ayant recours au principe d'identité des pensées. Or celle-ci semble être un cas particulier de l'identité de sens. Cette perspective conduit donc à penser que l'identité des pensées pourrait avoir la même valeur de vérité. Lorsque Markus Stepanians cite un passage de Frege renvoyant à un critère d'identité pour les sens et posant le problème de l'identité de la référence, il pense que « si l'identité des références de deux expressions n'est pas évidente leur sens est différent. Il s'ensuit que, pour deux expressions pourvues du même sens, la coïncidence de leurs références respectives est évidente. Si par exemple 2×2 a le même sens que 2 alors la pensée exprimée par $2 \times 2 = 2$ est évidente. Il en va de même pour toutes les expressions. Mais quand est-ce qu'une pensée est évidente ? Lorsque, dit Frege, sa vérité (...) éclate d'elle-même, au seul vu du sens qui y est exprimé. S'il n'est pas possible de penser une pensée sans la reconnaître immédiatement (elle ou sa négation) comme vraie, sa vérité (ou sa fausseté) est comme je dirais désormais, évidente »³. Se pose alors le problème du lien entre sens et pensée ainsi que celui du lien entre pensée évidente et vérité.

Toutes ces analyses, c'est-à-dire la considération de la pensée entre sens et référence dont nous venons de parler conduisent finalement à établir l'objectivité du sens et partant celle de la pensée. Frege fait de l'objectivité ou de

¹ *Ibid.*, p. 13.

² *Ibid.*

³ M. Stepanians, *op. cit.*, p. 125.

l'évidence de la pensée une condition possible de l'appréhension subjective ou objective des phrases entendues comme structure des pensées. Markus explique la difficulté de mettre sous un même rapport l'identité des pensées et le fait que les pensées aient la même valeur de vérité : « Mais, à l'inverse, pouvons-nous conclure du fait que des pensées ont évidemment la même valeur de vérité, que ces pensées sont identiques ? La condition que Frege appelle nécessaire (...) est-elle nécessaire ? Si c'est cela, alors nous aurions ici le critère objectif qu'exige ailleurs Frege pour reconnaître qu'une pensée est la même. Il faut donc discuter le critère d'évidence suivant : « La pensée $A = B$ il est évident que la valeur de vérité de la pensée $A =$ la valeur de vérité de la pensée B . »¹

Frege n'accepte pas la vérité de la référence. Il le pense au sujet pensant ou sentant qui reconnaîtrait le vrai comme tel. Dire que les vérités logiques elles-mêmes peuvent avoir une histoire reviendrait précisément à confondre les lois de l'être-vrai avec celles du tenir-pour-vrai ou du paraître-vrai conformément à l'influence venant des êtres comme nous. Frege sera alors conduit à démontrer : « 2×2 font 4 reste vrai, même si par suite d'une évolution darwinienne tous les hommes en venaient à affirmer que 2×2 font 5. Toute vérité est éternelle et indépendante de la question de savoir si elle est pensée et de la constitution psychologique de celui qui la pense »². Si les lois logiques étaient des lois naturelles qui gouvernaient la manière dont les gens pensaient réellement, pour les lois naturelles, on se demandera si elles ne seraient pas susceptibles d'évoluer ; et la réponse de Frege serait, comme dans le cas négatif.

C'est dire que les lois de la pensée ne sont pas de nature à évoluer au même titre que celles de la nature. Frege dénonce la tendance de certains logiciens et philosophes à vouloir considérer la tâche de la logique comme étant celle qui examine les lois de la pensée à partir et en fonction du temps et de l'espace. Autrement dit, l'approche place les lois de la pensée au-dessus de celles de la nature. Les lois de la pensée ne s'expliquent pas sur fond de contradiction sémantique. Elles n'ont pas trait à la manière dont nous pensons normalement, mais seulement à la manière dont nous devons penser.³

On trouve donc chez Frege l'identité des rapports entre les lois logiques et les fondements logiques de la pensée. Les lois sont suspendues à la différence de niveaux d'univers : la représentation, la pensée. Déjà, au niveau représentationnel, la norme se donne à penser comme une articulation ; elle a un rôle fonctionnel. C'est là que se trouve dégagé le sens complexe de sa pensée ; dès lors qu'elle laisse entrevoir un rapport entre le tout et la partie. Frege a forgé le principe de la composition des pensées : la totalité est inséparable des parties et vice versa. Le plus important est de savoir que les normes de la pensée ne se confondent pas du tout avec celles de la nature ;

1 *Ibid.*, p. 125.

2 G. Frege, *op. cit.*,

3 P. Jacob, « Changements scientifiques et changements de signification », in *De Vienne à Cambridge : L'héritage du positivisme logique de 1950 à nos jours*, Paris, Gallimard, 1980, p. 241.

encore moins avec celles qui sont entachées de « psychologisme »¹. Il se pose ici le problème épistémologique du contexte de justification et du contexte de découverte des lois de la pensée.²

Les lois au sens psychologique ne sont intelligibles qu'au moyen de l'« association »³. Elle est de nature à rendre autonomes les lois de la nature par rapport au sujet connaissant, à l'instar de la loi de la gravitation par rapport au sujet connaissant. L'intelligibilité de la vérité comme prédicat logique appartient au monde des pensées. Or, aussi contradictoire que cela puisse paraître, nous avons trouvé chez Frege les normes logiques de la « compositionnalité » des pensées. Frege donne à voir « la nécessité d'user des lois pour composer les pensées »⁴. Il est question de la combinaison des pensées. La relation entre la pensée et les pensées devient première et déterminante dans la recherche logique. Xavier Verley développe une telle argumentation : « Comment des pensées censées être complètes peuvent-elles se combiner avec d'autres pensées pour engendrer une nouvelle pensée ? »⁵. La complétude visée ici est de nature normative. Et la compositionnalité s'élargit jusqu'aux lois relatives aux phénomènes dynamiques de la nature, tout comme les « mouvements » et les « forces ».

Frege sépare les règnes pour simplifier, et compose les pensées, non sans reconnaître leur pluralité : « Puisque la pensée porte sa loi et sa vérité en elle-même sans qu'il soit nécessaire de poser un sujet comme condition première de la loi, l'enchaînement des pensées dépendra aussi des lois. Celles-ci s'appliqueront d'abord aux propositions qui sont l'expression ou l'image de la pensée »⁶. Le souci majeur qui anime Frege est de penser scientifiquement les lois de la pensée en fonction de la logique débarrassée de tout psychologisme. C'est alors que Frege lui-même donne à voir le bon usage du langage scientifique au détriment du langage ordinaire :

Se servir du langage ordinaire et de la grammaire comme d'une sorte d'index pour comprendre les lois de combinaison des pensées soulève des difficultés puisque, tributaires de la représentation, ils restent impropres à l'expression rigoureuse d'un contenu conceptuel. Il est donc possible de s'affranchir de l'usage quotidien et d'ajuster le langage aux fins de la science (...) La constitution d'une logique pour penser rend nécessaire l'embrigadement de la langue naturelle sous des lois qui ne sont plus celles de l'usage

1 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, op. cit., p. 157.

2 M. Meyer, *Découverte et justification en science kantisme néo-positivisme et problématique*, Paris, Editions Klincksieck, 1979, p. 222.

3 Cette connotation est tout à fait particulière chez David Hume qui évoque l'hypothèse de l'« association des idées », in *L'Enquête sur l'entendement humain*, trad. franç., de André Leroy, Paris, Aubier Montaigne, 1947, p. 58.

4 X. Verley, *Pensée, Symbole et Représentation, Logique et Psychologie chez Frege et Husserl*, Paris, Dianioia, 2012, p. 96.

5 *Ibid.*

6 *Ibid.*

grammatical, toujours incertain et variable, mais celles de la pensée qui garantissent l'objectivité.¹

On le voit, la pensée, par-delà le règne de la représentation connaît et agit par rapport aux lois de la pensée. Celles-ci sont mises en œuvre par Frege pour justifier les lois des rapports entre les termes.²

Au total, les lois de la pensée, les lois de la nature et les lois de l'être-vrai sont par contraposition celles du « tenir-pour-vrai ». Frege précise que « découvrir des vérités, c'est la tâche de toutes les sciences : il revient à la logique de connaître les lois de l'être-vrai »³. Frege formule l'exigence de conformité de toutes les formes de lois. Celles de la pensée et les lois sont les plus discutées par Frege en raison des difficultés auxquelles s'expose la notion d'évidence ; à l'instar de l'équipollence. Frege fait état de la « pensée » et de la « valeur de vérité ». Il écrit :

Entre deux phrases A et B il peut y avoir une relation telle que quiconque reconnaît comme vrai le contenu de A doit reconnaître aussitôt comme également vrai celui de B et telle que, réciproquement, quiconque reconnaît le contenu de B doit reconnaître aussitôt également celui de A (équipollence), étant présupposé que l'appréhension des contenus de A et de B offre aucune difficulté.⁴

Frege éclaire l'équipollence, c'est-à-dire l'évidence de l'identité de la valeur de vérité comme critère nécessaire et suffisant de l'identité des pensées. Tel est son caractère universel dans la mesure où toutes les formes de lois évoquées s'inscrivent dans l'ordre de l'événement mental de penser. D'où la question suivante : « Des lois logiques ne peuvent-elles pas aussi être impliquées dans le processus mental ? ». Frege distingue l'univers logique de l'univers psychologique. La critique de l'autonomie de la pensée vis-à-vis du monde sensible a été permet de comprendre également la pluralité des pensées.⁵

La position de Frege : « Je ne comprends par pensée l'activité subjective du penser, mais son contenu objectif, qui est en mesure d'être la propriété commune de beaucoup »⁶. La pensée est un principe rationnel ou universel. Quand elle est réduite au sens de la phrase ou d'une proposition logique quelconque, elle perd en objectivité. S'interroger sur le sens et la référence

1 *Ibid.*, p. 98.

2 C. Imbert, *op.cit.*

3 Frege, « La pensée », dans *op. cit.*, p. 88.

4 G. Frege, *Ecrits Posthumes*, traduit de l'allemand sous la direction de Philippe de Rouilhac et de Claudine Tiercelin, Nîmes, éditions de Jacqueline Chambon, 1971, p. 235.

5 Cette interrogation a un sens dans la mesure où Frege apporte des nuances relatives à l'équipollence. Et même s'il considère logiquement les axiomes comme pensées évidentes, il est clair par la suite qu'il n'y adhère pas totalement. Une objection y relative se donne à voir dans les *Ecrits Posthumes* : « Je suppose qu'il n'y a rien dans le contenu d'aucune des deux phrases équipollentes A et B qui doive être immédiatement reconnu comme vrai par tout un chacun qui l'appréhende correctement. », *Ibid.*

6 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, *op. cit.*, p. 60.

d'une phrase n'implique pas le fait de tenir la vérité de la pensée. Car, il existe des propositions qui n'ont pas de référence, mais qui ont un sens. Frege s'interroge :

Maintenant, nous nous interrogeons sur le sens et la référence d'une phrase assertive entière. Une telle phrase contient une pensée. Faut-il tenir cette pensée pour le sens de cette phrase ou pour sa référence ? Supposons donc que la phrase ait une référence (...) Mais nous voyons que la pensée, dans un tel cas, se modifie ; car, par exemple, la pensée de la phrase « l'étoile du matin est un corps éclairé par le soleil » est différente de celle de la phrase « l'étoile du soir et un corps éclairé par le soleil » (...) La pensée ne peut donc pas être la référence de la phrase, il nous faut bien plutôt l'en convenir comme le sens. Mais qu'en est-il alors de la référence ? (...) une proposition entendue comme un tout n'aurait-elle peut-être qu'un sens, mais pas de référence ? On pourra en tout cas s'attendre à ce que de telles propositions se rencontrent, exactement comme il y a des parties de proposition qui ont bien un sens, mais pas de référence¹.

Frege admet, à la lumière de la simplicité des rapports entre le tout et la partie, l'existence des parties de proposition qui ont bien un sens mais pas de référence.

Tout se passe comme si la partie ne renvoyait pas nécessairement au tout. Cela indique bien le sens de la composition des pensées. Frege le montre si clairement en ces termes : « Si l'on considère les pensées comme la réunion de parties simples et si des parties simples de proposition leur correspondent, on conçoit qu'il soit possible de construire une multitude de propositions à partir d'un petit nombre de parties, et qu'il leur corresponde une multitude de pensées. On demandera donc comment est construite la pensée et comment les parties entrent en composition pour que le tout soit quelque chose de plus que les parties isolées »². Il apparaît que la pensée est plus que le tout qui se réduit simplement aux parties, c'est-à-dire forcément à la relation entre le sens et la référence.

Au-delà de la référence Frege pense que « la pensée reste la même »³. Il ajoute que « la pensée perd pour nous en valeur dès que nous avons qu'à l'une des ses parties la référence fait défaut. Nous sommes donc bien justifiés à ne pas nous contenter du sens d'une proposition, mais à nous enquérir encore de sa référence »⁴. A ce point, Frege se propose d'analyser fondamentalement le rapport qui consacre le sens à la référence tout en les critiquant : « C'est donc l'aspiration à la vérité qui nous conduit partout à pousser du sens jusqu'à la référence »⁵. L'autonomie de la pensée passe par le détour de la question de la vérité et par la mise en crise aussi bien du sens que de la référence. De sorte que

¹ *Ibid.*, p. 60-61.

² G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, *op. cit.*, p. 214.

³ *Ibid.*

⁴ *Ibid.*

⁵ *Ibid.*, p. 62.

la question de la pensée implique forcément celle de la vérité sans adéquation avec le monde matériel. Autrement dit, la résolution de la question logique de la vérité, par-delà celui de la référence, renvoie à la mise en œuvre des valeurs logiques de vérité. Frege affirme, en ce sens : « Nous avons vu qu'on peut chercher une référence à une proposition partout où une référence importe pour ses constituants, et c'est toujours le cas là, et là seulement, où nous nous enquerons de la valeur de vérité. Cela nous rend enclins à reconnaître dans la valeur de vérité d'une phrase sa référence »¹. Le contenu sémantique d'une proposition dont la référence se veut extralinguistique est en même temps le rapport de nécessité qui s'instaure entre la référence qui la détermine et la valeur de vérité qui lui confère son statut logique.

Comment peut-on alors comprendre la valeur de vérité ? Frege écrit : « Je comprends par la valeur de vérité d'une phrase le fait qu'elle soit vraie ou fausse. Il n'y a pas d'autres valeurs de vérité. Je nomme, par souci de brièveté, l'une le vrai, et l'autre le faux. Toute phrase assertive dans laquelle une référence importe pour chacun des mots, doit donc être conçue comme un nom propre, et sa référence, au cas où elle existe, est bien soit le Vrai soit le Faux »². Il désigne les valeurs de vérité comme des objets de conviction pour quiconque reconnaît la vérité des propositions. Frege s'attache au paradigme classique, dite bivalente qui reconnaît deux valeurs de vérité : le vrai et le faux. Pour franchir le pas qui conduit du niveau des pensées au niveau des références de l'objectif, Frege a recours au jugement comme un ensemble des pensées tenues par la relation logique entre le tout et la partie. Frege ajoute : « Lorsque la pensée sature la partie insaturée ou, comme on dira aussi, complète la partie qui demande complément, le tout trouve son unité. D'où l'idée qu'en logique la composition des parties en un tout procède toujours par saturation d'un élément non saturé »³.

C'est pourquoi, il est de bon aloi que sa logique soit dite « logique du jugement » et non « logique des termes ». « Un jugement, pense-t-il, n'est pas la simple saisie d'une pensée, mais la reconnaissance de sa vérité »⁴. Ce n'est pas au moyen de la logique des termes que l'on accède à la pensée vraie, mais par la logique du jugement. Celle-ci tient lieu de critère de vérité. Pour approfondir cette analyse logique de la vérité, Frege vérifie deux hypothèses majeures : - la première consiste à « tenir le rapport de la pensée au vrai non pas pour celui du sens à la référence, mais pour celui du sujet au prédicat »⁵. La réflexion fregeenne sur le sens et la référence devient, à ce niveau d'analyse, moins pertinente que celle qui porte sur la structure de la proposition composée d'un

1 *Ibid.*

2 *Ibid.*

3 *Ibid.*, p. 214.

4 *Ibid.*, p. 63.

5 *Ibid.*

sujet et d'un prédicat. D'Aristote jusqu'à Leibniz, l'histoire de la pensée logique s'étend jusqu'à la logique modale.

L'objet principal qui structure cette hypothèse est d'ailleurs l'une des thèses centrales de la logique aristotélicienne sur laquelle Leibniz s'est également penchée¹, à savoir qu'une proposition est vraie quand le prédicat est contenu dans le sujet. Comment peut-on alors penser les modèles cognitivistes² au cœur de la philosophie frégeenne de la logique dont le statut reste encore à déterminer ?

Conclusion

La pensée et la composition des pensée constitue un problème et non pas simplement une recherche logique. Frege montre que la pensée est logique. Il justifie sa démarche philosophique en ces termes : « C'est pourquoi il est utile d'exprimer la pensée sous forme de question ; on doit alors examiner les deux alternatives, l'affirmation et la négation, si l'on veut comprendre correctement la pensée »³. Là encore c'est Frege qui l'affirme : « Il convient alors de distinguer la pensée contenue dans la question totale des deux pensées partielles (...) Une pensée est ce dont on peut dire : vrai, faux, le tiers exclu »⁴.

Après avoir examiné la conjonction en question qui ne lie pas toujours les propositions énoncées de façon affirmative ou négative, nous avons choisi d'interroger l'autonomie de la pensée de Frege que nous avons reconsidérée sur le paradigme de la simplicité logique. Elle s'ouvre aux intuitions ontologiques de l'immanence de la pensée.

Frege semble entretenir entre le statut de la pensée et celui du jugement. Il écrit : « Il semble que souvent les logiciens entendent par « jugement » ce que j'appelle pensée. Je dis : quand on juge, on reconnaît la vérité d'une pensée, et c'est cette reconnaissance que j'appelle jugement. On fait part d'un jugement au moyen d'une proposition énoncée affirmativement. Mais on peut concevoir une pensée et l'exprimer sans la reconnaître comme vraie, c'est-à-dire sans juger. »⁵ Cette affirmation permet de nuancer notre propos. Il n'a pas seulement été question d'examiner une pensée unique composée à partir de deux ou plusieurs pensées considérées. Nous sommes parvenus également à la réflexion épistémologique qui conduit à repenser chez Frege l'association des règnes et du réductionnisme ontologique des pensées. Ces difficultés internes à sa méthodologie nous a permis de nous interroger à nouveau : Est-elle simplement considérée ? Comment, en outre, un logicien déductiviste comme

1 Ibid.

2 Jean-Pierre Dupuy, Les savants croient-ils en leurs théories ? Une lecture philosophique de l'histoire des sciences cognitivistes Une conférence-débat organisée par le groupe Sciences en questions, Paris, INRA, 15 janvier 2000, p. 25.

3 G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, op. cit., p. 217.

4 Ibid., p. 216.

5 Ibid.

Frege qui tient à l'indépendance absolue du règne des pensées peut-il adhérer au monisme cognitiviste, à son anti-empirisme radical ? Depuis Leibniz nous savons que « penser, c'est calculer. » Il apparaît alors le lien de la pensée de Frege avec l'informatique, par exemple, et avec son inscription remarquable dans les neurosciences, comme l'informatique, la cybernétique, qui sont en pleine croissance, aujourd'hui.

Notre réflexion a donné lieu à l'ouverture à des nouvelles perspectives comme celle de la pensée artificielle. L'approche de Frege a permis de savoir qu'au-delà de toutes les considérations modernes ou contemporaines sur sa logique de la conception, demeure antipsychologiste à tort ou à raison. Toutefois, la pensée logique d'aujourd'hui bascule, en fait, vers une étude possible des rapports entre les sciences de l'ingénierie et les mathématiques appliquées à l'informatique. Il se trouve qu'à toute démonstration scientifique, dans le domaine de la logique, correspond un programme, c'est-à-dire une suite d'instructions élémentaires données au processus central d'une machinerie et réciproquement. Il reste qu'en revenant au problème de la logique formelle chez Frege, cette réflexion s'ouvre aussi à une autre forme de la réalité virtuelle au cœur de ce que l'on peut désormais considérer comme « la logique de la conception »¹. De la sorte, nous avons essayé de montrer que la pensée constitue l'élément essentiel de la connaissance pure. Pareille pureté se fonde sur le fait que le règne des représentations n'y a pas droit. Les impressions sensibles ou autres dimensions de la perception sont mises en question. La pensée, pour autant qu'elle soit objectivement logique ne se réduit pas absolument aux signes écrits. Frege accorde certes le primat aux signes écrits au niveau du langage, en tant que produit de l'intelligence humaine.

Mais au-delà de la représentation, avons-nous précisé, la pensée cesse d'être subjective. C'est plutôt le règne de la représentation qui l'est. L'évaluation de la pensée de Frege est de nature à nous conduire à la problématique de l'objectivité scientifique dans la philosophie analytique. La pensée n'est pas seulement un phénomène subjectif lorsqu'elle fait signe vers le monde. Car la représentation, du moins, peut se donner à penser comme un tableau intérieur conçu par un sujet pensant. Mais ce dernier a également la capacité de la transcender pour dire le sens de ce qui est. De fait, critiquée par Frege dans son système de pensée, parvenue à ce point, la chose représentée ainsi que la pensée représentée sont dépendantes du sujet. Dans cette perspective les choses sont dépendantes du sujet qui les présente et se les représente. La représentation se confond donc avec l'imagination.

La critique de la pensée de Frege s'éclaire dans un chapitre consacré à « Frege, Carnap et les autres »², Recanatì écrit :

1 B. Morand, *La logique de la conception Figures de sémiotique générale d'après Charles S. Peirce*, Paris, L'Harmattan, coll. Ouverture philosophique, 2004, p. 149.

2 F. Recanatì, *op. cit.*, chapitre I, p. 29.

Une des idées directrices de la philosophie du langage du xx siècle, dont a hérité la linguistique formelle, est que la sémantique doit être référentielle (...) En l'occurrence, la rivale d'une sémantique référentielle est une sémantique cognitive, qui associe les mots non pas à des choses, à des aspects de la réalité, mais à des représentations mentales-à des idées dans l'esprit de l'utilisateur du langage. La raison pour laquelle une sémantique cognitive est jugée inacceptable, ou en tout cas insuffisante, est qu'elle ne résout pas le problème du sens, et donc ne fait pas le travail d'élucidation qui échoit normalement à la sémantique. En effet, une représentation mentale, tout comme une représentation linguistique, possède un sens, un contenu : c'est ce qui fait d'elle une représentation.¹

Cette perspective déborde celle de la pensée comme recherche logique de Frege. Ses implications pratiques se justifient désormais à partir de la technologie informatique. Mais elle n'est pas seulement l'expression paradigmatique de l'ordre et de la rationalisation des processus mentaux, elle vise, tout compte fait, à atteindre consciemment l'Universel en science à partir et en fonction des outils philosophiques réévalués désormais au cœur de la théorie de la signification. Celle-ci se pose des questions sur ce qu'il faut signifier. Autrement dit à quel moment la signification peut-elle être possible ? Qu'est-ce que signifier un concept ? Et qu'est-ce que signifier signifie ?

BIBLIOGRAPHIE

- Axelos Kostas, 1977 *Contribution à la logique*, Paris : Editions de Minuit
- Aristote,
1995 *Organon IV, Les seconds Analytiques*, trad. franç., et notes par J. Tricot, Paris : Vrin, 2000.
- 2001 *Organon, III, Les Premiers Analytiques*, trad. franç., et notes par J. Tricot, Paris : Vrin.
- Belna, Jean Pierre, 2005 *Histoire de la logique*, Collection L'esprit des sciences, Paris : Ellipses.
- Blanché, Robert, 1955 *L'axiomatique*, Paris, Presses Universitaires de France.
- 1957 *Introduction à la logique contemporaine*, Paris : Arnaud Colin.
- 1966 *Les structures intellectuelles*, Paris : Vrin.
- 1970 *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Paris : Armand Colin.
- Boole, George, 1992, *Les lois de la pensée*, texte trad. franç., et introduit par Souleymane Bachir Diagne, Paris : Vrin.
- Brunschvicg, Léon, 1934 *La modalité du jugement*, Paris : librairie Félix Alcan, 3^e édition, augmentée de La Vertu métaphysique du syllogisme selon Aristote, Paris : Presses Universitaires de France.
- Chenique, François, 2006 *Eléments de Logique Classique. L'art de penser, de juger et de raisonner*, Paris, L'Harmattan.

¹ *Ibid.*, p. 30.

- Couturat, Louis, *L'algèbre de la logique*, Paris : Gauthiers-Villars. 1985 *La logique de Leibniz* d'après des documents inédits, Paris, Félix Alcan, OLMS.
- Diagne Souleymane Bachir, 1989 *Boole, l'oiseau de nuit en plein jour*, Collection Un savant une époque, Paris : Belin.
- Diagne, Ramatoulaye, 2004, *Introduction à la pensée de Gottlob Frege : qu'est-ce que penser?* Dakar : P.U.D, 1991 *Logique pour philosophes*, Dakar : les nouvelles Editions Africaines du Sénégal.
- Fontaine Matthieu, Redmond Juan, 2008, *Logique Dialogique : règles et exercices*, Cahiers de Logique et d'Epistémologie, Vol.5. Collonges publications.
- Frege, Friedrich Ludwig Gottlob, 1969, *Les fondements de l'arithmétique recherche logico-mathématique sur le concept de nombre*, trad. franç., et introduction de Claude Imbert, Paris : Seuil.
- 1971, *Ecrits logiques et philosophiques*, trad. franç., par Claude Imbert, Paris : Seuil.
- 1971, *Ecrits posthumes*, trad. de l'allemand sous la direction de Philippe de Rouilhan et de Claudine Tiercelin, Nîmes, Editions Jacqueline Chambon.
- 1999, *Idéographie*, trad. franç., préface, notes et index par Corine Besson, Postface de Jonathan Barnes, Paris : Vrin.
- Gauthier Yvon, 1991, *De la logique interne*, Paris, Vrin.
- Gochet, Paul, 1978, *Quine en perspective*, Essai de philosophie comparée, Préface de W.V.O. Quine, Paris, Flammarion.
- Hadot, Pierre, 2010, *Wittgenstein et les limites du langage*, Paris, Vrin.
- Hottois, Gilbert, 1989, *Penser la logique. Une introduction technique et théorique à la philosophie de la logique et du langage*, Bruxelles : De Boeck-Wesmael s.a. 2^e édition, Bruxelles : De Boeck Université, 2002.
- Jolivet, Régis, 1939, *Logique et cosmologie. Traité de philosophie I*, Lyon : Emmanuel Vitte.
- Lévy, Pierre, 1987, *La machine univers. Création, cognition et culture informatique*, Paris : La découverte.
- Lukasiewicz, Jan, 1972 *La syllogistique d'Aristote*, Paris : Armand Colin.
- Markus Stepanians, 2007, *Gottlob Frege, une introduction*. Cahiers de Logique et d'Epistémologie, trad. franç., Alexandre Tiercelin, Préface de Shahid Rahman, Université de Lille.
- Parrochia, Daniel, 2008, *La Forme des crises Logique et épistémologie*, collection milieux, Editions Champ Vallon.
- Peirce S. Charles, 1978, *Ecrits sur le signe*, rassemblés, traduits et commentés par G. Deledalle, Paris, Seuil.
- 1984, *Textes anticartésiens*, Présentation et trad. franç., J. Chenu, Paris, Aubier.
- 1993, *A la Recherche d'une méthode*, trad. franç., J. Deledalle,-Rhodes et M. Balat (dir.) G. Deledalle, Presses Universitaires de Perpignan.
- 1995, *Le raisonnement et logique des choses*, trad. franç., Ch. Chauviré, P. Thibaud et C. Tiercelin, Paris, Cerf.
- 2003, *Pragmatisme et sciences normatives*, Œuvres philosophiques II, (dir.) C. Tiercelin et P. Thibaud, Paris, Cerf.
- 2002, *Pragmatisme et pragmatisme*. Œuvres philosophiques I, (dir.) C. Tiercelin, Paris, Cerf.

- Putnam, Hilary, 1996, *Philosophie de la logique*, trad. de l'anglais (USA) par Patrick Peccatte, NewYork, Editions de l'Eclat.
- Quine, Willard Van Orman, 1993, *La Poursuite de la vérité*, trad. de l'anglais par Maurice Clavelin, Paris, Seuil.
- Rivinc, François, 1989 *Introduction à la logique*, Petite Bibliothèque, Paris : Payot.
- Rouilhan, Philippe de-, 1996, *Russell et le cercle des paradoxes*, Paris, P.U.F.
- Russell, Bertrand, 1959, *Signification et Vérité*, trad. de l'anglais par Philippe Devaux, Paris, Flammarion. 1997, *Essais philosophiques*, trad. de l'anglais par François Clémentz et Jean Pierre Cometti, Paris, P.U.F. 2002, *Théorie de la connaissance, Le Manuscrit de 1913*, trad. de l'anglais par Jean Michel Roy, Paris, Vrin.
- Scholz, Heinrich, 1968, *Esquisse d'une histoire de la logique*, trad. de l'allemand par E. Coumet, Fr.de Laur, J. Sebestik, Paris : Aubier-Montaigne.
- Verley, Xavier, 2004, *Pensée, symbole et représentation Logique et psychologie chez Frege et Husserl*, Paris, Editions Dianoia, Chennevières-sur-Marne, Première édition.
- Vernant, Denis, 2003, *Bertrand Russell*, Paris, Flammarion. 1993, *La philosophie mathématique de Russell*, Paris, Vrin.
- Virieux-Reymond, Antoinette, 1962 *La logique formelle*, Paris : Presses Universitaires de France, 1975.
- Wittgenstein, Ludwig, 1993, *Tractatus logico-philosophicus*, trad. franç., et notes de G.G.Granger, Paris, Gallimard.

What is a Variable? Frege's Theory and Practice

Peter SIMONS
(Trinity College, Dublin)
psimons@tcd.ie

The variable is, from the formal standpoint,
the characteristic notion of Mathematics.

Bertrand Russell

Résumé

Cet article décrit et évalue les usages frégeens complexes et variés de ce qui est généralement considéré comme des « variables ».

Mots-clés

Frege, variables.

ملخص

نعتمد في هذا البحث إلى وصف وتقييم استخدامات فريجه المعقدة والمتنوعة لما يُعرف عمومًا باسم المتغيرات.

الكلمات المفتاحية

فريجه، متغيرات.

Abstract

This paper describes and evaluates Frege's complex and varied uses of what are generally known as 'variables'.

Keywords

Frege, variables.

1. Introduction

Early in the 20th century, physicists at the University of Vienna put out a call for papers to celebrate the 60th birthday of their colleague Ludwig Boltzmann (20 February 1904) in a *Festschrift*. As they explain in their introduction, the response from around the world was so overwhelming that they had to restrict the length of contributions. Even so, the work ran to over 900 pages, and included papers by the foremost physicists of the day such as Mach, Planck,

Duhem, Arrhenius and Larmor, but also mathematicians and others. One of the more surprising contributors was Gottlob Frege, surprising because there is no reason to suppose Frege had any contact with or affinity to Boltzmann. One possible explanation is that Frege took the free opportunity to publish a paper in a way which did not involve him in the tiresome process of explanation, rejection, and compromise which had dogged him earlier in his career. As it is, Frege's contribution contains no reference to Boltzmann's work (though that also applies to many other contributions to the collection).

The paper is called "Was ist eine Funktion?", and is dedicated less to an exposition of Frege's own conception of a function, which he had already given in "Funktion und Begriff" and *Grundgesetze der Arithmetik*, than to a critique of other, defective conceptions, notably that of the Austrian mathematician Emanuel Czuber (1851–1925).¹ The notion of function is of course a strategically central one in Frege's work, since it was his replacement of a subject–predicate analysis of propositional structure by a function–argument analysis that liberated him from tradition and led to his revolutionary logical innovations. I do not intend here to enter into extended discussion of Frege on functions, as this has been exhaustively worked over in the secondary literature. Rather I want to focus on a related and much less prominent issue, with which Frege in fact opens his discussion in the Boltzmann paper, namely: What is a variable? While this is not a focally central concept in Frege's philosophy of mathematics, it is in no small part Frege's careful treatments of what we call 'variables' that distinguishes his logic in its precision from those of his predecessors and contemporaries, and indeed from many subsequent treatments. Variables, in some understanding or other, are ubiquitous in mathematics and its applications, including physics and computing, as well as logic. We still use the term 'variable', often with adjectival qualifications, in contemporary description and codification. Yet if we look at Frege's theory and practice, we find he is highly critical of the notion of variable, and in his logic, he studiously avoids the term. So, the question arises as to whether Frege's theory is reasonable and whether his practice harbours lessons from which we may still derive profit.

2. The Notion of a Variable as Inappropriate in Mathematics

Frege notes the ubiquity of the term '*Veränderliche*', the then standard German expression for 'variable', in discussions about functions. When talking about the sine function, or the square function, or the Riemann function, it was then and still is now typical for writers to use variables: $\sin x$, x^2 , $\zeta(s)$; they are also employed in more complex functional expressions, e.g. $\sin(x)\cos(y)$, $x^2 + 3x + 5$; and in equations such as e.g. $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$. But for Frege the term

1. Frege criticised Czuber among others and complained in general about the loose way in which mathematicians talked about variables in the unpublished piece 'Logical Defects in Mathematics', written probably between 1898 and 1903.

is inappropriate, because it connotes change in time. Indeed, the German word ‘veränderlich’ does standardly mean “changeable”, for example in connection with weather. The idea that there is something about the sine function which changes in or with time is wholly out of place. This is of course correct. Likewise, Frege criticises the idea that there might be variable numbers, or indeed any other mathematical entities (functions) that are themselves somehow variable. Every number is what it is, a constant number: there are not two kinds of numbers, fixed (constant) ones and variable ones. Frege remarks that the term ‘variable’ is usually collocated not with ‘number’ but with ‘magnitude’. Here it can be appropriate, in the following limited sense. Imagine we have a metal bar one metre long. Then its length in millimeters is 1000. Now we heat the bar and, as bars do, it expands, so that it becomes 1001 millimeters long. In this sense, what we call ‘the length of the bar’ is variable, because it has now one value, now another. But in that case the expression ‘the length of the bar’ is not suitable to be correlated with a definite magnitude: the bar’s length is not one magnitude. If we want to speak of a determinate magnitude we should provide a temporal specification, e.g. ‘the length of the bar at midday on 6 February 1904’. That the bar may have now one length, now another, does not imply that there is a single determinable quantity, the length of the bar, which changes, any more than the fact that the expression ‘the king of this country’ may at one time denote an old man and later a youth, implies that there is one object which changes from being an old man to being a youth. While Frege’s comparison raises interesting questions concerning everyday definite descriptions and determinable properties, issues which are not otherwise very prominent in his writings, in the present context it is enough to agree with his point that time, change and variation are not concepts that apply within mathematics, though they may apply to its application to reality, for example in discussions of bar lengths, fluid flow or the mechanics of gases. The point is that the variation in such cases is external to the mathematics used in its description, and the connection is made by the (motivated) scientific decision to use the ordered field of real numbers to represent the development of actual quantities through time.

Later in his article Frege, in discussion of Czuber, copies the latter’s use of the word ‘Variable’, which being of Latin origin is less obviously linked to time, and indeed is now the standard German term for variables in mathematics and the formal sciences. But he still does not like it.

When we turn to examine how Frege uses what then were and today still are called ‘variables’ in his logical practice, we find two things: the first is that he studiously avoids ‘variable’-talk and instead uses typographical metalinguistic descriptions, such as ‘German letter’, ‘lower case Greek letter’ and the like. Variables in this sense are always linguistic expressions locally assigned a certain role, and again this is now typical modern usage. The second thing to note is that Frege puts such letters to several different uses within his logical systems.

We therefore need to survey his uses and distinguish their various roles and characteristics.

3. Constants are Not Represented by Letters

The first point to note is that, unlike almost all previous and subsequent logicians and mathematicians, in his own symbolic logic (as distinct from giving examples) Frege never uses letters or combinations of letters, from any of the alphabets he employs (Latin or Italic,¹ German broken-letter or Fraktur, and Greek) for logical or mathematical constants. In this he is extending the practice of mathematicians, which is actually far from thorough, of employing special non-literal signs for constants. Such signs include not only the numerals and their combinations, but mathematical symbols like ‘=’, ‘+’ and ‘√’ that are not letters. A survey of the primitive and defined constants of Frege’s logics reveals that he is prepared to go to considerable lengths to invent special new symbols for his constants. In the early logic of *Begriffsschrift* there are relatively few such symbols, but in the mature logic of *Grundgesetze* there are rather more. Some of them indeed slightly resemble ordinary letters, for example a sign resembling a curly script-like upper case ‘N’ for the ‘number of’ function, but others are simply more or less arbitrary graphical symbols. The most obviously innovative symbols are the systems of connected strokes and hollows that make up his basic logical constants: judgement, horizontal, negation, conditional and universal quantifier. Much has been written about the unconventional and inconvenient nature of this notation, though it has its own aesthetic and logical virtues, and in particular its non-linearity can be extremely revealing. As Frege puts it, defiantly if naively, the convenience of the typesetter is not paramount.

It follows then that whenever an alphabetic letter is used in Frege’s symbolism, it is not standing for a constant. The question then is, what is it doing? And here the answer is: it depends.

4. Generality and Free Variables

Frege notes that often when mathematicians and others use letters as variables, they are using them to express a generality. Whereas the equation

$$(3 + 4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$

expresses a true singular identity (Frege would say, names the True), the exactly similarly structured expression

$$(x + y)^2 = x^2 + 2.x.y + y^2$$

does not express a singular identity, not least because apart from ‘2’ it contains no expression for a determinate object. In the most obvious understanding of

1. The translators of *Grundgesetze* into English use ‘Roman’ for Frege’s *lateinisch*, but in normal English typographical terminology ‘Roman’ refers to upright scripts while ‘Italic’ refers to slanting, cursive scripts. Frege’s “Latin” letters are all slanting, which is why I prefer the expression ‘Italic’.

this expression, it is intended to express a general truth: that *no matter which numbers* ‘*x*’ and ‘*y*’ might denote, the equational identity holds. Frege is not unsympathetic to this use of variables as expressing a generalisation, and as we shall see, himself uses variables in this way. But his official doctrine is that the variables here do not denote (*bedeuten*) but rather indefinitely indicate (*andenten*), in this case, numbers in general, or whatever items are under discussion. To be pedantically correct, not only should the quantifiers be explicitly expressed, but the restriction to a particular domain of object should be made explicit, for the equation does not hold true for shoes, or footballs, or vectors. In his own logical systems, Frege in fact does not need to consider such restrictions since he insists – against common sense and mathematical practice then and now – that all functions be defined for all arguments of their ontological kind. Any restriction he requires to be expressed as the antecedent of a conditional, which while it admirably maintains clarity adds greatly to the prolixity of Frege’s logical formulas. So the fully correct and transparent version of the general equation is something like¹

$$\forall x \forall y \ulcorner x \text{ and } y \text{ are numbers} \rightarrow (x + y)^2 = x^2 + 2.x.y + y^2 \urcorner$$

In this case, the variables ‘*x*’ and ‘*y*’ are no longer “free”, they are “bound” by the two occurrences of the universal quantifier. This completely changes their role, as we shall see.

When we come to how Frege actually uses variables in his logical systems, we find him making this distinction throughout. The free variables are always Italic letters. Frege uses different groups of letters for different categories of variables, that is, depending on whether the items in question to be indicated are objects, functions of first level, or functions of second level. Variables for objects are *a b c d e*, for first-level functions *f g h*, for second-level functions *M*. But in fact he uses other Italic letters, which could be chosen from those already mentioned, but are not. These choices are informal conventions that Frege uses but does not explain. In the *Grundgesetze* subformula ‘*a* \cap *u*’, which occurs often, and which stands in the interesting case for the value of the function whose value range (*Wertverlauf*) is *u* for the argument *a*, the letter ‘*u*’ could be replaced throughout by the letter ‘*b*’ without change of truth value or logical content. For example, if *u* is the value range of the square function, then the object *2* \cap *u* is 4. Frege uses ‘*u*’ precisely to hint that the cases that interest him are those where *u* is a value-range of a single-place function: it seems very likely that the letter ‘*u*’ is here chosen because it is the first letter of the German word ‘*Umfang*’ (extension), Frege’s original kind of value range. Later, when Frege is formulating propositions about relations, he again uses not the relations themselves but their (double) value ranges, and for objects whose cases of interest are double value ranges he uses the letters ‘*p*’ and ‘*q*’, for example when talking about converse, relative product and ancestral. Here he

1. We use upper corners to mark the scope of quantifiers and other variable-binding operators.

always deals with the operations on the value ranges, never on the relations themselves. In the early logic of *Begriffsschrift*, it was different, because there he did not have value ranges. We come to how he works with ancestrals in *Begriffsschrift* below, as it involves yet another kind of variable.

Frege is not wholly against ascribing a semantic role to free variables. Whereas a constant name denotes (*bedeutet*) a definite individual object or a definite function, free variable indefinitely indicates (*andeutet*) objects or functions. Frege (rightly) criticises Czuber for saying that a free variable denotes an indefinite number. Rather, he thinks, we should say it indicates numbers indefinitely. The nature of this indication is however not further explained, and it does no additional work in his logic. It might be better to say that a free variable shows by its syntactic category what range of entities (objects, functions of this or that kind) it is to be associated with, where we can cash this idea out by saying that a constant of the same category denotes a definite entity of this kind (object, function of whatever sort). This is in fact how Frege's free variables work in his logical practice, but unlike the modern practice, he nowhere makes explicit stipulations as to what letters are to be used for what categories of variable.

5. Bound Variables

When Frege binds variables by the universal quantifier, he always uses German (Fraktur) letters, usually lower case, but sometimes (in *Begriffsschrift*) upper case. These letters are bound variables. They occur both over the concavity indicating the universal quantifier and within the formula at certain object-indicating positions if first-order variables, or suitable function-indicating positions if of higher order. Frege uses different letters for object variables and function variables, and takes them in sensible analogy to the associated Italic letters, so 'α' corresponds to 'a', 'f' corresponds to 'f', 'F' to 'F', and so on, though that does require one to be closely observant of font in reading his formulas.

However, for reasons that are not logically compelling, the letters that Frege uses with his other variable-binding operator, namely the value range operator, are not German letters but Greek vowels. The notational reason is that the non-letter symbol Frege chooses to symbolize this operator is the Greek *spiritus lenis*, the smooth breathing punctuation sign that indicates when placed over an initial vowel in Greek that the vowel is unaspirated, i.e. not preceded by a [h] sound. The value range of a function f may then be indicated by the sign 'εf(ε)'. The identity of the value ranges of functions f and g occurs within the formula for Basic Law V as

$$\varepsilon f(\varepsilon) = \varepsilon g(a)$$

and value range operators occur copiously throughout *Grundgesetze*. This typographic distinction between variables bound by quantifiers and variables bound by value range operators is logically unmotivated and may be considered

unsympathetically as unsystematic, more neutrally as merely a whim of Frege's, or, more charitably, as a way to make clear in complicated formulas which variables are bound by which kind of operator, rather as the informal use of the letters $\mu p q$ is intended to make certain formulas clearer in their meaning. But from a logical point of view, both the Greek vowels and the German vowels are alike: both are bound variables. A prefixed symbol for the value range operator, such as a circumflex \wedge , would have enabled the two kinds of letter to be replaced by a single run.

It is notable that Frege does not distinguish typographically between universal quantifiers of first order, binding object variables, and of second order, binding function variables. Both are indicated by the concavity in a horizontal. The difference is *shown* by the fact that the binding variable is in one case an object variable and in the other case a function variable. No doubt Frege, like modern logicians, whose practice is typically similar, thought that the two universal quantifiers are sufficiently similar in meaning to warrant this typographical uniformity. Strictly speaking however, he should have used different symbols, for example different shapes of concavity, as they are different logical constants. An example of a proper separation of the signs is given by Alonzo Church in his 1940 paper 'A Formulation of the Simple Theory of Types', in which there are infinitely many universal quantifiers, for different types, the similarity being marked by the common use of the sign \prod and the difference by the provision of different suffixes for the different syntactic categories of quantifier. In his abbreviations however, Church reverts to standard practice and uses the one symbol next to differently subscripted variables. In the *Begriffsschrift* Frege had not yet separated his bound variables into strict categories in this way, which explains why he then had a single symbol for universal quantification. In his later writing he carried this practice over without comment while strictly separating the kinds of variable.

Frege's use of Greek letters as bound variables has a precedent in the earlier logical system of *Begriffsschrift*. In the advanced third part of that work, "Some Topics from a General Theory of Sequences", where the ancestral of a relation is defined, and a general principle of induction proved, Frege gives several important definitions. The first is the idea of a property being hereditary in a sequence. The definition, in a more linear notation than Frege's, can be put as follows:¹

$$\models \forall \delta \ulcorner F(\delta) \rightarrow \forall \alpha \ulcorner f(\delta, \alpha) \rightarrow F(\alpha) \urcorner \urcorner = \delta \mid (\alpha \ulcorner f(\delta, \alpha) ; F(\alpha) \urcorner$$

The defined symbol \mid (, here written in a line with its arguments, but in Frege with arguments separated vertically, is a variable-binding one: the Greek delta and alpha are the bound and binding variables, and it requires two arguments, one involving a binary function f , the other a unary function F , and it is their argument places which are bound by the operator and its binding variables. A

1 Formula 69.

similar defined function is that for a two-placed function being many–one.¹ Linearizing again, we can write it as

$$\models \forall \epsilon \forall \delta \ulcorner f(\delta, \epsilon) \rightarrow \forall \alpha \ulcorner f(\delta, \alpha) \rightarrow \alpha = \epsilon \urcorner \urcorner = \delta \text{ I } \epsilon \ulcorner f(\delta, \epsilon) \urcorner$$

Frege regards definitions as useful abbreviations, though by modern standards he is rather sparing in their use: in these particular cases it is not obvious that the definienda, the quantifier expressions abbreviated, those occurring to the left of the equality sign, are so complex that they need to be replaced. But we can be grateful that Frege did use these definitions, since it shows him introducing defined variable-binding operators, which are functions of second order. Frege obviously relies on the analogy between the German variables bound by the quantifiers and their Greek counterparts to help make the connections clear, and this after all may be one reason why he splits bound variables into German ones for quantification and Greek ones for other operators.

6. Italic Markers

In *Grundgesetze* § 17, Frege makes clear how complex expressions containing free (Italic) variables work. Whereas expressions which are intended to denote something (object or function) are called *names* (proper – i.e. object – names, or function names, as the case may be), a complex expression containing one or more Italic letters no more names anything than an Italic letter on its own does. A complex expression containing Italic letters which, whenever these are replaced by names of the right category result in a (complex) name, is called an Italic *marker* (*lateinische Marke*): an object marker if the complex expression is suitable to denote an object, a function marker if it is suitable to denote a function. These Italic markers can be considered as complex variables. (An Italic variable on its own is also a marker, a limiting case.) Though Frege does not exploit this possibility, they afford him (in *Grundgesetze* only) a way to quasi-restrict variables to subdomains of the domain of all objects. Suppose we write ‘#x’ to indicate that x is a natural number. Then the following complex expression is an Italic object marker:

$$\backslash \dot{\epsilon} (\# \epsilon \wedge \epsilon = n)$$

By the semantic stipulations Frege gives for the function \backslash , which is his definite description operator, this denotes a natural number whenever ‘n’ is replaced by a name of such a number, e.g. ‘23’, and in other cases it denotes the value range itself, which is of no interest. So it acts in effect as a variable confined to ranging only over natural numbers. However, Frege’s axiomatic treatment of definite descriptions in *Grundgesetze* is too undeveloped to exploit this possibility.

¹ Formula 115.

7. Auxiliary Variables

Frege does not just use variable letters within his systems: he writes *about* the systems, as he has to do in order to introduce them. He does not have (nor would he have wanted) the modern conception of semantics as something brought to a purely syntactic logical system from outside, but intends his symbols to have a particular meaning from the beginning, and so he needs to make these meanings clear to his readers. This he manages to do with remarkable clarity and success, with the one glaring and strategically catastrophic exception of the value range operator. Take for example his explanation of the horizontal function. Presupposing the notions of truth and falsity in his idiosyncratic way as two logical objects, the True and the False,¹ he explains the horizontal function as follows: it is that function $\text{---}\Delta$ whose value is the True if Δ is the True and is the False in every other case, when Δ is not the true. His other basic functions: negation, conditional, identity, quantifier and definite description are explained in similarly unambiguous ways. For instance the conditional function $\zeta \rightarrow \xi$ is so defined that $\Gamma \rightarrow \Delta$ is the False when Γ is the True and Δ is not the True, and is the True otherwise. The value range operator is not and cannot be so introduced: we leave that mess aside. The point is that Frege uses auxiliary variables like ‘ Δ ’ and ‘ Γ ’ to stand for any object whatever, although these symbols do not occur inside his logical system. As auxiliary variables for functions Frege uses upper-case Greek letters like ‘ Φ ’ and ‘ Ψ ’, without giving any systematic account of what can count as a variable of this kind. Note that these are not metalinguistic variables in the modern sense, because they do not range over or stand indefinitely for expressions, but indefinitely indicate objects or functions as the case may be.

8. Placeholder Variables

It is a fundamental principle of Frege’s ontology that “functions are unsaturated”. The title he gives the very first section of *Grundgesetze* in his analytical table of contents is indeed ‘The function is unsaturated.’ This metaphor is not cashed out, nor does Frege think it can be: it is one of those places where he asks the reader to meet him half-way and not begrudge him a pinch of salt. Another expression Frege uses is that functions are “in need of supplementation”, whereas objects are self-sufficient. This strongly recalls the traditional distinction between self-sufficient substances on the one hand and dependent accidents on the other, but the metaphor limps, because an accident manages to exist when it has a single substance on which it depends, and its need for supplementation or support is thus satisfied. A function on the other hand remains *per se* unsaturated, no matter how many objects satisfy or fill it. The square function when satisfied by 2 yields the value 4, but it equally

¹ It is a little strange that though in *Grundgesetze* (§ 10) Frege stipulatively defines two value ranges to serve as the True and the False within the system, he never abbreviates them by simple symbols, and always in his metasystemic discussions refers to the truth values as ‘the True’ and ‘the False’.

remains possible to satisfy the same function by 3 and get 9, and so on *ad infinitum*.

The symbolic counterpart of the unsaturatedness of functions is that Frege does not allow function signs to occur unaccompanied by argument places, and these are always filled, by constants or variables. So rather than talk about for example the sine function (which he thinks would make it sound as if it were a complete object),¹ he makes its nature obvious by mentioning it always with argument place filled, as ‘sin(ξ)’. He writes²

When in what follows an expression like ‘the function $\Phi(\xi)$ ’ is used, it is always to be borne in mind that ‘ ξ ’ contributes to the designation of the function only insofar as it marks its argument places, and that the nature of the function would be unchanged if any other sign were put for ‘ ξ ’.

This becomes especially clear when he mentions higher order functions. The quantifiers and value range operator are functions whose arguments are themselves functions, and these functions can never occur “naked”, without associated variables. The value of the value range function $\hat{\epsilon}\Phi(\epsilon)$ for the argument $\Psi(\xi)$ is $\hat{\epsilon}\Psi(\epsilon)$. The upper case Greek consonants are all auxiliary, but the object-place holding ‘ ξ ’ disappears when the argument is inserted into the higher-order function, as does its own place holder ‘ Φ ’.

Even the places of bound variables need sometimes to be filled by placeholder variables within the concept script itself. When Frege considers higher order functions in his Basic Law IIb, which regulates quantification of functions, the bound variables are also indicated: Basic Law IIb in our notation is

$$\vdash \forall f \vdash M_{\beta}(f(\beta)) \neg \rightarrow M_{\beta}(f(\beta))$$

where the operative place-holding variable is ‘ β ’ which occurs both in binding and in bound positions. What the law allows is the transition from a universally quantified formula with a bound function variable to a formula using an Italic free variable instead. The variable ‘ M ’ is a free Italic one for a single-place variable-binding second-order function, but that it binds variables needs to be indicated, and that is done here by the subscripted ‘ β ’. This Basic Law illustrates the subtle interplay between German and Italic letters: it makes clear that despite their “official” status as abbreviations for or alternatives to quantified formulas, the formulas with Italic letters are absolutely essential to Frege’s formulation, because to give the quantifier principles for all German-letter equivalents of Italic-letter principles would require formulas for still higher levels of quantifier, *ad infinitum*. Sensibly, Frege does not go there, but works as far as possible with the Italic letters, giving inference rules for their use.

1. This would also land him in the controversy with Benno Kerry that is discussed in the essay “On Concept and Object”. Again we shall avoid being drawn into the involved literature.

2. *Grundgesetze*, § 1.

There is one notable exception to Frege's insistence that function letters never occur unaccompanied, and that is in higher-order quantification. Here an unaccompanied German letter occurs above the concavity of the universal quantifier. It would indeed seem an excess of pedantry to provide dummy placeholder variables over the concavity, and would in fact be confusing, because they would not usually be considered as bound by the quantifier, but simply as ornaments showing where the arguments go. This however is obvious from the formula quantified. The irresistible conclusion however is that Frege's insistence on accompanying placeholders in all other contexts is over-exacting and unnecessary. Given suitable pre-established conventions as to the syntactic categories of variables (which Frege never gives), there is no reason for them not to occur as unaccompanied arguments to higher functions. Basic Law IIb could then be formulated simply as

$$\vdash \forall f \ulcorner M(\mathfrak{f}) \urcorner \rightarrow M(f)$$

and the substitution rules formulated accordingly. Modern logic has not followed Frege in his fussy practice, and no catastrophe has ensued.

9. Placemarkers Variables

The final use of variable-type letters that can be found in Frege is one that is not found in *Grundgesetze* at all but does occur in his earlier logical system in *Begriffsschrift*. These are different again from all those we have described hitherto. In the third part of *Begriffsschrift*, after introducing the heredity operator discussed above, Frege wheels out his most important definition, that of the (proper) ancestral of a relation. Here is a linearized version of Frege's definition:

$$\vdash \forall \mathfrak{f} \ulcorner \delta \mid (\alpha \ulcorner f(\delta, \alpha) ; \mathfrak{f}(\alpha) \urcorner \rightarrow (\forall \mathfrak{a} \ulcorner f(x, \mathfrak{a}) \rightarrow \mathfrak{f}(\mathfrak{a}) \urcorner \rightarrow \mathfrak{f}(y)) \urcorner = \sim \gamma \beta (f(x_\gamma y_\beta)) \urcorner$$

The object x stands in the ancestral of the relation f to y when there is a finite sequence of objects between x and y such that each adjacent pair stand in f : a finite number of f -steps leads from x to y . The notion and its definition are now commonplace and well-understood, but it was Frege's achievement to formulate it for the first time and make the logical idea of a finite sequence clear. He does so by quantifying predicates: here the bound predicate variable ' \mathfrak{f} ' in the definiens.

The odd feature of the definition is the Greek letter variables gamma and beta in the definiendum. What are they doing? Clearly they are not *filling* the places in the binary predicate f , since these are occupied by the free variables ' x ' and ' y '. The ancestral operator is one which in Whitehead and Russell is given without these odd variables: $*R$ is simply the ancestral $*$ operating on R . When Frege defines the ancestral using value ranges in *Grundgesetze*, the operator there likewise is free of accompanying Greek variables, and, notably, skips the intermediate step of introducing a special expression for heredity, thus

underlining my point that it was not really important to introduce this definition in *Begriffsschrift*.

Frege explains in *Begriffsschrift* that the Greek letters are different from the place-filling Italic ones because when a function is written out in full, we “need to be able to tell which places [a]re to be regarded as argument places. Hence these must be characterized as such. This is done here by means of the subscripts γ and β . These must be chosen different since it is possible that the two arguments may be identical with each other.”¹ He does not give an example, so it is not easy to tell from this somewhat convoluted explanation what the point is of marking some places as argument places, since after all it looks as though the place-filling variables do that job. We can make things clearer by considering a couple of examples.

To express that Jesus is a descendant on the male side from David, we know this means he is a finite number of father–child steps from David. The ancestral of the father–child relation is

$$\sim\gamma\beta (x_\gamma \text{ is father of } y_\beta)$$

so that Jesus is a descendant on the male side from David is obtained by inserting their names to give

$$\sim\gamma\beta (\text{David}_\gamma \text{ is father of Jesus}_\beta)$$

Notice that without the subscript variables, the resulting sentence ‘David is father of Jesus’ is false, so it is not a logical constituent of the true full formula. In like manner we can express the arithmetical fact that 52 is a positive multiple of 13 as

$$\sim\gamma\beta (0_\gamma + 13 = 52_\beta)$$

To bring out Frege’s point about repetition of names, consider a slightly more complex example. Suppose we want to express the arithmetical fact that 13 is congruent to 52 modulo 13. This is the fact that 52 is a multiple of 13 greater than or less than 13 or is equal to 13. We can do this using Frege’s notations for the ancestral. Taking things slowly, we may express that y is a multiple of 13 greater than x by

$$\sim\gamma\beta (x_\gamma + 13 = y_\beta)$$

and that y is a multiple of 13 less than x by

$$\sim\gamma\beta (y_\gamma + 13 = x_\beta)$$

so that y is a multiple of 13 greater or less than x is

$$\sim\gamma\beta (x_\gamma + 13 = y_\beta \vee y_\gamma + 13 = x_\beta)$$

and including finally the case where $x = y$ we get

1. *Begriffsschrift*, § 26.

$$\sim\gamma\beta (x_\gamma + 13 = y_\beta \vee y_\gamma + 13 = x_\beta \vee x = y)$$

Now we can plug in the numerals in question to get the expression

$$\sim\gamma\beta (13_\gamma + 13 = 52_\beta \vee 52_\gamma + 13 = 13_\beta \vee 13 = 52)$$

where we note that some occurrences of constants like ‘13’ are subscripted and other are not, and also that occurrences of a term may be subscripted by different subscripts.

It would be going too far to claim that this is pretty, or easy to understand at first sight, but it is certainly theoretically elegant, and Frege could if he had wanted easily introduce the more streamlined standard notation $a \equiv b \pmod{m}$ using such an expression in a definition. In fact, he does show how to express the proposition that a is congruent to b modulo m , in the most sustained use of the ancestrals in this notation, which is not in *Begriffsschrift* but in his unpublished piece of c. 1881, ‘Boole’s Logical Calculus and the Concept Script’, where he gives a string of twenty-one examples rendering common mathematical concepts such as multiple, common multiple, congruence, continuity and limit, in his notation. This rather impressive *tour de force* is one of the rare places where we see Frege showing off the wider applicability of his logic within mathematics.¹ His definition of ‘ a is congruent to b modulo m ’ uses the proper-or-improper ancestral \approx and is²

$$\sim\gamma\beta (b_\gamma + m = a_\beta) \vee \approx \gamma\beta (a_\gamma + m = b_\beta)$$

which is equivalent to our definition using just one ancestral.

The role of the variables γ and β in these definitions is absolutely *not* that of *filling* argument places. On the contrary, the places are filled by other (free) variables or, in determinate cases, by constant names. Rather they mark certain places as those indicating the function or relation on which the operator operates. This shows two things. Firstly, it shows that filling a place and marking a place are distinct symbolic roles. Standard bound variables perform both at once, but Frege’s notation shows that this is not inevitable. Secondly, the notation anticipates by half a century Church’s idea of functional abstraction as found in the lambda calculus. In fact, the notation compresses functional abstraction and functional application into a single notational device. It is even possible for the same place to be marked by two or more different variables.³

1. Since Frege presupposes and does not exhibit his definitions of proper ancestral and ancestral, and does not stop to explain the notation, but refers to *Begriffsschrift*, it is understandable that the editors of the journals to which he sent the piece rejected it.

2. *Nachgelassene Schriften* 25, *Posthumous Writings*, 22 f.

3. In Simons 1988, p. 41 I give an example, using a definition of the relative product of two relations. To express the associativity of the relative product using a place-marking notation requires double subscripting by placemarking variables.

The notation is surely too compressed for everyday use, and it is perhaps not surprising that when Frege invented value ranges he took the opportunity to leave this device behind him, apparently without regret. As a result, its startlingly innovative nature long remained unremarked.¹ The extent of the not inconsiderable expressive power it conferred on Frege's early system was investigated neither by him nor has it been by anyone else.

10. Table of Frege's Uses of Variables

Summarizing, we may distinguish the following uses of variable letters in Frege:

Variable Type	Role	Letters used
Free	(1) Maximal scope universal generalization (2) Component of Italic markers	Italic
Bound	Fill and mark places into which operators bind	(1) German for quantifiers (2) Lower case Greek vowels for value ranges
Auxiliary	Indicate objects and functions in metasystemic explanations	Upper case Greek consonants
Placefiller	(1) Fill places for arguments in metasystemic explanations. (2) Indicate bound variable places in functions when these are arguments of higher-order functions	Lower case Greek
Placemark	Mark places to specify the functions which are the arguments of higher-order functions (<i>Begriffsschrift</i> notation only)	Lower case Greek consonants

11. Final Remarks

As we have seen, Frege is extremely punctilious and differentiating in his uses of "variables", i.e., the various letters fulfilling different roles in his logic and in the metalogical exposition of and commentary on it. The placemarking variables of his earlier logical system, later dropped, are to my knowledge unique in logical systems. However, there are several ways in which modern uses of variables improve on Frege. One is that the distinction among bound variables between Greek and German letters is unnecessary. Another is that modern logical systems typically specify in advance a range of expressions to be used as variables of different categories, whereas Frege allows himself to pick up and use letters (of the right typographical sort) as he needs them, but does not specify limits. This is connected with his practice, which we consider

1. Cf. Simons 1988.

unnecessarily fussy and cluttered, of always exhibiting signs for functions with their variable places filled, that is, use (1) of placefiller variables. A clear specification of which letters are function variables of which category would make such a practice unnecessary. Finally, despite Frege's use of auxiliary variables, he does not have the modern conception of *metavariables*, ranging over expressions of different categories within his system, a device that has considerably streamlined modern logic. It is clear however, that such modifications could easily be adopted for either of his logical systems, and that the result would be an improvement but would not entail rejecting any of his practices as unsound. Frege's care in the use of variables is of course not the meat of his systems: it must be considered as part of the craft or *Handwerk* of his trade as logician. Nevertheless, it is precisely the care and clarity which he employed here, as in many other aspects of his logic, that enabled him single-handedly to accomplish the biggest advance in the subject since its inception by Aristotle.

References

Works of Frege

Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle/S: Nebert, 1879. Reprinted in *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, ed. Ignacio Angelelli. Hildesheim: Olms, 1977, 1–88. Translations: *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought.* Translated by Stefan Bauer-Mengelberg, in J. van Heijenoort, ed., *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931.* Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 1–82. *Conceptual Notation. A formula language of pure thought modelled upon the formula language of arithmetic.* Translated by Terrell Ward Bynum, in *Conceptual Notation and related articles*, ed. T. W. Bynum. Oxford: Clarendon, 1972, 101–203.

Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift. In *Nachgelassene Schriften*, ed. Hans Hermes, Friedrich Kambartel and Friedrich Kaulbach. Hamburg: Meiner, 2nd ed. 1983, 9–52. Translation: Booles logical Calculus and the Concept-script, translated by Peter Long and Roger White, in *Posthumous Writings*. Oxford: Blackwell, 1979, 9–46.

Logische Mängel in der Mathematik. In *Nachgelassene Schriften*, 171–181. Translation: Logical Defects in Mathematics, in *Posthumous Writings*, 157–166.

Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. Jena: Pohle, 1893, 1903. Reprinted Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1962; Hildesheim: Olms, 1998. Translation: *Basic Laws of Arithmetic. Derived using concept-script.* Translated and edited by Philip Ebert and Marcus Rossberg with Crispin Wright. Oxford: Oxford University Press, 2013.

Was ist eine Funktion? In *Festschrift Ludwig Boltzmann. Gewidmet zum sechzigsten Geburtstag 20. Februar 1904.* Leipzig: Barth, 1904, 656–666. Reprinted in *Kleine Schriften*, ed. Ignacio Angelelli. Hildesheim: Olms, 2nd ed. 1990, 273–280, and in

Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien, ed. Günter Patzig. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1962, 81–90. Translation: What is a Function? Translated by Peter Geach. In *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, ed. Peter Geach and Max Black. Oxford: Blackwell, 1952, 107–116; reprinted in *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*, ed. Brian McGuinness. Oxford: Blackwell, 1984, 285–292.

Other Works

Church, A. 1940. “A Formulation of the Simple Theory of Types”. *Journal of Symbolic Logic* 5, 56–68.

Simons, P. 1988. “Functional Operations in Frege’s *Begriffsschrift*”. *History and Philosophy of Logic* 9, 35–42.

Frege et la géométrie non euclidienne

Jean-Pierre BELNA
(SPHERE, Université Paris Diderot)
jean-pierre.belna@orange.fr

Abstract

The purpose of this article is to scrutinize Frege's point of view regarding non-Euclidean geometry. There are in fact two views: In the 1880's, Frege admits the logical possibility of non Euclidean geometry, although it goes against intuition. In the 1900's, after the controversy with Hilbert about axiomatic method, he rejects non Euclidean geometry, on the ground that two incompatible geometries cannot coexist—the Euclidean geometry being the only “true” one. This article will examine on what grounds this reversal of opinion can be justified, and hopefully shed some light on Frege's thought concerning geometry in general, as well as arithmetic and logic.

Keywords

Frege, Euclidean geometry, logically possible, Hilbert, opposed geometries, non euclidean geometry.

ملخص

يهدف هذا المقال إلى تبين وجهة نظر فريجه إزاء الهندسة اللاإقليدية، حيث كانت له في الواقع رؤيتان في هذا الصدد: ففي الثمانينات من القرن التاسع عشر، سلّم فريجه بالإمكانية المنطقية للهندسة اللاإقليدية على الرغم من كونها معارضة للحدس. وفي أوائل القرن العشرين، وبعد خلاف مع هيلبرت حول المنهج الأكسيوماتيكي، رفض فريجه الهندسة اللاإقليدية على أساس عدم إمكانية تواجد نسقين هندسيين متضاربين، وأن الهندسة الإقليدية فقط هي الصحيحة. وسوف نفحص في هذا المقال ما يُبرره هذه التّقلّة في وجهة النّظر، آمليّن أن نسلط بعض الضوء على فكر فريجه في شأن الهندسة عامّة، وكذلك الحساب والمنطق.

كلمات مفتاحية

فريجه، هندسة لا إقليدية، إمكانية منطقية، هيلبرت، هندسات متضاربة، حساب، منطق.

Résumé

Le but de cet article est d'examiner le point de vue de Frege sur la géométrie non euclidienne. Il y en a en fait deux : dans les années 1880, Frege admet la possibilité logique de la géométrie non euclidienne, bien que cette dernière aille contre l'intuition ; dans les années 1900, après la controverse avec Hilbert sur la méthode axiomatique, il rejette la géométrie non euclidienne, au nom de ce que ne sauraient coexister deux géométries incompatibles, seule la géométrie euclidienne étant « vraie ». On verra ce qui peut justifier ce revirement, espérant ainsi éclairer la pensée de Frege sur la géométrie en général comme sur l'arithmétique et la logique.

Mots-clés

Frege, géométrie non euclidienne, possibilité logique, Hilbert, géométries opposées, géométrie euclidienne.

INTRODUCTION

Le sujet ici traité est relativement méconnu. De manière générale, les travaux consacrés exclusivement au « Frege géomètre » sont peu nombreux. Ce n'est pas étonnant : Gottlob Frege est à juste titre célèbre pour être l'un des fondateurs de la logique contemporaine, avoir réfléchi de façon novatrice aux fondements de l'arithmétique sur fond de programme « logiciste » et initié un courant toujours vivant en philosophie du langage. Frege n'a pourtant jamais cessé de s'intéresser à la géométrie. Ses premiers travaux, avant la publication de la *Begriffsschrift* en 1879, y sont consacrés, en particulier ses deux thèses de fin d'études supérieures, dites *Inauguralschrift* et *Habilitationsschrift*, soutenues respectivement en 1873 et en 1874¹. Avec les questions posées par les géométries non euclidiennes, l'importance prise par la géométrie projective, l'œuvre « polémique » de Riemann, le débat sur les thèses kantienne, Frege a achevé ses études dans un climat propice à l'étude de la géométrie. Et durant la période « logiciste », bien que ne publiant plus rien sur la discipline, il a continué de s'y intéresser.

En ce qui concerne le point de vue de Frege sur la géométrie non euclidienne, les rares commentaires, relatifs au débat avec Hilbert sur les fondements de la géométrie à partir de 1899, le qualifient souvent d'« archaïsant »². Frege n'a pourtant pas toujours eu ce regard négatif, car son attitude a alors changé, dans le sens d'un rejet de plus en plus affirmé de la géométrie non euclidienne, sans

1. La première s'intitule *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene* (« Sur une représentation géométrique des figures imaginaires dans le plan »), la seconde *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grossenbegriffes Gründen* (« Méthodes de calcul fondées sur une extension du concept de grandeur »).

2. Le terme est de Jacques Dubucs dans Rivenc, Rouilhan 1992, p. 216.

doute aiguisé par la naissance du formalisme hilbertien. On va d'abord traiter du point de vue de Frege avant le débat avec Hilbert, puis de l'évolution de sa pensée après la publication par ce dernier des *Grundlagen der Geometrie* en 1899.

LA GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE ET LES FONDEMENTS DE L'ARITHMÉTIQUE (AVANT 1899)

Les axiomes de la géométrie euclidienne sont intuitifs

Dès 1873-1874, Frege souligne un point qui nous occupe ici. Voici la phrase d'ouverture de l'*Inauguralschrift*, puis une remarque finale de l'*Habilitationsschrift* :

Quand on pense que la totalité de la géométrie repose finalement sur des axiomes qui dérivent leur validité de la nature de notre faculté d'intuition (*Anschauungsvermögen*), il semble pleinement justifié de se poser la question du sens (*Sinn*) des figures (*Gebilde*) imaginaires, puisque nous leur attribuons des propriétés qui contredisent souvent toute intuition¹.

Il existe une différence remarquable entre la géométrie et l'arithmétique dans la manière dont leurs principes sont fondés. Les éléments de toutes les constructions géométriques sont des intuitions et la géométrie se réfère à l'intuition comme source de ses axiomes. Puisque l'objet de l'arithmétique n'a aucun caractère intuitif, ses principes ne peuvent pas non plus provenir de l'intuition².

Il y a un point commun à ces deux citations : le lien explicite établi entre géométrie et intuition par l'affirmation que c'est cette dernière qui assure la vérité des axiomes de la géométrie (euclidienne)³. Cette thèse sera toujours défendue par Frege, de façon plus ou moins explicite et systématique, jusqu'à ses derniers écrits posthumes de 1924-1925. Elle se précisera lorsqu'il fera de la logique le fondement de l'arithmétique, continuant de réserver l'intuition à celui de la géométrie. On ne discutera pas ici de la question de savoir quelle est sa conception de l'intuition et notamment s'il l'emprunte à Kant, ou à Lotze⁴, philosophe néo-kantien qu'il eut comme professeur. Cela n'a qu'une importance relative : à une époque baignée par la philosophie de Kant, utiliser le mot « intuition » et l'expression typiquement kantienne « *Anschauungsvermögen* », comme ci-dessus, n'implique pas qu'on s'engage en faveur de la philosophie kantienne de la connaissance. Frege n'a guère théorisé la notion d'intuition, se contentant par exemple d'utiliser dans l'*Inauguralschrift* l'expression « avoir sous les yeux »⁵ à propos des éléments à l'infini et des figures imaginaires de la géométrie projective complexe. Il reste qu'en

1. *Inauguralschrift* in KS, p. 1 ; CP, p. 1.

2. *Habilitationsschrift* in KS, p. 50 ; CP, p. 56-57.

3. Frege est alors assez silencieux sur les raisonnements géométriques eux-mêmes, laissant simplement entendre, comme dans la seconde citation, qu'ils sont soutenus par la construction de figures.

4. Pour quelques éléments de discussion, cf. Belna 2002, p. 384-386 et Voelke 2005, p. 241-242.

5. *Inauguralschrift* in KS, p. 2 ; CP, p. 2.

continuant de lier géométrie et intuition, alors que certains mathématiciens, dont Gauss et Riemann, ont abandonné l'idée que la géométrie devrait être intuitive (ne serait-ce que parce qu'il existe des géométries non euclidiennes), Frege ne se montre pas spécialement novateur en un temps où a lieu « un débat vigoureux parmi les philosophes et les mathématiciens sur la nature de la connaissance géométrique »¹.

Le lien entre géométrie et intuition vaut aussi pour la géométrie projective, y compris complexe, qui est au centre de l'*Inauguralschrift* et d'autres travaux antérieurs à 1884, année de publication des *Grundlagen der Arithmetik*. Sur ce thème, Frege fait cette autre remarque, essentielle, en ouverture d'une conférence publiée en 1883 :

Un des progrès les plus importants fait par la géométrie analytique ces derniers temps consiste en ce qu'elle considère, outre les points, d'autres figures (droites, plans, sphères) comme des éléments de l'espace et les détermine par des coordonnées. De cette manière, on parvient à des géométries à plus de trois dimensions sans quitter le sol de l'intuition².

Frege loue ici tout le profit à tirer de la géométrie projective. Aucun nom n'est mentionné, mais il pense aux travaux de Plücker, prolongés par Lie et Klein. Dans les années 1830, le premier a développé l'idée des coordonnées homogènes. Soit, par exemple, l'équation $ax + by + c = 0$: si x et y sont les variables, a , b et c les constantes, elle détermine une droite du plan ; si on inverse variables et constantes, elle détermine un point de coordonnées (x, y) (à un coefficient multiplicatif près), qui est le point d'intersection d'un faisceau de droites. D'une manière générale, les coordonnées homogènes permettent d'inverser le rôle des variables et des constantes, et donc des « éléments » géométriques de base. Soit par exemple, l'équation à deux variables et cinq constantes $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + 1 = 0$. Si le point est l'élément de base, c'est l'équation d'une conique dans le plan. Si c'est la conique, on a une géométrie de dimension 5, donc un exemple de géométrie euclidienne de dimension supérieure à 3. La dimension de l'espace, ou du plan, euclidien est donc relative au choix qu'on fait de sa configuration de base³ : si ce sont les points, on retrouve les dimensions 2 et 3, mais si ce sont les coniques ou d'autres figures (droites, plans, sphères), on développe « des géométries à plus de trois dimensions sans quitter le sol de l'intuition », comme dit Frege, puisqu'elles demeurent euclidiennes.

Quant au principe de dualité de la géométrie projective, Frege lui trouve un intérêt considérable, pour au moins deux raisons à ses yeux essentielles :

1. Tappenden 1995, p. 323.

2. *Geometrie der Punktpaare in der Ebene* in KS, p. 94 ; CP, p. 103.

3. Ce qui précède est en partie emprunté à Ernst Nagel, "The Formation of Modern Conceptions of Formal Logic in the Development of Geometry", *Osiris* 17, 1939, p. 190-191. Dans son *Programme d'Erlangen*, Klein souligne que le résultat de Plücker n'empêche pas la géométrie de demeurer la science de l'espace (cf. Tappenden 1995, p. 328).

permettre à la géométrie projective de conserver elle aussi, sans restriction à la dimension 3, l'intuitivité de la géométrie euclidienne traditionnelle ; autoriser à étendre, par généralisation, la géométrie du point à celle de la droite, par exemple. C'est grâce au principe de dualité que Plücker a montré qu'un théorème projectif pouvait, selon la configuration de base utilisée, fournir une infinité de théorèmes tout aussi valides, de sorte qu'on peut former des classes de propositions invariantes par bijection. Les travaux de Plücker jouent donc un double rôle :

1. Pour l'intuition, ils fournissent « une méthode de traduction d'énoncés relatifs à un ensemble de configurations géométriques en d'autres énoncés portant sur des configurations 'intuitivement' ou visuellement différentes »¹. Là encore, l'idée est que n'importe quelle configuration, et pas seulement le point, peut servir d'élément fondamental pour la géométrie.
2. Ils font de la géométrie une discipline formelle opérant sur des variables, qu'on peut ou non interpréter. Les travaux de Riemann, fondés sur la notion de dimension d'une multiplicité, et ceux de Hilbert, visant à formaliser la géométrie, vont, sur des bases différentes, dans cette direction.

Frege n'a retenu que le point 1, le point 2 lui posant un problème crucial lors de la controverse avec Hilbert sur les fondements de la géométrie.

Dans les premiers textes de Frege, la géométrie projective apparaît comme satisfaisant un souci de généralité qu'il ne reniera jamais et qui vaut aussi pour l'arithmétique durant la période logiciste. Comme il l'explique en 1873, l'idée est de donner une solution unique à un type de problèmes qu'un traitement classique obligerait à diviser en différents cas. Mais cette possibilité offerte par la géométrie projective – simple extension de la géométrie euclidienne – ne vaudra pas pour la manière autrement généralisatrice – traiter de même façon toutes les géométries – qu'adoptera Hilbert en 1899.

Entre 1879 et 1899, Frege n'a pas cessé de s'intéresser à la géométrie, notamment projective, et de l'enseigner, mais sans rien publier, à l'exception de la conférence de 1883 déjà mentionnée². Certains textes relatifs à la logique et à l'arithmétique, notamment la *Begriffsschrift* de 1879 et surtout les *Grundlagen der Arithmetik* (désormais GRL) de 1884, s'y réfèrent cependant et présentent un grand intérêt pour notre propos. Le premier ouvrage reprend une double idée, déjà signalée. Frege y écrit attendre de l'idéographie « une application pleine de succès [...] partout où l'on doit attacher une valeur particulière à la validité de la méthode de démonstration », de sorte qu'il devrait être « facile d'[en] étendre le domaine à la géométrie ». Cela nécessiterait simplement l'ajout, dit-il, de « quelques signes pour les relations intuitives qui apparaissent alors »³. Frege ne renie en rien ce qu'il a dit les années précédentes, à savoir que la géométrie,

1. Nagel, *op. cit.*, p. 192.

2. Aucun écrit posthume n'y est consacré et la correspondance de Frege est rare sur le sujet.

3. *Begriffsschrift*, p. VI.

contrairement à l'arithmétique, fonde ses axiomes sur l'intuition, laissant entendre que le raisonnement géométrique lui-même n'a rien d'intuitif. Il ne rejettera jamais explicitement cette double idée : que les axiomes de la géométrie sont intuitifs, que le raisonnement géométrique peut être traduit logiquement. On en a la confirmation dans les quelques articles rédigés avant 1884, publiés ou non, et relatifs à l'idéographie.

Quant aux GRL, ils sont consacrés, comme leur titre l'indique, à l'arithmétique. Mais comme Frege y insiste sur ce qui distingue celle-ci de la géométrie, les références à cette dernière y sont nombreuses. C'est l'un des derniers textes, avant la discussion avec Hilbert, où il utilise encore le mot « intuition », toujours sans définir le terme. On peut néanmoins sans risquer de se tromper lui accoler deux qualificatifs : « sensible » et « spatiale ». Quant à la généralité, même relative¹, des axiomes de la géométrie, elle est compatible avec la singularité de ses éléments premiers (points, droites, plans) parce que, explique Frege :

Un point géométrique, pris en lui-même, ne saurait être distingué d'aucun autre [...] de même pour les droites et les plans. Qu'en géométrie, on obtienne des propositions générales à partir de l'intuition, s'explique par le fait que les points, droites, plans intuitionnés ne sont aucunement particuliers et peuvent valoir comme représentants (*Vertreter*) de la totalité de leur genre (*Gattung*)².

Les axiomes de la géométrie euclidienne et l'espace euclidien sont pourtant objectifs

Un autre point, nouveau, est abordé dans les GRL. Au § 26, Frege explique incidemment que l'espace et la géométrie relèvent à la fois de l'intuitif et de l'objectif. C'est la première et dernière fois qu'il use de ce second qualificatif à leur sujet. Frege « distingue l'objectif (*Objective*) du palpable (*Handgreiflich*), du spatial (*Räumlich*), de l'effectif (*Wirklich*) »³. Il donne quelques exemples : l'axe de la Terre, le centre de gravité du système solaire, sont objectifs, mais pas *wirklichen* comme le sont la Terre et le système solaire eux-mêmes, parce qu'ils n'ont ni action, ni effet sur les sens. Quant à l'équateur, Frege dit que si c'est une ligne « imaginée (*gedacht*) », ce n'est pas une ligne imaginaire (*erdacht*) », et à propos de l'espace, dont nous ne pouvons avoir, dit-il, qu'une représentation subjective parce qu'intuitive, il écrit :

Il se pourrait qu'un être rationnel se le représente tout à fait différemment de nous. Nous ne pouvons même pas savoir s'il apparaît à un homme comme il

1. Frege explique à plusieurs reprises dans les GRL que les axiomes de la géométrie sont généraux, mais sans avoir l'universalité qu'ont les lois de l'arithmétique et de la logique.

2. GRL, § 13.

3. GRL, § 26. Nous traduisons ici « *wirklich* », qui a la même racine que « *wirken* (agir) », par « effectif ». Par la suite, nous conserverons l'original allemand.

apparaît à un autre ; on ne peut juxtaposer l'intuition de l'espace de l'un et de l'autre et les comparer¹.

Frege ajoute qu'« est pourtant contenu là-dedans quelque chose d'objectif », qui concerne les axiomes de la géométrie euclidienne : chacun « reconnaît les mêmes, dit-il, ne serait-ce que pour les besoins de l'orientation ». Frege parle maintenant de l'objectivité de propositions et non d'« objets », invoquant un motif empirique pour légitimer les axiomes de la géométrie. Dans un inédit daté des années 1880, il précise :

Un contenu jugeable est, par exemple, le contenu de l'égalité $2 + 3 = 5$. [...] ce contenu n'est ni le résultat d'un processus interne, ni le produit d'une activité mentale de l'homme, mais quelque chose d'objectif, autrement dit quelque chose qui, pour tous les êtres rationnels, pour tous ceux qui peuvent le saisir, est exactement le même, tout comme, par exemple, le Soleil est quelque chose d'objectif. [...] Pour un tel il peut *apparaître* ainsi, pour un autre autrement, il *est* ce qu'il est².

Frege le dit aussi des axiomes de la géométrie, mais comment des propositions portant sur des objets intuitifs situés dans un espace dont nous n'avons qu'une représentation subjective peuvent-elles avoir un contenu objectif ? Que nous ayons tous les mêmes axiomes est un début de réponse, mais jugeant sans doute l'argument trop faible, Frege ajoute dans les GRL :

Est ici objectif ce qui est conforme à une loi, conceptuel, jugeable, ce qui se laisse exprimer par des mots. On ne peut pas communiquer ce qui est purement intuitif³.

Si l'axe de la Terre n'est pas *wirklich*, il est néanmoins objectif, car pensé conformément aux lois qui régissent le mouvement de rotation d'une sphère matérielle sur elle-même. Il fait donc partie d'un contenu de jugement tel que celui exprimé par « l'axe de la Terre est la droite qui joint les deux pôles ». Il en est de même pour le centre de gravité du système solaire, en faisant intervenir la théorie des barycentres, ou de l'équateur, en expliquant ce qu'est un grand cercle sur une sphère. À la question de savoir comment il est possible que nos intuitions géométriques soient incommunicables et que les axiomes de la géométrie soient objectifs, Frege répond par une « expérience de pensée » utilisant le principe de dualité⁴, qui ne vaut donc que pour ce qu'on peut appeler des « êtres euclidiens ». Il n'est pas question pour lui, bien qu'il défende le caractère conceptuel de ce qui est objectif, de soutenir que l'espace euclidien serait conceptuel au sens où un espace non euclidien pourrait l'être. C'est tout de même la « pensée rationnelle » ou la « pensée conceptuelle », comme dit Frege, qui permet de résoudre une contradiction apparente dans ses explications : si la source des axiomes géométriques (euclidiens) est l'intuition,

1. GRL, § 26.

2. *Logik* [1879/1891] in NS, p. 7 ; EP, p. 16 (les italiques sont de Frege).

3. GRL, § 26.

4. Là-dessus, cf. Belna 2006.

supposée subjective, comment peuvent-ils avoir l'objectivité nécessaire à leur vérité, dont il soutient qu'on ne peut que la reconnaître ? Une première partie de la réponse – on verra que la seconde lui est fournie par la géométrie non euclidienne – se trouve au § 64 des GRL, où Frege dit qu'« en géométrie tout doit au départ être intuitif », mais que le concept de direction résulte « d'un acte intellectuel lié à l'intuition ». Il faut donc séparer ce qui, dans les propositions de la géométrie euclidienne, est intuitif et ce qui est objectif. Dans le postulat d'Euclide sur les parallèles, seraient intuitives les représentations que chacun a de la droite, du parallélisme et de l'intersection de deux droites, et objectifs les concepts d'unité et de parallélisme. De même que chacun peut se représenter le Soleil à sa guise, sans que cela entame son objectivité, des représentations diverses de la droite et de sa direction ne nuisent nullement à leur caractère objectif ou conceptuel. C'est ce qu'explique Matthias Schirn :

Frege soutient que les axiomes de la géométrie euclidienne n'énoncent pas des faits relevant de notre intuition, mais exprime des états de choses relatifs à l'espace qu'on obtient tout à fait indépendamment de notre intuition spatiale. Autrement, il se pourrait que le même axiome géométrique soit reconnu comme vrai par une personne et rejeté comme faux par une autre¹.

Les axiomes de la géométrie euclidienne sont vrais, et reconnus comme tels par chacun d'entre nous, parce qu'ils sont objectifs. L'espace également, parce que lui aussi, poursuit Schirn, est « indépendant de nos sensations, de notre intuition et de notre imagination » et « que nous pouvons exprimer ses propriétés par des mots ayant une signification identique pour tous ceux qui peuvent la saisir »². Rassemblant en une seule remarque les exemples de la géométrie et de la couleur, dont Frege parle aussi au début du § 26 des GRL, Michael Dummett propose une analyse semblable :

Pour communiquer avec succès, nous devons donner à nos mots un sens objectif, qui soit indépendant de nos sensations et intuitions propres. [...] Un mot tel que « point » ou « blanc » porte un sens objectif quand il est utilisé dans des phrases de manière à transmettre un état de choses objectif [...]. L'espace est objectif pour autant que nous pouvons fixer ses propriétés avec des mots ayant une signification objective ; et les axiomes de la géométrie fixent de telles propriétés. Chacun doit reconnaître leur vérité, même si ce n'est qu'implicitement, dans ses actions ; ce faisant, chacun reconnaît ce qui vaut objectivement et peut être pleinement saisi par la pensée conceptuelle indépendamment de l'intuition ou de l'imagination³.

La diversité des intuitions n'interdit donc pas de fixer, dans des axiomes et théorèmes, les propriétés objectives de l'espace (euclidien). Cette explication complète celle du § 13 des GRL, où Frege suggère que rien n'est authentiquement particulier en géométrie. Sa généralité, qui n'est pas

1. Schirn 1996, p. 25.

2. Schirn 1996, p. 25.

3. Dummett 1991, p. 154.

l'universalité de l'arithmétique, est le signe que quelque chose d'objectif s'exprime au travers des termes géométriques : si ce n'est pas la particularité des intuitions qui leur sont associées, c'est la vérité indubitable des propositions dont ils sont les composants. Nous ne pouvons rien dire de ce que chacun associe au mot « point », mais nous savons que la proposition « deux points déterminent une droite » est vraie et fonde la géométrie. De même, nous ne pouvons rien dire de ce que l'axe de la Terre évoque pour chacun d'entre nous, mais nous savons que c'est la droite qui joint les deux pôles ou est déterminée par la rotation de notre planète sur elle-même, ce qui renvoie à des lois et faits scientifiques.

C'est au § 26 des GRL que Frege présente pour la première fois sa tripartition entre trois mondes, qu'il rendra de plus en plus explicite¹ : le monde sensible, qui agit sur nos sens ; le monde psychique, de nos représentations subjectives ; le monde de ce qui est objectif, sans action sur nos sens, qu'on saisit par la raison sans en être une création. L'espace euclidien fait partie de ce troisième monde et, sinon ses objets, du moins les propositions géométriques qui portent sur eux. On peut maintenant dire que bien que ses axiomes soient fondés sur l'intuition, la géométrie euclidienne et l'espace euclidien ont quelque chose d'objectif. Mais où situer la géométrie et l'espace non euclidiens ? Dans le troisième monde semble être la réponse de Frege à l'époque des GRL.

La géométrie non euclidienne n'a rien d'intuitif, mais elle est pensable

Voyons en effet ce que Frege écrit dans le très intéressant § 14 des GRL où, comparant la nature des vérités de l'arithmétique à celles de la géométrie, il s'appuie sur l'exemple de la géométrie non euclidienne pour affirmer qu'on peut nier les axiomes de la géométrie mais pas les principes de l'arithmétique :

Les propositions empiriques valent pour la réalité (*Wirklichkeit*) physique ou psychologique ; les vérités de la géométrie régissent, elles, le domaine de ce qui est objet d'intuition spatiale, qu'il s'agisse d'une réalité ou d'un produit de l'imagination. Les délires les plus fous, les inventions les plus intrépides des contes et des poètes [...], en tant qu'ils demeurent intuitifs, sont encore liés aux axiomes de la géométrie. Seule la pensée conceptuelle peut s'en affranchir d'une certaine manière, lorsqu'elle pose par exemple un espace à quatre dimensions ou à courbure positive. De telles considérations ne sont nullement dépourvues d'usage, mais elles abandonnent totalement le sol de l'intuition ; si on l'utilise encore à titre d'auxiliaire, ce sera toujours l'intuition d'un espace euclidien, le seul dont nous ayons une image (*Gebilde*). Seulement cette intuition ne sera pas prise là pour ce qu'elle est (*Sie wird dann nur nicht so, wie sie ist*), mais comme une représentation symbolique pour autre chose ; par exemple, on appelle droite ou plan ce qu'on intuitionne comme courbe. La pensée conceptuelle peut toujours poser le contraire de l'un ou l'autre axiome géométrique sans se perdre dans des contradictions en raisonnant à partir de telles hypothèses en conflit avec l'intuition. Qu'elle le puisse montre

1. Cf. *Der Gedanke* (1918) in KS, p. 353-354 ; ELP, p. 184.

que les axiomes géométriques sont indépendants les uns des autres et des lois logiques primitives ; donc qu'ils sont synthétiques. Peut-on en dire autant des principes de la science des nombres ? Pourrait-on, sans sombrer dans une confusion totale, nier l'un d'eux ? Serait-il encore possible de penser ? Le fondement de l'arithmétique ne gît-il pas plus profond que celui de tout savoir expérimental, plus profond même que celui de la géométrie ? Les vérités arithmétiques gouvernent le domaine du nombrable. C'est le plus vaste. Il inclut non seulement le réel, non seulement l'intuitif, mais tout le pensable. Ne faut-il donc pas que les lois des nombres aient le lien le plus intime avec celles de la pensée¹ ?

À propos de la ou des géométries non euclidiennes², et bien qu'il soit très allusif, Frege renvoie probablement ici à un certain nombre de résultats qui lui sont alors connus³. La consistance logique relative des géométries non euclidiennes a été prouvée, alors que le postulat sur les parallèles y est nié (Frege affirme plus généralement qu'on peut nier l'un ou l'autre des axiomes d'Euclide sans produire de contradiction) : Beltrami et Klein, dans les années 1860-1870, ont trouvé des modèles euclidiens pour ces nouvelles géométries, le second montrant, dès 1871, comment intégrer les géométries non euclidiennes à la géométrie projective. Par conséquent, si la géométrie euclidienne est consistante, ce dont Frege ne doute pas, les géométries non euclidiennes le sont aussi. En 1885, dans *Über formale Theorien der Arithmetik*, il soutient la même thèse que dans les GRL, mais c'est la dernière fois. Toujours soucieux d'opposer la géométrie à l'arithmétique, dont les propositions dérivent de définitions par des « moyens purement logiques », il écrit :

La géométrie, aucun mathématicien certainement n'en doutera, a besoin d'axiomes spécifiques, dont le contraire (*Gegenteil*) – considéré de manière purement logique – serait tout aussi possible, c'est-à-dire sans contradiction⁴.

Et dans les GRL, Frege affirme explicitement qu'il ne nie pas l'intérêt, théorique ou pratique, de la géométrie non euclidienne. Lorsqu'il dit des « considérations » relatives à un espace à courbure positive qu'elles « ne sont pas dépourvues d'usage », il fait sans doute allusion entre autres à l'*Habilitationsvortrag* de Riemann, publiée en 1854, où celui-ci suggère qu'un tel espace (à deux dimensions) peut être « réalisé » sur une sphère, en identifiant sa surface à un plan et les grands cercles aux droites. C'est ainsi qu'il faut

1. GRL, § 14. Dans le passage qui suit la phrase « les inventions les plus intrépides des contes et des poètes », Frege donne des exemples de telles inventions.

2. L'expression est absente, mais c'est bien de cela qu'il s'agit ici, et non des travaux de Plücker, qui a montré, comme Frege l'a expliqué en 1883, qu'on pouvait, « sans quitter le sol de l'intuition », donc en restant dans le cadre euclidien, parvenir « à des géométries à plus de trois dimensions ».

3. Un double argument à l'appui de cette thèse : une remarque du § 2 des GRL, où Frege souligne que lorsque « la rigueur euclidienne a paru ne plus suffire, ont commencé les recherches qui se sont greffées sur l'axiome des parallèles », et une lettre de Klein de 1881, qui laisse supposer qu'en 1884 Frege connaît les travaux de son collègue.

4. *Über formale Theorien der Arithmetik* in KS, p. 103 ; CP, p. 112.

comprendre la phrase : « cette intuition ne sera pas prise là pour ce qu'elle est, mais comme une représentation symbolique pour autre chose ». Si l'intuition demeure utile quand on quitte la géométrie et l'espace euclidiens, ce n'est pas comme fondement, mais parce que, « à titre d'auxiliaire », elle joue un rôle de médiation dans la conceptualisation d'un espace dont nous n'avons ni représentation, ni intuition, pense Frege.

De sorte qu'imaginer un monde autre que celui dans lequel nous vivons est possible, dit Frege, mais ce monde demeure euclidien et lié aux axiomes de sa géométrie, car nous, les hommes, n'avons de représentation que de l'espace euclidien, le seul qui soit intuitif – l'espace réel « fregéen » est donc l'espace euclidien. Nous ne pouvons quitter le « sol de l'intuition » que grâce à la « pensée conceptuelle », ajoute Frege, qui oppose cette dernière à deux autres facultés que l'homme possède : la « disposition poétique », qu'il prendra toujours soin de distinguer de la pensée scientifique, en particulier logique, et la faculté d'intuition, ce qui nous ramène à la géométrie non euclidienne. « La pensée conceptuelle » rejoindrait l'« acte intellectuel »¹ dont parle Frege au § 64 des GRL, par lequel le concept de direction de droite dérive de la relation de parallélisme. De même qu'un tel concept ne peut être intuitif, la géométrie non euclidienne, qui exige une conceptualisation, perd tout rapport direct à l'intuition.

C'est donc « la pensée conceptuelle » qui rend possible la négation, contraire à l'intuition, des axiomes, intuitifs, de la géométrie euclidienne, en particulier celle du postulat sur les parallèles. C'est la seconde partie de la réponse à la question posée plus haut : Frege explique que nous ne pouvons imaginer un monde où les axiomes euclidiens seraient faux, mais que « nous pouvons concevoir leur fausseté, c'est-à-dire leurs négations, écrit Dummett : il en résulte qu'on peut pleinement saisir leur sens à l'aide de la pensée conceptuelle d'une manière qui n'implique pas d'allusions à nos intuitions »². En revanche, à la question de savoir si la négation du postulat des parallèles porte en elle, et l'espace non euclidien aussi, quelque chose d'objectif, Frege ne répond pas. Il est vrai qu'il ne pose pas la question explicitement et qu'il ne l'a abordée précédemment qu'à propos de la géométrie euclidienne. On a comme seule réponse le lien dont on a parlé plus haut entre objectivité et conceptualisation.

Il y a une faille dans l'argumentation de Frege sur la non contradiction et l'indépendance mutuelle des axiomes de la géométrie. Qu'il s'appuie sur la non contradiction de la géométrie non euclidienne, rapportée à celle de la géométrie euclidienne, ou sur la non contradiction de cette dernière, qu'il ne peut que supposer ou fonder sur l'intuition, il se heurte à une difficulté qu'il aborde lui-même, dans un contexte différent, à la fin des GRL (et répétera ailleurs) : critiquant l'identification entre non contradiction et existence, il souligne que ne

1. Les deux expressions, typiques des GRL, disparaissent après 1884.

2. Dummett 1991, p. 155.

pas avoir rencontré de contradiction ne prouve pas qu'il n'en existe aucune¹. Et comme au § 14 des GRL, il ajoute que la possibilité de nier les axiomes de la géométrie euclidienne prouve leur indépendance mutuelle, il n'a pas non plus la preuve de cette dernière propriété, puisqu'il n'a pas de démonstration absolue de la non-contradiction des géométries non euclidiennes.

Dans les années 1880, Frege est donc convaincu que les axiomes géométriques sont indépendants les uns des autres et des lois de la logique. Cela lui sert à affirmer l'universalité de l'arithmétique, donc à défendre la thèse logiciste. Pour l'étayer, Frege ne s'interdit alors nullement de considérer des systèmes où un axiome peut être nié, donc ne conteste pas la possibilité de géométries non euclidiennes. Il ne s'oppose donc pas à celles-ci par principe, puisqu'il admet leur cohérence logique, mais parce qu'elles sont non intuitives. Il sera bien plus critique après la controverse avec Hilbert. Dans le même temps, et sans pour autant les rejeter, il ne manifeste qu'un intérêt relatif pour les questions d'indépendance. Lorsqu'il en reparlera plus abondamment, lors de la controverse avec Hilbert, il y aura tout de même réfléchi avant, même de manière peu fouillée, affichant alors une attitude très circonspecte.

II. LA GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE APRÈS LA CONTROVERSE AVEC HILBERT

Quelques remarques sur les *Fondements de la géométrie* de Hilbert

Après la publication des GRL et jusqu'en 1903, année de parution du second tome des *Grundgesetze der Arithmetik*, Frege, probablement soucieux avant tout d'étayer la thèse logiciste et d'améliorer l'idéographie, n'a plus guère parlé de géométrie, ni dans ses écrits, publiés ou non, ni dans sa correspondance. Le mot « intuition » disparaît d'ailleurs presque totalement du vocabulaire fregéen après 1885. Ce n'est que lors de la controverse avec Hilbert qu'il maintiendra, très furtivement, que géométrie et intuition sont liées. Il semblerait que Frege ait abandonné sciemment une notion et une perspective qui ne le satisfaisaient plus, parce que sa conception négative de l'intuition lie cette dernière à la subjectivité, mais sans jamais renier explicitement le point de vue qu'il avait défendu jusqu'en 1884.

Le débat avec Hilbert a commencé en 1899, lorsque celui-ci a publié la première édition de ses *Grundlagen der Geometrie*. On sait que, privilégiant la déduction et non l'intuition, il laisse de côté l'idée que les notions primitives puissent avoir un sens fixé par des définitions. Sources d'embarras inutiles, elles sont éliminées au profit d'un traitement axiomatique de la géométrie usant des termes géométriques habituels, mais vidés de leur contenu traditionnel. Il ne faut cependant pas se méprendre, l'essence du formalisme hilbertien n'est pas

1. GRL, § 94.

l'absence de sens, mais la possibilité d'une multitude d'interprétations. Les axiomes de Hilbert ne sont ni des conventions, ni des hypothèses, mais des propositions vraies dans certains contextes. Comme il le précisera plus tard en opposant l'« axiomatique à contenu » à l'« axiomatique formelle » :

[Dans] l'axiomatique à contenu, les relations primitives sont à considérer comme quelque chose que l'on peut présenter dans l'expérience ou dans des représentations intuitives, et par conséquent comme quelque chose dont le contenu est déterminé [...] Dans l'axiomatique formelle au contraire les relations primitives ne sont pas admises d'avance comme déterminées dans leur contenu ; plus encore, elles reçoivent d'une façon d'abord implicite leur détermination par les axiomes. Et dans toutes ses considérations, la théorie axiomatique formelle n'utilise des relations primitives que ce qui est formulé expressément par les axiomes¹.

L'idée de modèle, en tant que structure satisfaisant aux axiomes donnés, accompagne l'axiomatique de Hilbert, dont le but n'est pas d'opposer l'intuitif au formel, mais de traduire formellement ce qui est traditionnellement intuitif en géométrie. Celle-ci n'est alors plus fondée sur l'intuition, mais sur l'analyse de l'intuition, avec l'idée qu'en faisant varier les axiomes admis ou exclus, on « fait apparaître ce que Hilbert appelle la 'signification' (*die Bedeutung*) des propositions géométriques, c'est-à-dire leur rôle dans différents systèmes »².

Dans les mathématiques en général, l'idée n'était pas totalement nouvelle, empruntant à Dedekind notamment, et en géométrie non plus, puisqu'on trouve ceci sous la plume de Moritz Pasch en 1882, lorsqu'il a axiomatisé la géométrie projective :

Si la géométrie doit se transformer en une science réellement déductive, il faut [...] que la déduction soit absolument indépendante du sens des concepts géométriques, comme de celui des figures ; seules doivent être considérées les relations entre les concepts géométriques établies dans les propositions et les définitions utilisées. Au cours de la déduction, il est à la fois recommandé et utile, mais d'aucune manière essentielle, d'avoir à l'esprit la signification des concepts géométriques utilisés³.

Si Pasch semble ne pas aller totalement à l'encontre des conceptions de Frege, on ne sait comment celui-ci y a réagi puisque la maigre correspondance entre les deux mathématiciens, postérieure à 1894, ne donne que très peu d'indications sur le contenu des lettres de Frege et n'est que très allusive sur la question du fondement de la géométrie. En 1889, Peano a perfectionné l'axiomatique de Pasch en réduisant le nombre de ses axiomes et en posant

1. Paul Bernays, David Hilbert, *Grundlagen der Mathematik* I, Berlin, Springer, 1934, p. 6-7 (trad. Boniface 2004, p. 164).

2. Hourya Sinaceur, « Du formalisme à la constructivité : le finitisme », *Revue internationale de philosophie* 186, 1993, p. 254.

3. Moritz Pasch, *Vorlesungen über die neuere Geometrie*, Leipzig, Teubner, 1882, p. 90 (trad. Boniface 2004, p. 134).

correctement le problème de leur indépendance¹ : un ensemble d'axiomes est indépendant si aucun d'eux n'est une conséquence logique des autres. Mais aucun de ses travaux ne contient de preuve d'indépendance. En 1891, Veronese a insisté sur le fait que tout axiome ou hypothèse qui ne se trouve pas en contradiction avec une proposition antérieurement produite peut être admise, et en 1898, Enriques a explicité les axiomes de la discipline². L'époque est donc à l'axiomatisation de la géométrie, dans un contexte d'autant plus intéressant qu'un philosophe et mathématicien aussi éminent que Husserl fait montre, dès les années 1890, d'un état d'esprit semblable à celui qui préside à l'axiomatisation hilbertienne.

C'est fin décembre 1899, alors qu'il avait lu les *Grundlagen* et les manuscrits des leçons de Hilbert sur la géométrie, que Frege écrivit à ce dernier pour lui faire part de son désaccord. En résulta dans les jours qui suivirent un échange de lettres entre les deux mathématiciens, complété par deux lettres de septembre 1900. Cette correspondance contient l'essentiel des arguments développés ensuite par Frege dans les articles de 1903 et 1906, intitulés *Über die Grundlagen der Geometrie* (désormais UGG I et UGG II), le second étant une réponse à Korselt, qui avait vainement tenté de concilier les points de vue des deux mathématiciens³. Quelques écrits posthumes et autres lettres de Frege reprennent les termes du débat.

S'il y a désaccord entre Frege et Hilbert, c'est d'abord parce que leurs principes d'axiomatique répondent à des soucis distincts : au second celui d'organiser la géométrie et de fournir des preuves d'indépendance, notamment de l'axiome des parallèles ; au premier celui de refonder la logique et de prouver la dépendance de l'arithmétique vis-à-vis de celle-ci. Frege a dit un temps comprendre le projet de Hilbert, sans pourtant jamais y adhérer⁴, mais certains commentateurs pensent qu'il n'y est pas parvenu et n'a en réalité pas vraiment tenté de le faire, d'autres qu'il a parfois mieux saisi la méthode axiomatique de Hilbert que Hilbert lui-même. Ce qui est sûr, c'est que l'un et l'autre se sont mutuellement obligés à préciser leurs conceptions, et que cela a eu une conséquence pour notre propos : le changement de ton de Frege sur la

1. Giuseppe Peano, *I Principi di Geometria logicamente esposti*, Torino, Fratelli Bocca, 1889.

2. Giuseppe Veronese, *Fondamenti di Geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee, esposti in forma elementare*, Padova, Tipografia del Seminario, 1891 ; Federigo Enriques, *Lezioni di geometria proiettiva*, Bologna, Zanichelli, 1898.

3. Alwin Reinhold Korselt est surtout connu pour ses contributions à l'algèbre de la logique. Sur les fondements de la géométrie, il a publié « Über die Grundlagen der Geometrie », *Jahresberichte der Deutsche Mathematiker-Vereinigung* 12, 1903, p. 402-407, et « Über die Logik der Geometrie », *Jahresberichte der Deutsche Mathematiker-Vereinigung* 17, 1908, p. 98-124. Sa correspondance avec Frege, qui date de 1903, ne traite pas du tout de ces questions.

4. Frege écrit à Hilbert le 6.01.1900 (WB, p. 70 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 229) : « Vous cherchez à détacher tout à fait la géométrie de l'intuition spatiale et en faire une discipline purement logique comme l'arithmétique ».

géométrie non euclidienne¹. Alors qu'il l'admettait auparavant comme une possibilité logique, il va la rejeter dans le domaine de la non-science et de la fiction. Voyons en quels termes et ce qu'il y a conduit.

Des axiomes doivent être vrais, ceux de la géométrie « hilbertienne » ne le sont pas

À Hilbert, qui propose un nouveau type de définitions et d'axiomes, Frege oppose que les seules définitions recevables sont les définitions explicites – un nouveau signe ou terme est défini par des signes ou termes déjà connus – et qu'un axiome qui prétend jouer le rôle d'une définition n'en est pas un. Pour lui, la définition renvoie au seul problème de la signification, l'axiome pose celui de la vérité d'un contenu de pensée. Les objections de Frege sont la conséquence de réflexions déjà anciennes concernant le sens et la référence d'un terme ou d'une proposition. Il n'a pas tort : Hilbert transforme le contenu traditionnel du mot « axiome », auquel il donne un sens « vacillant, partiellement synonyme de 'définition' », dit Frege², mais c'est parce que Hilbert a décidé de donner une inflexion décisive à l'axiomatique. Les reproches de l'un sont justifiés, la position de l'autre fondée, parce que les motivations sont différentes. Conformément à un principe sur lequel il n'a jamais varié, Frege pense qu'une proposition tire sa vérité de la signification des expressions qui y figurent. On ne peut donc dire d'un axiome qu'il est vrai que lorsque la référence des termes qu'il contient a été fixée au préalable et de manière univoque. C'est le rôle de la définition :

Les axiomes et les théorèmes ne peuvent [...] jamais établir la référence d'un signe ou d'un mot qui y figure : cette référence doit être déjà établie³.

Et modifier le sens du mot « axiome », c'est aussi modifier ce qu'on en infère, explique Frege : en donnant des contenus différents au même axiome, on aboutit à des théorèmes dont le contenu varie, de sorte que rejeter le principe d'univocité des signes c'est mettre en cause la certitude des preuves⁴. Korselt et Hilbert prétendent produire « une démonstration unique pour des pensées différentes »⁵, écrit Frege, mais dire qu'une proposition pourrait avoir plusieurs sens, c'est dire en réalité qu'elle n'en a aucun : les inférences faites à partir de « pseudo-axiomes (*Pseudoaxiom*) » sont des « inférences apparentes (*Scheinschlüsse*) », conduisant à de prétendus théorèmes⁶. Pour l'antiformaliste

1. Lorsque Frege et Hilbert parlent de géométrie non euclidienne, c'est de la géométrie hyperbolique (celle de Lobatchevsky) qu'il s'agit, qui assure l'existence de parallèles à une droite mais pas l'unicité (cf. Rivenc, Rouilhan 1992, p. 216 n. 3).

2. Lettre de Frege à Hilbert du 27.12.1899 in WB, p. 62 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 222.

3. Lettre de Frege à Hilbert du 27.12.1899 in WB, p. 61-62 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 223.

4. UGG II in KS, p. 293 ; CP, p. 307.

5. UGG II in KS, p. 302 n. 3 ; CP, p. 316 n. 3.

6. UGG II in KS, p. 307 ; CP, p. 322. La traduction de « *Scheinschlüsse* » (littéralement « inférence d'apparence ») est empruntée à Ali Benmakhlouf (cf. Benmakhlouf 2002, p. 157-158). Quant à l'expression « pseudo-axiomes », Frege l'utilise, dans UGG II, pour désigner ce que deviennent

Frege, on ne démontre pas une proposition en tant qu'elle est « une suite de mots ou un groupe de signes », mais « une pensée, quelque chose dont on peut dire qu'elle est vraie »¹ et qui peut servir de prémisse à une inférence. C'est seulement dans les inédits de l'époque que Frege explicite une différence qu'il a développée à partir de *Über Sinn und Bedeutung* en 1892, mais qu'il ne fait qu'effleurer dans la correspondance avec Hilbert et les articles publiés alors : celle entre phrase (*Satz*) et contenu de cette phrase². La première est un élément purement linguistique, le second la pensée (*Gedanke*) qu'elle exprime, c'est-à-dire son sens (*Sinn*). Dans ce cadre, le problème de la signification est fondamental, car on ne peut affirmer la vérité d'une proposition – en particulier d'un axiome, qui est une « pensée vraie », dit Frege³ – qu'après l'avoir comprise. Que les axiomes à la Hilbert soient des phrases et non des « pensées », ou qu'ils contiennent des termes en réalité indéfinis, on ne peut connaître leur vérité.

Lorsque Frege l'interroge à ce sujet, Hilbert répond que ses axiomes « sont arbitrairement posés » et que, s'ils ne conduisent à aucune contradiction, « ils sont vrais » : « sitôt que j'ai posé un axiome, dit-il, il est là et il est 'vrai' »⁴. À cette idée que l'axiome est un simple point de départ d'un raisonnement, Frege oppose qu'il est bien prémisse d'une inférence, mais parce qu'il est vrai. Une fois fixée la référence des termes contenus dans une proposition, on ne peut douter de la pensée qu'elle exprime, et « par suite, écrit-il, la seule question qui peut subsister est celle de savoir si cette pensée est vraie, et sur quoi repose cette vérité »⁵. Dans le cas de la géométrie, Frege ne défend plus qu'avec réserve l'intuition de l'espace :

Quant aux axiomes [de la géométrie], j'appelle ainsi des propositions qui sont vraies, mais qui ne peuvent être prouvées parce que la connaissance que nous en avons découle d'une source entièrement étrangère à la logique et que l'on peut nommer l'intuition de l'espace⁶.

Frege croit en tout cas légitime de faire appel à la tradition, en défendant un point de vue, qu'on a déjà dit archaïsant, mais qui vaut parfois encore en cette toute fin de XIXe siècle⁷ :

les axiomes de Hilbert quand on y remplace les termes géométriques primitifs par des lettres de variables.

1. UGG II in KS, p. 316 ; CP, p. 332.

2. *Über Euklidische Geometrie* [1899-1906] in NS, p. 182-184 ; EP, p. 199-201, où Frege débat des ambiguïtés du mot « *Satz* », et *Logik in der Mathematik* [1914] in NS, p. 222-223 ; EP, p. 244-245, sont inédits à l'époque.

3. *Logik in der Mathematik* [1914] in NS, p. 223 ; EP, p. 245.

4. Lettre de Hilbert à Frege du 29.12.1899 in WB, p. 66 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 226-227.

5. Lettre de Frege à Hilbert du 27.12.1899 in WB, p. 61 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 222-223.

6. Lettre de Frege à Hilbert du 27.12.1899 in WB, p. 63 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 223. Dans UGG I, Frege est encore plus prudent, présentant l'intuition « comme source le plus souvent donnée » de la vérité des axiomes de la géométrie (KS, p. 264 ; CP, p. 273).

7. Cf. Largeault 1970, p. 334-335 et Boniface 2004, p. 150 n. 2.

Depuis toujours on appelle axiome une pensée dont la vérité est établie sans qu'on puisse pourtant la démontrer par un enchaînement logique¹.

Frege interprète l'axiomatique de Hilbert de la façon suivante : celui-ci ne définit pas les point, droite et plan de la géométrie (euclidienne) comme des concepts de 1^{er} degré, sous lesquels tombent une infinité de points, droites, plans (euclidiens), lesquels sont des objets (des individus), mais, par un tour de passe-passe logique selon lui, des concepts de 2nd degré :

Les caractères que vous indiquez dans vos axiomes sont sans doute tous d'un degré plus élevé que le premier ; [...] ils contiennent, par exemple, des relations de second degré, comme celle du concept point au concept droite. Il me semble que vous voulez en réalité définir des concepts de second degré, mais ils ne sont pas clairement distingués de ceux du premier².

Selon sa lecture de l'axiomatique de Hilbert, Frege, qui utilise ici son propre vocabulaire, considère donc que sous le concept de « point hilbertien » – c'est-à-dire de point tel qu'apparaissant dans les axiomes de Hilbert – tombent non pas des objets, comme dans l'axiomatique traditionnelle, mais des concepts de 2nd degré dans lesquels tombent des concepts de 1^{er} degré. Si sa lecture est correcte, il peut poser la question de savoir quels concepts tombent dans le concept de « point hilbertien ». Hilbert donne une partie de la réponse : selon qu'on retient ou non certains axiomes, son concept de point subsume le point euclidien et le point non euclidien, le point de la géométrie archimédienne et celui de la géométrie non archimédienne, à quoi s'ajoutent le concept de couple de réels algébriques, et au total, tous les concepts satisfaisant à tout ou partie des axiomes du système de ses *Grundlagen*. D'où cette conclusion de Frege :

La géométrie euclidienne se présentera comme un cas particulier d'un système plus vaste, cas particulier à côté duquel on pourra peut-être donner d'innombrables autres cas particuliers, d'innombrables géométries, si on admet ce mot. Et dans chacune de ces géométries, il y aura un concept de point (du 1^{er} degré) et tous tomberont dans le même concept du 2nd degré. Et si on voulait utiliser le mot « point » dans chacune de ces géométries, il deviendrait équivoque et on devrait, pour éviter cela, ajouter le nom de la géométrie, par exemple « point de la A-géométrie, « point de la B-géométrie », etc. Il en serait de même pour les mots « droite » et « plan »³.

On le voit, le désaccord avec Hilbert mène ici Frege à une position encore modérée. Il soulève une difficulté logique, nullement oiseuse, sans remettre en cause la possibilité de géométries alternatives à la géométrie euclidienne. Il

1. UGG I in KS, p. 262 ; CP, p. 273 (trad. Boniface 2004, p. 146).

2. Lettre de Frege à Hilbert du 6.01.1900 in WB, p. 74 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 233 (trad. modifiée). Frege distingue les concepts de 1^{er} degré (par exemple *nombre premier*) sous lesquels ne peuvent tomber que des objets (par exemple 2), des concepts de 2nd degré (par exemple *entier naturel*) dans lesquels peuvent tomber des concepts de 1^{er} degré (par exemple *nombre premier*). En théorie des ensembles, cela correspond à la différence entre appartenance d'un élément à un ensemble et inclusion d'un ensemble dans un autre.

3. UGG I in KS, p. 272 ; CP, p. 284.

demande simplement qu'elles soient expressément distinguées et non confondues comme elles le sont chez Hilbert. La divergence porte alors sur la fécondité, pour ce dernier, des notions d'interprétation et de modèle, tout à fait étrangères à Frege, pour qui une théorie ne peut avoir qu'une seule « interprétation », celle qui donne à ses énoncés et aux termes qu'ils contiennent une référence déterminée. L'unicité du modèle rend l'idée même de modèle incompatible avec la pensée de Frege, pour qui il est inconcevable d'interpréter diversement et extérieurement un système d'axiomes : ils décrivent une et une seule « réalité », qui ne peut être, dans le cas des axiomes de la géométrie, que l'espace « réel » ou « intuitif », et non tel ou tel espace « abstrait ».

Pour Frege, les axiomes de Hilbert ne sont pas des axiomes – à savoir des « propositions propres (*eigentlich Satz*) » – mais des « propositions impropres (*uneigentlich Satz*) »¹, des « pseudo-axiomes » dans le cas présent. On parlerait aujourd'hui de formes propositionnelles, qui ne deviennent des propositions que lorsqu'on y remplace les termes primitifs utilisés par Hilbert, lesquelles sont de fait des lettres de variable, par les termes primitifs de la géométrie euclidienne². Frege tient ces « pseudo-axiomes » pour des « présuppositions (*Voraussetzung*) » – il parle aussi de « propositions-antécédents (*Bedingungssatz*) » – de propositions conditionnelles³. Il a donc compris le caractère hypothético-déductif de l'axiomatique hilbertienne, mais en conteste le bien-fondé, toujours pour la même raison :

Comme les axiomes de la géométrie euclidienne sont vrais, ils peuvent être omis là où ils apparaissent comme des conditions [c'est-à-dire des hypothèses]⁴.

Frege avait pourtant en un sens anticipé en partie le projet hilbertien en admettant, dès le début de l'entreprise logiciste, qu'on puisse dériver les théorèmes de la géométrie à partir de ses axiomes au moyen de la logique seule. Mais il n'a jamais envisagé de donner un statut hypothétique aux axiomes de la géométrie, quand bien même leur source intuitive semble ne pas l'avoir finalement totalement convaincu. On ne portera pas ici de jugement définitif sur la pertinence des attaques de Frege contre l'axiomatique hilbertienne. On

1. UGG II in KS, p. 299-300 ; CP, p. 313. Frege a utilisé la même opposition *eigentlich/uneigentlich* à propos des points à l'infini de la géométrie projective (cf. Belna 2002, p. 383). La traduction de « *Satz* » présente une difficulté déjà signalée, mais bien que Frege parle d'un « groupe de signes », le commentaire incite à utiliser « proposition ».

2. Frege prend l'exemple de l'axiome I.1 des *Grundlagen* : « Pour deux points *A* et *B*, il y a toujours une droite *a* à laquelle appartient chacun des deux points *A* et *B* ». On obtient (avec *II* pour point et *q* pour l'appartenance à une droite) : « Si *A* est un *II* et si *B* est un *II*, il existe quelque chose avec quoi à la fois *A* et *B* sont dans la *q*-relation » (UGG II in KS, p. 305 ; CP, p. 319). Frege précise que la généralité de *A* et de *B* est restreinte à ce pseudo-axiome (c'est sur ces lettres de variables que portent le quantificateur universel implicite) tandis que celle de *II* et de *q* s'étend à tout le système formel dont ce pseudo-axiome n'est qu'une partie.

3. UGG II in KS, p. 300 ; CP, p. 313-314 (trad. Benmakhlouf 2002, p. 47-48).

4. UGG II in KS, p. 303 ; CP, p. 317.

comprend qu'il ne voit pas, parce qu'il ne peut ou ne veut pas voir, la fécondité de la notion de modèle, au nom d'une théorie de la signification contraignante et d'un absolutisme logique qui était en train de se révéler être une impasse. Mais on peut le créditer d'avoir vu, au travers de la distinction entre niveaux de concepts, que les axiomes de Hilbert définissent des structures ou des relations de second ordre, puisque Paul Bernays lui-même a plus tard « reconnu l'exactitude de l'explication de Frege sur ce point »¹.

Puisque des axiomes doivent être vrais, poser la question de leur non contradiction n'a pas de sens

Sur cette question aussi, déjà abordée dans les années 1880, Frege opère un glissement, non encore radical. Au § 9 de ses *Grundlagen*, Hilbert présente une preuve de « non contradiction (*Widerspruchsfreiheit*) de ses axiomes », dont Frege conteste l'utilité :

Quant aux axiomes [de la géométrie], j'appelle ainsi des propositions qui sont vraies [...]. De la vérité des axiomes il suit qu'ils ne se contredisent pas. Aucune preuve supplémentaire de ce fait n'est donc exigible².

À quoi Hilbert répond :

J'ai toujours dit exactement l'inverse : si les axiomes arbitrairement posés avec toutes leurs conséquences ne se contredisent pas, ils sont vrais et les choses qu'ils définissent existent. C'est pour moi le critère de la vérité et de l'existence³.

Sans développer ce point, quelques travaux de la période logiciste montrent que Frege n'a pas attendu la discussion avec Hilbert pour réfléchir à certaines des questions que pose la thèse de la non contradiction comme critère d'existence et de vérité. Dans le tome II des *Grundgesetze der Arithmetik*, probablement rédigés peu de temps avant, Frege soutient que la seule manière de prouver la non contradiction de propriétés est de montrer qu'il existe un objet les possédant⁴, et ajoute :

Qu'il n'existe aucune contradiction doit être démontré. Nous n'avons à dire vrai que la proposition selon laquelle un concept est non contradictoire si un objet tombe sous lui ; mais cette proposition est ici inutilisable. Avant qu'on trouve un principe entièrement nouveau grâce auquel nous puissions démontrer la non contradiction, nous n'avancerons pas davantage sur ce chemin⁵.

1. Resnik 1980, p. 113.

2. Lettre de Frege à Hilbert du 27.12.1899 in WB, p. 63 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 223.

3. Lettre de Hilbert à Frege du 29.12.1899 in WB, p. 66 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 227.

4. *Grundgesetze der Arithmetik* II, § 143.

5. *Grundgesetze der Arithmetik* II, § 156.

La lecture des *Grundlagen der Geometrie* de Hilbert semble avoir conduit Frege à reprendre sa réflexion, avec une insistance renouvelée sur la vérité des axiomes (de la géométrie). Ignorant la preuve modèle-théorique de son collègue, il répète :

Quel moyen avons-nous de prouver que certaines propriétés, exigences [...] ne se contredisent pas les unes les autres ? Je ne connais qu'un moyen : indiquer un objet possédant la totalité de ces propriétés, exhiber un cas où ces exigences sont simultanément satisfaites¹.

Mais si la seule manière de prouver l'existence d'un objet possédant certaines propriétés est de l'exhiber, passer par une prétendue preuve de non contradiction pour établir qu'il existe est inutile². Toujours sans guère se préoccuper du contenu de la preuve proposée par Hilbert, Frege en conteste effectivement l'utilité, parce que les axiomes de la géométrie sont des vérités. Après l'avoir écrit à Hilbert, il le répète dans UGG I :

Les axiomes ne se contredisent pas mutuellement puisqu'ils sont vrais. Point n'est besoin d'une démonstration³.

Et rappelant la fonction définissante des axiomes de Hilbert, Frege, bien qu'il s'en défende, exige de ceux-ci ce qu'on pourrait demander à des axiomes traditionnels, par une argumentation en quatre étapes :

1. si c'est la totalité des axiomes qui définit le mot « point », chaque axiome n'acquiert pleinement son sens que lorsque tous ont été posés ;
2. faisant partie d'une même définition, ils sont dépendants les uns des autres et ne sauraient se contredire, à moins que la définition donnée n'ait été stipulée à tort ;
3. mais on ne peut se poser la question de leur non contradiction avant cette stipulation ;
4. la question de la non contradiction est dénuée de sens pour des propositions elles-mêmes dénuées de sens⁴.

Ailleurs, Frege ajoute un autre argument qui nous intéresse particulièrement. Il explique d'abord que la non contradiction d'une proposition particulière

1. Lettre de Frege à Hilbert du 06.01.1900 in WB, p. 70-71 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 230.

2. On ne discutera pas ici de la pertinence de la réponse de Frege : à l'argument hilbertien de la non contradiction d'un système axiomatique comme critère de vérité des axiomes et d'existence des objets définis, Frege répond non contradiction d'un concept et existence d'un objet tombant sous lui.

3. UGG I in KS, p. 264 ; CP, p. 275.

4. UGG I in KS, p. 266 ; CP, p. 277. Dans la lettre à Liebmann du 29.7.1900, Frege explique que l'examen par Hilbert de la non contradiction (et de l'indépendance) des axiomes « souffre de ce que le sens des axiomes n'est aucunement fixé de manière assurée » (WB, p. 148 ; PMC, p. 90). Dans UGG II, il ajoute qu'on ne peut traiter la question de la non contradiction d'un système d'axiomes sans avoir clarifié « le sens du mot 'axiome' » (KS, p. 281 ; CP, p. 293) et que si l'on s'en tient au « sens euclidien, il ne peut y avoir d'axiome invalide » (KS, p. 313 ; CP, p. 328).

implique celle de la proposition générale (la non contradiction d'une proposition valant pour le triangle rectangle isocèle entraîne celle de la même proposition pour le triangle rectangle), mais pas sa vérité, et que l'inférence inverse ne vaut pas. Fort de l'idée que « la géométrie euclidienne apparaît [chez Hilbert] comme un cas particulier d'un domaine plus étendu »¹, Frege repère que l'absence de contradiction dans ce dernier domaine n'entraîne pas la non contradiction de la géométrie euclidienne. Cela suggère une objection que Frege a prise au sérieux : si la consistance d'un système formel assure la vérité de ses axiomes, il est envisageable que des systèmes d'axiomes soient consistants tout en étant mutuellement incompatibles. Mais le principe du tiers exclu interdit que des axiomes incompatibles soient vrais du même espace. Le refus de voir coexister les géométries euclidienne et non euclidienne, dont tous les axiomes, sauf un, sont communs, est un argument que Frege a utilisé et auquel Hilbert n'a pas répondu. Dans le cadre d'une géométrie « abstraite », il suffit de considérer qu'un système formel d'axiomes définit une classe de structures et que des systèmes d'axiomes incompatibles traitent de structures disjointes. Le problème de l'existence mathématique de telles structures se réduit à celui de leur consistance et rien n'est dit de l'espace physique, géométrique ou intuitif².

La découverte du paradoxe de Russell n'a pas modifié le point de vue de Frege. Dans un inédit de 1914, il persiste :

Nous reconnaissons la nécessité de construire les mathématiques comme un système, sans exclure la possibilité de différents systèmes.

[...]

Les axiomes, dans le système, servent de prémisses pour les inférences au moyen desquelles le système est construit ; ils ne figurent pas comme des vérités inférées. Du fait qu'ils doivent être des prémisses, ils doivent être vrais. Un axiome qui n'est pas vrai est une contradiction³.

Frege et Hilbert mènent un dialogue de sourds où le premier, en insistant sur la vérité des axiomes, propose une argumentation étrangère à ce qu'il vise. Parlant d'une théorie en fait déjà interprétée, dont les axiomes sont vrais, il attaque la preuve hilbertienne de non contradiction parce que, pour lui, « cela n'a pas de

1. Lettre de Frege à Liebmann du 29.07.1900 in WB, p. 148-149 ; PMC, p. 91.

2. Cf. Resnik 1980, p. 116.

3. *Logik in der Mathematik* [1914] in NS, p. 263 ; EP, p. 289. La correspondance avec Dingler de 1917 reprend des arguments semblables. Frege contestant qu'on puisse dériver logiquement d'un système d'axiomes un énoncé et sa négation, puisqu'on ne peut faire d'inférences qu'à partir de propositions vraies (WB, p. 30 ; PMC, p. 16-17), Dingler lui répond que la question n'est pas de savoir si des « propositions [sont] vraies en elles-mêmes », mais « si elles sont 'vraies' ensemble, c'est-à-dire si elles sont non contradictoires ou pas » (WB, p. 32 ; PMC, p. 18-19) et fait appel à ce qu'il nomme une « espèce de logique », adaptée à la « nouvelle » mathématique : « à l'intérieur de cette espèce de logique, je ne peux désigner une proposition comme vraie que si elle appartient à un édifice logique non contradictoire et a été correctement dérivée dans celui-ci. Si j'ai une interprétation de cet édifice logique dans la réalité, j'ai dans cette proposition une 'proposition vraie' » (WB, p. 38 ; PMC, p. 25).

sens de [lui] trouver un modèle : on l'a déjà », écrit Dummett¹. L'alternative est la suivante : soit on a des axiomes au sens euclidien, qui sont vrais, et il n'est pas nécessaire de prouver leur non contradiction, de sorte que la position de Frege est légitime mais ne concerne pas Hilbert ; soit on a des axiomes au sens de ce dernier, qui ne sont pas vrais comme le sont les axiomes euclidiens, et Frege ne dit rien de la preuve de Hilbert. Si les axiomes hilbertiens n'expriment pas des vérités, on ne peut traiter de leur non-contradiction comme s'ils le faisaient. Frege le concède en partie lorsqu'il écrit, dans le même inédit de 1914 :

Hilbert ne semble pas s'être aperçu que, quand il s'agit de non contradiction et d'indépendance des axiomes, on ne parle plus des axiomes au sens d'Euclide².

Au contraire, Hilbert semble l'avoir parfaitement compris, et en ne s'interrogeant pas davantage sur la preuve que celui-ci propose, Frege ignore la notion de « modèle » telle qu'elle s'y trouve à l'œuvre. Le terme lui-même ne convient pas : Frege ne réclame pas qu'il y ait un ou des modèles pour des systèmes formels de l'arithmétique ou de la géométrie, car il n'y a pour lui qu'une seule arithmétique et qu'une seule géométrie. Comme tout ce qui pourrait ressembler à l'idée d'interprétation est exclu, celle de satisfiabilité lui est étrangère, alors qu'elle est à la base de la preuve de Hilbert. Frege ne lui oppose au fond que l'argument de la vérité intrinsèque des axiomes, et rejette l'idée qu'une preuve de non contradiction soit possible dans le cadre du formalisme hilbertien et utile dans le cadre euclidien.

Pourtant, au moins un élément aurait pu inciter Frege à s'interroger davantage qu'il ne l'a fait, celui de la cohérence logique des géométries non euclidiennes. En 1884-85, il a affirmé la possibilité logique de nier, contre l'intuition mais sans provoquer de contradiction, l'un ou l'autre axiome de la géométrie euclidienne. Frege a changé d'avis quinze ans plus tard. Sans doute la conception hilbertienne des axiomes, pour lui inacceptable, l'incite à désormais refuser la possibilité de nier un axiome. C'est aussi que le contexte est différent : en 1884-1885, Frege voulait opposer la spécificité de la géométrie à l'universalité de la logique et de l'arithmétique pour argumenter en faveur de la nature non logique des axiomes géométriques. Il n'attaquait donc pas de front la question de leur non contradiction, d'autant qu'il insistait plus sur celle de leur indépendance. Que Frege ait changé de point de vue sans rien en dire a donc une double explication :

1. en 1884-1885, est moins posée la question de la vérité des axiomes géométriques que celle de leur caractère intuitif, et par suite de ce qui sépare arithmétique et géométrie ;

1. Dummett 1991, p. 16.

2. *Logik in der Mathematik* [1914] in NS, p. 267 ; EP, p. 292.

2. de façon apparemment paradoxale, la confrontation avec Hilbert l'incite à se « raidir » – comme il va le faire sur les géométries non euclidiennes – plutôt qu'à reprendre une réflexion qu'il abordait plus souplement auparavant.

Un autre problème qui se fait jour est lié au précédent : alors que Frege acceptait qu'on raisonnât en niant un axiome dont il affirmait la vérité, il soutient désormais qu'on ne doit tirer d'inférences qu'à partir de prémisses vraies. Comment alors justifier le raisonnement indirect ? Ses remarques sur les preuves d'indépendance donnent des éléments de réponse.

Quid des preuves d'indépendance ?

Si Frege se montre critique à l'égard des preuves de non contradiction à la Hilbert, il manifeste un vrai manque d'intérêt concernant celles d'indépendance, en général et pour la géométrie en particulier. C'est une question qu'il aborde à peine, alors qu'il a probablement lu des travaux là-dessus, notamment un article publié par Klein en 1873, où celui-ci écrit :

Les recherches en géométrie non euclidienne n'ont certainement pas pour but de décider de la validité de l'axiome des parallèles ; elles concernent seulement la question de savoir si l'axiome des parallèles est une conséquence mathématique des autres axiomes énumérés par Euclide, une question à laquelle on peut, grâce aux recherches en question, répondre définitivement par la négative¹.

Frege ne dit nulle part ce qu'il pense de la preuve de Klein, mais tout porte à croire que dans les années 1880-1895, il est au moins convaincu du résultat. On a déjà vu comment il aborde, au § 14 des GRL, les questions d'indépendance et de non contradiction des axiomes de la géométrie. En 1885, il réaffirme la possibilité de nier les axiomes géométriques, mais en n'évoquant l'indépendance qu'en passant, à propos des indéfinissables d'une théorie dont les propriétés, dit-il, sont « en géométrie, [...] exprimées dans les axiomes, pour autant qu'ils soient mutuellement indépendants »².

Quel que soit le domaine considéré, Frege n'envisage pas la question comme posant un problème à résoudre absolument, suggérant qu'une preuve « inductive » suffit – tant qu'on n'a pas prouvé qu'un axiome est en réalité un théorème, on le tiendra pour un axiome. Il le laisse entendre à propos de ses propres lois fondamentales de l'arithmétique – les axiomes de sa logique – et il le dit explicitement dans le tome II des *Grundgesetze der Arithmetik* à propos de sa définition d'une *Positivalklasse*, structure entrant dans sa théorie des réels :

En établissant cette définition, je me suis efforcé de ne retenir que les conditions nécessaires et seulement celles qui sont indépendantes les unes

1. Felix Klein, "Über die sogenannte nicht-Euclidische Geometrie", *Mathematische Annalen* 6, 1873, in *Gesammelte mathematische Abhandlungen* Bd. 1, R. Fricke, A. Ostrowski (éd.), Berlin, Springer, 1921, p. 312 (trad. Voelke 2005, p. 214-215).

2. *Über formale Theorien der Arithmetik* in KS, p. 104 ; CP, p. 113.

des autres. On ne peut sans doute pas démontrer que c'est réussi, mais cela est probable si des tentatives répétées de ramener ces conditions à d'autres échouent. [...] Si une telle tentative devait plus tard réussir, ce ne serait aucunement la preuve qu'il y a un défaut logique dans notre définition, mais révélerait il est vrai un défaut de présentation¹.

Dans les années 1884-1899, Frege connaît donc les arguments d'indépendance mais ne s'y intéresse guère : au début de la période, il ne les aborde pas pour eux-mêmes, à sa fin, cela ne lui paraît pas essentiel. Son laconisme, le contexte et la rareté de ses réflexions laissent ouverte une possibilité : Frege est persuadé de l'indépendance mutuelle des axiomes de la géométrie euclidienne, moins que cela puisse être véritablement prouvé. Hilbert ne l'entend pas ainsi. Il l'écrit à Frege :

Si nous voulons nous entendre, nous ne devons pas oublier la diversité des objectifs que nous poursuivons. C'est pressé par la nécessité que j'ai construit mon système d'axiomes. Je voulais donner la possibilité de comprendre les propositions que je tiens pour les résultats majeurs de la recherche en géométrie : que l'axiome des parallèles n'est pas la conséquence des autres axiomes, qu'il en va de même pour l'axiome d'Archimède, etc.²

Après 1903, en construisant sur la sphère un modèle de la géométrie non euclidienne où tous les axiomes valent sauf celui des parallèles, Hilbert a prouvé que si la géométrie euclidienne est non contradictoire, il en va de même de la non euclidienne, d'où résulte l'indépendance de l'axiome des parallèles³. Mais pour Frege, tout cela est inutile et peu convaincant, d'autant qu'il sait, comme il l'avait déjà laissé entendre au § 14 des GRL, que les preuves de non contradiction et d'indépendance relèvent de la même procédure logique, et donc que ce qui vaut des premières vaut aussi des secondes. Il a ajouté quelques éléments dans deux lettres de 1900 respectivement adressées à Hilbert et à Heinrich Liebmann :

S'il s'agit de prouver l'indépendance mutuelle des axiomes, il faut montrer que la non-occurrence de l'un d'eux ne contredit pas l'occurrence des autres (je me résigne ici à suivre votre usage du mot « axiome »). Or il est impossible de donner un tel exemple dans le domaine de la géométrie élémentaire, euclidienne, puisqu'ici tous les axiomes sont vrais. Vous adoptez un point de vue plus élevé, duquel la géométrie euclidienne apparaît comme cas particulier d'une théorie plus vaste, ouvrant ainsi la voie à des exemples qui rendent claire l'indépendance mutuelle des axiomes. À ce propos, j'ai quelques doutes, mais je ne tiens pas à m'étendre ici sur ce point. Pour moi l'essentiel me paraît être que vous vouliez considérer la géométrie euclidienne d'un point de vue supérieur. De fait, une preuve d'indépendance mutuelle des axiomes doit suivre ce chemin, ou alors c'est que la chose est impossible.

1. *Grundgesetze der Arithmetik* II, § 175.

2. Lettre de Hilbert à Frege du 29.12.1899 in WB, p. 65 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 225 (traduction légèrement modifiée).

3. Hilbert 1962, p. 38 ; Hilbert 1971, p. 56-57.

Selon moi, cette entreprise a un intérêt scientifique de premier plan, si elle concerne les axiomes au sens traditionnel de la géométrie euclidienne. Mais la pertinence scientifique de ces recherches en général – c'est-à-dire si elles ont trait à un système de propositions arbitrairement posées – me paraît bien moindre. Je ne me risquerai pas ici (en raison des doutes auxquels je faisais allusion à l'instant) à décider si l'on peut vraiment prouver ainsi l'indépendance mutuelle des axiomes de la géométrie euclidienne¹.

J'ai des raisons de croire que l'indépendance mutuelle des axiomes de la géométrie euclidienne ne peut pas être prouvée. Hilbert essaie de le faire en élargissant le domaine de sorte que la géométrie euclidienne apparaisse comme cas particulier. Et dans ce domaine plus vaste, il peut alors montrer la non contradiction par des exemples ; mais seulement dans ce domaine plus vaste. De la non contradiction dans un domaine plus étendu, on ne peut pas conclure à celle dans un domaine plus restreint, car des contradictions peuvent apparaître justement à cause de cette restriction. L'inférence inverse est naturellement autorisée².

Là encore, l'idée de raisonner en posant la fausseté d'un axiome est, selon Frege, absurde dans une perspective euclidienne puisque les axiomes y sont vrais. Et il estime qu'une preuve d'indépendance pour des axiomes à la Hilbert, éventuellement possible, est sans intérêt, donc qu'une preuve d'indépendance des axiomes de la géométrie euclidienne, théoriquement intéressante, est impossible de la manière proposée. Dans les mêmes lettres, il revient sur la confusion à ne pas commettre entre la phrase et la pensée qu'elle exprime, reprenant l'idée que l'axiome des parallèles n'a pas de signification univoque dans les axiomes hilbertiens :

Il me semble, écrit-il à Hilbert, qu'il y a un danger logique lorsque vous parlez de l'« axiome des parallèles » comme s'il était le même dans chaque géométrie particulière. Seule la formulation (*Wortlaut*) de l'axiome est la même ; le contenu de pensée diffère dans chaque géométrie particulière³.

La formulation (*Wortlaut*) a sans doute trompé [Hilbert]. Si un axiome est formulé de la même manière, il est facile de croire que c'est le même axiome. Mais cela dépend du sens, et celui-ci diffère selon que les mots « point », « droite », etc. sont compris au sens de la géométrie euclidienne ou en un sens plus vaste⁴.

Par exemple, si on interprète « plan » par « surface d'une sphère » et « droite » par « grand cercle », l'axiome des parallèles, vrai en géométrie euclidienne,

1. Lettre de Frege à Hilbert du 6.01.1900 in WB, p. 70 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 230-231.

2. Lettre de Frege à Liebmann du 29.07.1900 in WB, p. 148 ; PMC, p. 91. Heinrich Liebmann, qui assista en 1898-1899 au cours de Hilbert sur la géométrie, est l'auteur de recherches en géométrie non euclidienne.

3. Lettre de Frege à Hilbert du 6.01.1900 in WB, p. 75-76 ; Rivenc, Rouilhan 1992, p. 234-235 (traduction légèrement modifiée). Le « danger logique » consiste à tirer d'un raisonnement valant pour « un » axiome des parallèles une conclusion valant pour « un autre » axiome des parallèles.

4. Lettre de Frege à Liebmann du 29.07.1900 in WB, p. 149 ; PMC, p. 91.

devient faux. Ce n'est possible que parce que, dans cette interprétation, l'axiome des parallèles exprime une autre pensée. Et pour Frege, on ne peut juger des propriétés logiques d'axiomes euclidiens portant sur les droites du plan en examinant la vérité ou la fausseté de pensées relatives à des grands cercles sur une sphère.

Comme pour la non contradiction, l'argumentation de Frege sur l'indépendance est peu développée. Elle tourne autour de la thèse qu'une preuve d'indépendance des axiomes de la géométrie euclidienne, en tant qu'ils sont d'authentiques axiomes, est impossible par la procédure proposée par Hilbert, qui ne vaudrait au mieux que pour un système plus étendu, sans qu'on puisse rien en conclure pour la géométrie euclidienne. Cette thèse repose finalement sur deux idées : que de la non contradiction dans un domaine on ne peut inférer la non contradiction dans un domaine plus restreint, qu'on ne peut fonder une preuve sur des prémisses dont la signification n'a pas été fixée au préalable. Comme pour les arguments de non contradiction, Frege a changé de point de vue entre 1884 et 1899-1903 : après avoir jugé recevables les preuves d'indépendance fournies à l'époque pour l'axiome des parallèles et en avoir tiré argument pour justifier une différence de nature entre arithmétique et géométrie, il est désormais sceptique. À la fin de UGG I, il concède que la question de l'indépendance des axiomes devra être réexaminée, ce qu'il fait dans UGG II et de façon autre qu'auparavant. La nouveauté est que Frege insiste sur l'impossibilité de raisonner à partir de prémisses fausses, comme cela est nécessaire dans les preuves que propose Hilbert, et il écrit :

Seules des pensées vraies peuvent être prémisses d'inférences. Si une pensée est dépendante d'un groupe de pensées Ω , toutes les pensées de Ω qui sont utilisées dans les preuves doivent être vraies¹.

Le point n'est plus tant qu'un axiome ne puisse être faux ou invalide – ce serait trivial – mais que cela n'a pas de sens, du point de vue logique, d'envisager sa fausseté, autrement dit « de considérer des circonstances dans lesquelles il est faux »². Il est donc pour Frege absurde d'envisager un modèle où un axiome euclidien, par exemple celui des parallèles, serait faux. Ce qu'il acceptait en 1884-1885, il le refuse désormais. Ce revirement a pour cause directe le point de vue qu'il défend désormais sur « les hypothèses contrefactuelles »³, qui lui fait considérer que la preuve d'indépendance de Hilbert, mais aussi celle de Beltrami-Klein, ne valent pas. Conformément à une analyse que Frege a déjà largement développée, de pures hypothèses ne peuvent jamais servir de

1. UGG II in KS, p. 319 ; CP, p. 335. En 1906, Frege donne une définition générale de l'indépendance pour des propositions – des pensées vraies – en général, valant donc aussi pour des axiomes. Mais il ne fait qu'ébaucher la preuve l'accompagnant, qui évite de raisonner à partir de prémisses fausses.

2. Tappenden 2000, p. 278. Dans UGG II (KS, p. 313 ; CP, p. 329), Frege écrit qu'une « pensée est soit vraie, soit fausse, *tertium non datur* ».

3. Cf. Tappenden 2000, p. 276-281.

prémisses à un raisonnement, ne le peuvent que des « pensées hypothétiques contenant [ces hypothèses] comme conditions »¹. Une preuve de consistance ou d'indépendance fondée sur l'idée qu'il est possible de nier un axiome est d'emblée viciée. Dans l'inédit de 1914, il synthétise ce qu'il a déjà dit ailleurs :

Une pensée hypothétique vraie, dont la condition contredit l'axiome des parallèles pourrait être utilisée comme prémisses. Nous conserverions alors cette condition dans tous les jugements qui figurent dans la chaîne d'inférences. Si nous parvenions maintenant à un jugement hypothétique, dont les conséquences contrediraient les axiomes connus, alors on pourrait aussi conclure que la condition qui contredit l'axiome des parallèles est fausse et nous aurions démontré l'axiome des parallèles à l'aide d'autres axiomes. Auquel cas on lui retirerait son titre d'axiome. Nous aurions alors véritablement conduit une démonstration indirecte. Si pourtant, malgré le fait que nous poussions toujours plus loin nos inférences, nous ne butions jamais sur une contradiction, l'indémontrabilité de notre axiome nous paraîtrait toujours plus acceptable, sans qu'à proprement parler, elle soit démontrée².

Frege a-t-il profondément varié sur les questions d'indépendance ? La réponse est en partie la même que pour les preuves de non contradiction. Les contextes sont différents et la formulation des questions a changé. En 1884, Frege tire argument d'une preuve d'indépendance fondée sur la possibilité logique de nier les axiomes de la géométrie pour distinguer la nature de cette dernière de celle de la logique et de l'arithmétique. En 1899-1900, Hilbert prétend prouver l'indépendance de ses axiomes, lesquels n'en sont pas pour Frege, qui doute de la preuve de celui-ci et conteste qu'on puisse l'appliquer aux axiomes traditionnels de la géométrie. D'où l'ébauche de preuve de 1906 (cf. p. 210 n. 1) qui, elle, vaut pour ces derniers, car elle ne suppose pas qu'on les nie, de sorte que les doutes exprimés ensuite sur les arguments d'indépendance ne se rapporteraient pas à cette ébauche. Le scepticisme de Frege ne porte pas sur l'affirmation de l'indépendance mutuelle des axiomes (euclidiens) de la géométrie, notamment de l'axiome des parallèles, mais sur la possibilité de parvenir à la prouver, quelque définition qu'on utilise. S'il conteste l'utilité d'une preuve de non contradiction, sa position sur l'indépendance est plus nuancée, parce qu'il s'est ouvert la possibilité d'une preuve ne reprenant pas la conception hilbertienne des axiomes. Le point de vue de Frege sur les preuves d'indépendance n'a donc varié que dans la mesure où il a désormais sa propre méthode de preuve : ce sont donc moins les résultats de Klein et de Hilbert qu'il conteste que leur manière d'y parvenir. Cela entraînerait une révision de l'argumentation des GRL, que Frege ne fait pas, ayant abandonné la thématique du caractère synthétique et a priori des vérités géométriques.

1. UGG II in KS, p. 319 ; CP, p. 335.

2. *Logik in der Mathematik* [1914] in NS, p. 266-267 ; EP, p. 292.

La géométrie non euclidienne : une non-science et une fiction

Frege a finalement peu écrit sur la seule géométrie non euclidienne. Dans la correspondance avec Hilbert et les deux articles sur les fondements de la géométrie, il se contente à ce sujet de dire que la négation de l'axiome des parallèles est une proposition fausse, adoptant un ton relativement mesuré. Cela laisse entendre qu'il lui est impossible d'accepter la géométrie non euclidienne. Effectivement, dans *Über Euklidische Geometrie*, texte de quelques pages datant des années 1899-1906 dont on ignore à quoi il était destiné, il manifeste à l'égard de cette géométrie un rejet absent auparavant, et dans des termes fort peu polés. Il y conteste en conclusion le caractère scientifique de la géométrie non euclidienne, au nom de ce que ne sauraient coexister deux géométries différentes :

Nul ne peut servir deux maîtres. On ne peut pas servir la vérité et la non-vérité. Si la géométrie euclidienne est vraie, alors la géométrie non euclidienne est fausse, et si la géométrie non euclidienne est vraie, alors la géométrie euclidienne est fausse [...]. Qui accepte comme vraie la géométrie euclidienne doit rejeter comme fausse la géométrie non euclidienne, et qui accepte comme vraie la géométrie non euclidienne doit rejeter la géométrie euclidienne. On a cru autrefois pratiquer une science nommée alchimie. Mais, lorsqu'on reconnut que cette prétendue science était erronée de part en part, on l'exclut de la série des sciences. De même, on a cru autrefois pratiquer une science nommée astrologie. Elle fut également exclue de la série des sciences lorsqu'on en perça le caractère non scientifique. La question actuelle est de savoir quelle géométrie, euclidienne ou non euclidienne, est à barrer de la série des sciences et à aligner comme une momie avec l'alchimie et l'astrologie. Lorsqu'on ne veut que s'amuser avec des représentations (*Vorstellungen*), on n'a pas besoin de prendre les choses si au sérieux (*ernst*). Mais dans la science doit régner strictement la quête de la vérité. Cela veut dire : ou bien dedans, ou bien dehors. Laquelle des géométries doit s'en aller, là est la question ! Osera-t-on traiter comme l'astrologie les *Éléments* d'Euclide, qui ont joui d'une considération incontestée pendant plus de deux mille ans ? C'est seulement si on n'ose pas faire cela qu'on ne peut poser les axiomes d'Euclide ni comme faux ni comme douteux. On doit alors compter la géométrie non euclidienne parmi les non-sciences, qui ne méritent encore une faible considération qu'au titre de curiosités historiques¹.

La position de Frege est alors très isolée car, souligne Jean-Daniel Voelke, au tournant des XIX^e et XX^e siècles « la géométrie non euclidienne est [...] une théorie largement acceptée »². C'est ainsi qu'en 1909 un traité de géométrie non euclidienne peut commencer ainsi :

1. *Über Euklidische Geometrie* [1899-1906] in NS, p. 183-184 ; EP, p. 201.

2. Voelke 2005, p. 383 (cf. aussi p. 11 n. 18).

La géométrie non euclidienne est, pour le mathématicien, un sujet aussi bien établi que n'importe quelle autre branche de la science mathématique¹.

Bien que le ton de la citation de Frege ci-dessus puisse paraître parfois outrancier, prenons-là au sérieux à la lumière de ce qu'il dit ailleurs de la poésie et du discours non scientifique². Lorsque, dans UGG II, il écrit qu'une pensée « est soit vraie soit fausse », il ajoute en note :

Précisons que nous nous trouvons ici dans la science. Dans la légende et la poésie (*Dichtung*), peuvent bien sûr apparaître des pensées qui ne sont ni vraies ni fausses, mais ce n'est que de la poésie³.

Frege insiste fréquemment sur la distinction entre discours scientifique et discours poétique ou discours de la fiction. Il en parle au § 14 des GRL à propos de la géométrie, lorsqu'il écrit que « les délires les plus fous, les inventions les plus intrépides des contes et des poètes [...], en tant qu'ils demeurent intuitifs, sont encore liés aux axiomes de la géométrie [euclidienne] ». Et on sait que seules les langues proprement scientifiques, comme l'idéographie, sont censées être telles que tout signe y a une référence et une seule, de sorte qu'une proposition y est soit vraie soit fausse. Le discours poétique n'a pas cette exigence : « pour l'usage poétique, il suffit que tout ait un sens. Pour l'usage scientifique, il faut aussi que les références ne fassent pas défaut⁴ », écrit Frege à Husserl en 1891. Ainsi, la proposition « Ulysse fut déposé sur le sol d'Ithaque dans un profond sommeil » a un sens et exprime une pensée, mais comme « Ulysse » n'a pas de référence, elle n'a pas de valeur de vérité et la pensée qu'elle exprime n'est ni vraie, ni fausse, soutient Frege⁵. C'est ce qu'il appelle en 1897 une « pensée apparente » :

Dans la poésie, les assertions ne doivent pas être prises au sérieux : ce ne sont que des assertions apparentes (*Scheinbehauptungen*). Les pensées également ne doivent pas être prises au sérieux comme dans la science : ce ne sont que des pensées apparentes (*Scheingedanke*)⁶.

1. Julian Lowell Coolidge, *The Elements of non-euclidean Geometry*, Oxford, Clarendon Press, 1909, p. 2 (trad. Voelke 2005, p. 385).

2. Pour une analyse du discours de la fiction chez Frege, cf. Benmakhlouf 2002, p. 155-180, auquel nous avons emprunté certaines idées.

3. UGG II in KS, p. 313 n. 9 ; CP, p. 329 n. 10. Nous rendons « *Dichtung* » par « poésie » (au sens large) comme Ali Benmakhlouf dans Benmakhlouf 2002 et Claude Imbert dans les *Écrits logiques et philosophiques*. Les traducteurs des *Écrits Posthumes* ont opté pour « fiction », moins commode d'emploi dans certains contextes.

4. Lettre de Frege à Husserl du 24.05.1891 in WB, p. 98 (trad. Gérard Granel, *Frege-Husserl, Correspondance*, Mauvezin, T.E.R., 1987, p. 27).

5. *Über Sinn und Bedeutung* (1892) in KS, p. 148-149 ; ELP, p. 108-109.

6. *Logik* [1897] in NS, p. 142 ; EP, p. 154 (trad. modifiée). Les traductions de « *Scheinbehauptung* » et de « *Scheingedanke* » (littéralement « assertion d'apparence » et « pensée d'apparence »), sont empruntées à Benmakhlouf 2002, p. 157-158 (cf. *supra*, p. 199 n. 6).

Longtemps après la controverse avec Hilbert, Frege répète qu'« en poésie, nous avons le cas où des pensées sont exprimées sans qu'elles soient effectivement posées comme vraies », et ajoute :

De même que le tonnerre du théâtre n'est qu'un tonnerre apparent, que le combat de théâtre n'est qu'un combat apparent, l'assertion de théâtre n'est qu'une assertion apparente. Ce n'est que jeu et poésie¹.

On ne peut cependant ignorer que le contexte des citations ci-dessus diffère de celui qui nous occupe ici et que les termes employés ne sont que voisins. Dans le débat avec Hilbert, Frege parle de « propositions impropres » et de « pseudo-axiomes ». S'il avait voulu rapprocher totalement les énoncés de Hilbert et les phrases de la poésie, il aurait utilisé les mêmes termes dans les deux cas. Nous n'avons repéré qu'une exception, dans UGG II, rapportée plus haut². Il y a au moins une différence, qui ne parle d'ailleurs pas forcément en faveur de l'axiomatique hilbertienne : ses axiomes n'expriment pas des pensées, parce qu'ils n'ont pas de sens, au contraire des phrases poétiques. L'utilisation par Hilbert des termes traditionnels de la géométrie donne à ses axiomes – Frege le laisse entendre sans le dire en ces termes – un « sens apparent ». Ils ont donc en commun avec les phrases poétiques de n'être ni vrais ni faux, mais pas exactement pour la même raison : ils n'ont pas de sens et donc pas de référence, elles ont un sens mais pas de référence. La différence se situe au niveau de l'intelligibilité : qu'on ne puisse asserter les propositions sans référence, donc sans valeur de vérité, « les rend inaptes à l'usage scientifique ou sérieux, mais cela ne les rend en aucun cas inintelligibles »³. Dès lors que les axiomes de Hilbert n'ont pas de référence, ils n'appartiennent pas à la science ; dès lors qu'ils n'ont pas de sens, ils sont inintelligibles, ou seulement apparemment intelligibles. Que Frege parle dans *Über euklidische Geometrie* de « s'amuser avec des représentations » et de « sérieux », comme il le fait ailleurs dans un autre contexte⁴, n'est pas indifférent : la géométrie non euclidienne lui semble plus proche de la fiction que de la science. Il l'a un temps considérée comme logiquement cohérente, elle demeure « fictivement » concevable, mais est désormais qualifiée de « curiosité historique ».

Peut-on alors rapprocher la « tromperie » qu'induit la manière dont Hilbert exprime ses axiomes d'une autre erreur que Frege dénonce dans leur contenu ? Certains d'entre eux font de l'existence un concept de 1^{er} degré portant sur des individus quand Frege voit dans celle-ci un concept de 2nd degré subsumant des concepts de 1^{er} degré. Dès la *Begriffsschrift*, il avait montré l'incapacité des langues naturelles à traduire les processus logiques et, dans quelques écrits de la

1. *Der Gedanke* (1918) in KS, p. 347 ; ELP, p. 176 (trad. modifiée).

2. Cf. *supra*, p. 199.

3. David Bell, "How « Russellian » was Frege ?", *Mind* 94, 1990, p. 273 (trad. Benmakhoulouf 2002, p. 156).

4. Dans *Der Gedanke* (1918), Frege explique qu'« on ne parle pas sérieusement » au théâtre (KS, p. 347 ; ELP, p. 176).

période logiciste, dénoncé le caractère « magique » de procédés fondés sur autre chose que les seules mathématique et logique : c'est l'un des points centraux du *Dialog mit Pünjer über Existenz*, inédit d'avant 1884, où il démonte l'argument ontologique¹. Frege y explique pourquoi c'est une erreur logique de prédiquer l'existence d'individus et comment la langue naturelle y conduit. Il y a des concepts sous lesquels tombent des objets et d'autres sous lesquels nul objet ne tombe, comme il y a des noms propres qui ont une référence et d'autres qui n'en ont pas. C'est sur cette double base qu'il prétend résoudre les difficultés posées par des phrases où l'on affirme de quelque chose qu'elle n'« existe » pas². Voici la conclusion d'Ali Benmakhlouf :

Tant que le plaisir que nous prenons à lire de la poésie est engagé, il est totalement superflu de se poser la question [...] de la *Bedeutung* [référence] de nos expressions. Il est en revanche nécessaire de se poser cette question quand nous sommes animés du désir de rechercher la vérité. Cette distinction fregéenne entre un champ de la fiction où la question de la référence ne se pose pas et un champ de la connaissance scientifique où la référence retrouve un droit de cité est directement liée aux conséquences avancées dans le dialogue avec Pünjer sur l'existence³.

Comment donc expliquer l'attitude de Frege, qui a changé radicalement entre 1884-1885 et 1899-1906 ? En 1884, ce n'est que de l'intuition qu'il affirme que la géométrie non euclidienne s'éloigne :

Frege, dit Tyler Burge, semble avoir pensé que la capacité des mathématiciens à produire des géométries non-standard logiquement cohérentes montre qu'on peut concevoir (bien que pas imaginer ou intuitionner) la fausseté de la géométrie euclidienne. Il pensait que notre saisie de l'évidence des axiomes de la géométrie euclidienne dépend de quelque capacité non rationnelle, ou au moins non logique, qu'il appelait « intuition »⁴.

En 1899-1906, l'intuition a disparu du vocabulaire et de la pensée de Frege qui, à l'époque des GRL, ne disait pas comment raisonner à partir de la négation d'un axiome (supposé vrai car conforme à l'intuition) sans produire de contradiction. Il conteste désormais que ce soit possible et dénonce la fausseté des géométries non euclidiennes. Ce n'est plus seulement l'intuition qui leur manque, c'est plus gravement la référence et la vérité de leurs énoncés. Le changement de point de vue de Frege, au-delà de ce qu'on sait de ses réactions épidermiques, tient donc à sa conception des axiomes et de la vérité. Pour lui, une « vérité [est] une pensée vraie » et « un axiome une vérité », de sorte

1. *Dialog mit Pünjer über Existenz* [avant 1884] in NS, p. 60-75 ; EP, p. 67-84.

2. *Dialog mit Pünjer über Existenz* [avant 1884] in NS, p. 61 ; EP, p. 69, où est examinée la phrase « il n'y a pas de centaures ». Dans *Über Sinn und Bedeutung* (1892), Frege distingue les propositions dont un être réellement existant et un être légendaire sont respectivement les sujets (KS, p. 148, 154 ; ELP, p. 108-109, 116).

3. Benmakhlouf 2002, p. 176.

4. Burge 2001, p. 81.

qu'« une science est une totalité de vérités liées entre elles »¹. Seule « la géométrie euclidienne est vraie » parce que ses axiomes, et les théorèmes qui en découlent, le sont, et il est impossible, aux yeux de Frege, que deux géométries puissent coexister. La géométrie non euclidienne est donc fausse, à moins, dit-il que l'euclidienne le soit, ce qu'il se refuse à accepter. Sa conception des axiomes ne lui fait envisager que très furtivement le cas de la géométrie absolue qui, ne faisant appel à aucun postulat sur les parallèles, englobe une multitude de géométries particulières². Frege ne soutient plus seulement, comme dans les GRL, que nous n'avons d'intuition que de l'espace euclidien, mais qu'il n'y a qu'un seul espace et qu'une seule géométrie, comme il n'y a toujours eu pour lui qu'une seule logique. Cependant que cette dernière objective les lois de la pensée, la géométrie euclidienne dit quelque chose du monde réel : « Frege, explique Jean Largeault, aime à dire que les axiomes d'Euclide sont vrais ; cela veut dire : la géométrie euclidienne décrit quelque chose de réel »³. Pour Frege, le vrai n'a pas de degré, ni n'admet de modalité d'aucune sorte. Il renvoie à une réalité logique, mathématique ou physique.

On peut cependant tenter de concilier les deux conceptions, celles de 1884-1885 et de 1899-1906, grâce justement au vocabulaire de la modalité, pourtant délicat à employer dans le cas de Frege : les axiomes de la géométrie euclidienne sont vrais, mais ils ne sont pas nécessairement vrais, au sens où les axiomes de la logique le sont. On ne peut nier ces derniers sans contradiction, alors que rien ne l'interdit pour les premiers. Le logique relève du nécessaire, le géométrique du possible. S'il ne peut y avoir qu'une logique, on peut concevoir une alternative à la géométrie euclidienne, la géométrie non euclidienne, même si c'est d'un intérêt limité car purement formel. Mais une géométrie formelle est-elle encore une géométrie ? Est-elle même encore une science ? Frege dit que non. De même que la logique ou la physique ne sont pas des disciplines formelles, la géométrie ne saurait l'être : elle aussi a ses propres concepts, comme celui de point. Pour Frege, il n'y a qu'une logique, qu'une arithmétique, et qu'une géométrie, la géométrie euclidienne.

En un premier temps, celui des GRL, Frege concède que celle-ci possède des axiomes – celui des parallèles inclus – dont la négation ne saurait provoquer de contradiction. La possibilité logique des géométries non euclidiennes lui semble assurée. Il n'oppose rien au développement de telles géométries, si ce n'est leur caractère non intuitif. Les résultats de Beltrami-Klein, interprétant la négation de l'axiome des parallèles à l'intérieur de la géométrie projective, n'y sont probablement pas étrangers. Sans ignorer leur portée, Frege ne doute pas de la véracité de l'axiome des parallèles, ni de son indépendance vis-à-vis des autres axiomes géométriques. En un second temps, qui accompagne la controverse avec Hilbert, il considère les axiomes de la géométrie euclidienne comme

1. *Über Euklidische Geometrie* [1899-1906] in NS, p. 183 ; EP, p. 200.

2. Cf. Voelke 2005, p. 387.

3. Largeault 1970, p. 386.

absolument vrais et les axiomes de la géométrie non euclidienne comme absolument faux, au sens où ce serait aller contre la logique, en raisonnant sur des prémisses fausses, que de poser les premiers comme faux et les seconds comme vrais. Frege délaisse ainsi un argument favorable à la distinction entre arithmétique et géométrie : les lois de la première, qui sont aussi celles de la logique, sont nécessairement et universellement vraies, les axiomes de la seconde ne valent que pour un domaine spécifique. Cette problématique, qu'il abandonnera totalement à la fin de sa vie, lui est-elle encore aussi chère ? Comme on n'a pas l'année précise de rédaction de l'inédit sur la géométrie euclidienne, on ne sait si la communication du paradoxe de Russell a déjà amené Frege à revoir la thèse logiciste.

L'ensemble de la controverse avec Hilbert montre un Frege de plus en plus critique à l'égard de la géométrie non euclidienne. Les conceptions du premier en sont sans doute à l'origine, car le grand changement entre 1884-1885 et 1899-1906 est que Frege n'admet plus les preuves où on nie un axiome¹. La géométrie non euclidienne, reposant sur un « axiome faux », n'est pas une science, elle n'est que fiction. L'euclidienne est une science, ce que confirme empiriquement son histoire. Ce sont donc l'histoire – la référence à celle-ci a commencé avec la défense de la conception traditionnelle de la notion d'axiome – et le dogme qui soutiennent la géométrie euclidienne, la non euclidienne passant du côté de l'irrationnel, avec un Frege qui se méprend sur la hauteur de l'enjeu. Mais si le logiquement, sinon intuitivement, fondé semble laisser la place au fictionnel ou au poétique, Frege ne voit tout de même pas la géométrie non euclidienne comme relevant de la poésie au sens où celle-ci est un art. Il semble plutôt penser que poser la fausseté d'un axiome relève du jeu du « plaisir artistique » et non du sérieux de l'« examen scientifique »². Sa définition de la science lui fait dénoncer la géométrie non euclidienne comme une non-science, de l'ordre de la « curiosité historique », la géométrie euclidienne lui semblant historiquement, physiquement, intuitivement et surtout, scientifiquement, validée.

CONCLUSION

Comme on le voit, Frege a très peu écrit directement sur la géométrie non euclidienne, et quand il l'a fait, c'est de deux manières différentes, la première paraissant plus recevable que la seconde. Il nous a semblé utile de les restituer au mieux, en les remplaçant dans leur contexte, différent, et en expliquant ce qui les justifie. Nous espérons ainsi leur avoir rendu justice, afin d'éclairer à la fois

1. Une autre hypothèse est trop hasardeuse historiquement pour être développée, voire envisagée : on sait qu'après 1903, Frege abandonne le logicisme et va même, à la fin de sa vie, jusqu'à vouloir fonder l'arithmétique sur la géométrie, euclidienne évidemment, ce qui suppose que celle-ci ait la même solidité qu'avait pour lui auparavant la logique.

2. Ces deux expressions, que Frege oppose du point de vue de la recherche de la vérité, sont tirées de *Über Sinn und Bedeutung* (1892) in KS, p. 149 ; ELP, p. 109.

le (ou les) point de vue de Frege sur la géométrie, euclidienne et non euclidienne, et ses conceptions, bien connues, sur la logique et l'arithmétique. Nous pensons en effet que la lecture des écrits de Frege sur la géométrie permet une meilleure compréhension de ce que lui-même appelle dans un inédit de 1906 ses « doctrines logiques »¹.

BIBLIOGRAPHIE

Frege Gottlob, *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*. Inaugural-Dissertation der Philosophischen Fakultät zu Göttingen zur Erlangung der Doktorwürde, Jena, A. Neuenhann, 1873 (KS, p. 1-49). Trad. H. Kaal in CP, p. 1-55.

Frege Gottlob, *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Großenbegriffes Gründen*. Dissertation zur Erlangung der *Venia docendi* bei der Philosophischen Fakultät in Jena, Jena, F. Fromann, 1874 (KS, p. 50-84). Trad. H. Kaal in CP, p. 56-92.

Frege Gottlob, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formalsprache des reinen Denkens*, Halle, L. Nebert, 1879. Trad. Corinne Besson, postface Jonathan Barnes, *Idéographie*, Paris, Vrin, 1999.

Frege Gottlob, « Geometrie der Punktpaare in der Ebene », *Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft* 17, 1883, p. 98-102 (KS, p. 94-98). Trad. H. Kaal in CP, p. 103-107.

Frege Gottlob, *Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* (GRL), Breslau, Koebner, 1884 (rééd. Hildesheim, Olms, 1961). Trad. et introd. Claude Imbert, *Les Fondements de l'arithmétique. Recherche logico-mathématique sur le concept de nombre*, Paris, Le Seuil, 1969.

Frege Gottlob, « Über formale Theorien der Arithmetik », *Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft* 19, 1885, p. 94-104 (KS, p. 103-111). Trad. H. Kaal in CP, p. 112-121.

Frege Gottlob, *Grundgesetze der Arithmetik begriffsschriftlich abgeleitet*. II. Band, Jena, H. Pohle, 1903 (rééd. Hildesheim, G. Olms, 1962).

Frege Gottlob, « Über die Grundlagen der Geometrie I-II », *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 12, 1903, p. 319-324, 368-375 (KS, p. 262-272). Trad. angl. in CP, p. 273-284.

Frege Gottlob, « Über die Grundlagen der Geometrie I-III », *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 15, 1906, p. 293-309, 377-403, 423-430 (KS, p. 281-323). Trad. angl. in CP, p. 293-340.

Frege Gottlob, *Kleine Schriften* (KS), I. Angelelli éd., Hildesheim, Olms, 1967. Trad. angl. CP.

Frege, Gottlob, *Nachgelassene Schriften* (NS), H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach éd., Hamburg. F. Meiner, 1969. Trad. franç. EP.

1. *Kurze Übersicht meiner logischen Lehren* [1906] in NS, p. 213-218 ; EP, p. 235-240.

- Frege Gottlob, *Écrits logiques et Philosophiques* (ELP), introd. et trad. Claude Imbert, Paris, Le Seuil, 1971.
- Frege Gottlob, *Wissenschaftlicher Briefwechsel* (WB), G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, A. Veraart eds., Hamburg, F. Meiner, 1976. Trad. angl. « PMC ».
- Frege Gottlob, *Philosophical and Mathematical Correspondence* (PMC), B. McGuinness éd., Oxford, Blackwell, 1980.
- Frege Gottlob, *Collected Papers on Mathematics, Logic and Philosophy* (CP), B. McGuinness éd., Oxford, Blackwell, 1984.
- Frege Gottlob, *Écrits posthumes* (EP), Claudine Tiercelin, Philippe de Rouilhan dir., Nîmes, Jacqueline Chambon, 1999.
- Belna Jean-Pierre, « Frege et la géométrie projective : la Dissertation inaugurale de 1873 », *Revue d'Histoire des Sciences* 55, 2002, p. 379-410.
- Belna Jean-Pierre, « Objectivité et principe de dualité : le § 26 des Fondements de l'arithmétique de Frege », *Revue d'Histoire des Sciences* 59, 2006, p. 319-344.
- Benmakhlouf Ali, *Frege, le nécessaire et le superflu*, Paris, Vrin, 2002.
- Boniface Jacqueline, *Hilbert et la notion d'existence en mathématiques*, Paris, Vrin, 2004.
- Burge Tyler, « Frege on Apriority », in Albert Newen, Ulrich Nortmann, Rainer Stuhlmann-Laeisz (édit.), *Building on Frege. New Essays on Sense, Content and Concept*, Stanford, CSLI Publications, 2001, p. 53-87.
- Dummett Michael, *Frege and other Philosophers*, Oxford, Clarendon Press, 1991.
- Hilbert David, *Grundlagen der Geometrie* (1899), 9e édition, Stuttgart, Teubner, 1962.
- Hilbert David, *Les fondements de la géométrie*, introd. et trad. Paul Rossier, Paris, Dunod, 1971.
- Largeault Jean, *Logique et philosophie chez Frege*, Paris-Louvain, Nauwelaerts, 1970.
- Rivenc François, Rouilhan Philippe de (dir.), *Logique et fondements des mathématiques. Anthologie (1850-1914)*, Paris, Payot, 1992.
- Schirn Matthias, « Frege on the Foundations of Arithmetic and Geometry », in Matthias Schirn (éd.), *Frege : Importance and Legacy*, Berlin, New York, de Gruyter, 1996, p. 1-42.
- Tappenden Jamie, « Geometry and Generality in Frege's Philosophy of Arithmetic », *Synthese* 102, 1995, p. 319-361.
- Tappenden Jamie, « Frege on Axioms, Indirect Proof, and Independence Arguments in Geometry : Did Frege Reject Independence Arguments ? », *Notre-Dame Journal of Formal Logic* 41, 2000, p. 271-315.
- Voelke Jean-Daniel, *Renaissance de la géométrie non euclidienne entre 1860 et 1900*, Bern, Peter Lang, 2005.

أسس علم الحساب عند جوتلوب فريجه

Mohammed AKIL

(Université de Fès)

moha.lhous@gmail.com

Abstract

In this paper I attempt to elucidate Frege's method in the *Foundations of Arithmetic*, by presenting the principles of Frege's work. I will first offer some remarks about logicism in Frege's method, and in particular the distinction between logicism dealing with propositions and logicism dealing with concepts. Secondly, I will shed some light on three principles adopted by Frege in the *Grundlagen* ; then I will address the definition of numbers in general and the cardinal number. Finally, I will present some similarities and differences between Frege and others such as Dedekind and Cantor.

Keywords

Frege, *Grundlagen*, method, principles, logicism, propositions, concepts, numbers, cardinal number, Dedekind, Cantor.

ملخص

أسعى في هذا المقال إلى توضيح منهج فريجه في كتابه *أسس علم الحساب*، وذلك بعرض المبادئ التي اعتمدها في هذا المؤلف. وسوف أبدأ بطرح بعض الملاحظات حول النزعة المنطقية ومنهج فريجه، وبصفة خاصة التمييز بين النزعة المنطقية التي تُعالج القضايا، والنزعة المنطقية التي تُعالج التصورات، ثم ألقى الضوء على ثلاثة مبادئ تبناها فريجه في *أسس علم الحساب*، ومن ثم أعرج على تعريف الأعداد بصفة عامة، والعدد الأصلي بصفة خاصة. وأوضح في النهاية بعض التشابهات والاختلافات بين ما ذهب إليه فريجه، وما ذهب إليه آخرون مثل ديدكند وكانتور.

كلمات مفتاحية

فريجه، *أسس علم الحساب*، منهج، مبادئ، نزعة منطقية، قضايا، مفاهيم، أعداد، عدد أصلي، ديدكند، كانتور.

Résumé

Je vais essayer dans cet article d'élucider la méthode de Frege dans *Les fondements de l'arithmétique*, en présentant les principes de cette œuvre. Premièrement, je ferai quelques remarques au sujet du logicisme de Frege en me basant sur la distinction entre le logicisme des concepts et le logicisme des propositions. Deuxièmement, je mettrai en évidence les trois principes adoptés par Frege dans les *Grundlagen*. Je passerai enfin à la définition des nombres en général et du nombre cardinal en particulier. Je terminerai en pointant vers quelques similitudes et différences entre Frege et quelques-uns de ses contemporains tels Dedekind et Cantor.

Mots-clés

Frege, *Fondements de l'arithmétique*, méthode, principes, logicisme, propositions, concepts, nombres, nombre cardinal, Dedekind, Cantor.

يعتبر علم الحساب بؤرة تفاعل مثمر بين ثلاثة مجالات مختلفة (الرياضيات، المنطق، الفلسفة)، إذ شهدت نهاية القرن التاسع عشر أبحاثا كثيرة وعميقة في هذه المجالات، وكان الأمر طبيعيا لما آلت إليه الأمور في الرياضيات عموما وفي علم الحساب على وجه الخصوص، حيث ظهر ما يسمى بأزمة الأسس. فبعد أن كانت الرياضيات نموذج الدقة واليقين، ها هي ذي تنتج بدورها المفارقات، ومنه كان لزاما على الرياضي والمنطقي والفيلسوف البحث عن الحل من منطلق أن الكل معني بالصدق كغاية وهدف، لذا كان البحث عن شروط الصدق وكيفية إنتاجه أو الوصول إليه.

نشر كتاب *أسس علم الحساب Grundlagen der Arithmetik* سنة 1884، حيث كان فريجه يحاول أن يقدمه ككتاب في متناول عدد كبير من القراء، وذلك بتبسيط الأدلة الصورية التي سبق له أن طرحها في كتاب *التصورات Begriffsschrift* سنة 1879، ويشير كذلك في مقدمة الجزء الأول من القوانين الأساسية لعلم الحساب *Grundgesetze der Arithmetik*¹

1. Frege Gottlob : *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, TI, Band Jena, H.Pohle, 1893, Trad ang : *The Basic laws of Arithmetic, Exposition of the system*, Edited, with an introduction by Montgomery Furth, University of California Press, Berkley, Los Angeles, 1964, p. 5.

1893 إلى انه بصدد تنفيذ مشروع تصوره منذ كتاب 1879 والذي بدأ في إنجاز خطوطه الأولى في 1884.

إن هدف فريجه في هذا المشروع هو تقديم تعاريف تمكن من معرفة كيف أن المفاهيم الأساسية في الرياضيات هي مفاهيم منطقية خالصة، لذا كان يحاول تقديم صياغة أو بناء علم الحساب اعتمادا على مصادر الفكر الخالص، أي على المنطق، ولبلوغ هذا الهدف كان لابد له من تقديم علم الحساب على شكل صوري (صورة علم الحساب)، وهذا يفيد توظيف لغة رمزية، ولعل هذا ما صاغه في *القوانين الأساسية لعلم الحساب*. وقبل المضي قدما في إبراز ملامح المشروع الفريجي لابد من استحضار شيء أساسي وهو النزعة المنطقية عند فريجه.

1- النزعة المنطقية عند فريجه

يمكن الحديث بعد الاطلاع على دراسات مايكل دامت (Michael Dummett) باعتباره متخصصا في أعمال فريجه عن نوعين من النزعة المنطقية (Logicisme)، إذ هناك النزعة المنطقية التي تسمي المفاهيم والنزعة المنطقية التي تسمي القضايا. ففي الأولى نجد أن المفاهيم الرياضية ترد أو تختزل في المفاهيم المنطقية، أي أن الأمر يتعلق بالبرهنة على أن المفاهيم الرياضية لا يمكنها أن تختلف عن المفاهيم المنطقية. وهذا النوع من اللوجيسيسم هو ما يحرك فريجه في كتاب *الأسس*، إذ يوظف الرموز الأولية للايديوغرافيا 1879، ويطبقها على بنية الجملة (La syntaxe)، فتندمج معها على الفور، ومنه يتبين عدم التمايز بين المنطق والرياضيات. إن هذا النوع من النزعة المنطقية هو العنصر الثابت عند فريجه، والعبارة المتكررة في هذا السياق ترتبط بكيفية البرهنة على أن المفاهيم الأساسية في الرياضيات ترد إلى مفاهيم المنطق. أما في النوع الثاني من اللوجيسيسم فيتجه إلى اعتبار أن المبرهنات الرياضية تستنبط من المنطق، وبخصوص المنطق كان الاعتقاد السائد يرتبط بكل أنواع المنطق، لكن بعد ذلك تم التدقيق وبالتالي القول بمنطق الدرجة الثانية، وبذلك ستؤول النزعة المنطقية إلى توضيح أن المبرهنات الرياضية هي حقائق منطقية.

انطلاقا من هذا التمييز يمكننا القول أن المشروع الفريجي يستدعي الأخذ بلوجيسيسم المفاهيم، ذلك أن الاستدلال الرياضي يقوم على قوانين منطقية وبشكل أدق على مفاهيم منطقية.

2- مبادئ أسس علم الحساب

ينتهي فريجه في مدخل أسس علم الحساب إلى تحديد ثلاثة مبادئ أساسية : " ينبغي فصل ما هو سيكولوجي عما هو منطقي بشكل واضح، وكذا فصل ما هو ذاتي عما هو موضوعي"¹. يبدو من خلال هذا المبدأ أنه يهدف إلى رفع الغموض الذي يمكن أن يحدث بين عناصر البحث، فهو يريد تجاوز النزعة التجميعية التي انخرط فيها علماء النفس الألمان، والتي ترى بأن الصور الذهنية والمواضيع الرياضية هي بمثابة أفكار. إن اعتراض فريجه على وجهة النظر الذاتية في كتاب الأسس سيمتد إلى مراجعته لمؤلف هوسرل *فلسفة علم الحساب 1891 Philosophie der Arithmetik*، وهو ما يؤكد عليه فريجه أيضا في المراسلات² التي كانت بينهما. فالعقل بالنسبة إليه ليس وعاء يلهو وينتشي بتكوين الصور الداخلية، ذلك أن هذه الأخيرة تختلف بشكل تام عن موضوع الرياضيات، ولتليخض هذه الفكرة يمكن القول أنه لا ينبغي لعلم النفس أن يأمل بوجه من الأوجه في أسس علم الحساب وأن هذا التمييز القاطع يتعلق بنظامين معرفيين جد مختلفين.

وبخصوص الموضوعية فإن فريجه يحاول أن يعكس الروح التأسيسية والموضوعية لعصره، ذلك أنها تعبر عن مقولة فلسفية تطبق على كل ما يختلف عن الذوات ومستقل عن إحساساتها ومحاولاتها وتمثلاتها، لذا من المستحيل أن يرغب المرء في الحصول على ما هو موضوعي دون أن يستعين بالعقل. فالعقل هو الذي سيمكن من تحقيق موضوعية العدد، وهذا ما يظهر بوضوح مع الفقرتين §26 و §27 في كتاب الأسس 1884، إذ ينفي فريجه في الفقرة الأولى أن يكون العدد موضوعا للسيكولوجيا، أو نتاجا لعمليات سيكولوجية. إن " الموضوعية تعني الاستقلال عن إحساساتنا، وعن حدوسنا و تمثلاتنا، وعن جميع بناءات صورنا الذهنية التي تأتيها من ذكريات انطباعات ماضية، لكنها غير مستقلة عن العقل. فالقول بأن الأشياء مستقلة عن العقل سيكون مثل الزعم بالحكم دون فعل الحكم، أو غسل الفرو دون تبليله"³. أما في الفقرة الثانية فيرى فريجه أن العدد ليس مكانيا ولا فيزيائيا، وليس ذاتيا مثل التمثلات : أنه غير قابل للدراك من طرف

1. G. Frege: *The Foundations of Arithmetic*, tr. J. L. Austin, Harper torchbooks, New York, first Edition, 1960, Introduction xxii.

2. *Frege-Husserl Correspondance*, Postface de Jean-Toussaint Desanti ; tr Gerard Granel, édition T.E.R., 1987.

3. G. Frege: *The Foundations*, op cit, p 36.

الحواس بل هو موضوعي. إن أساس هذه الموضوعية لا يمكن أن يكون في انطباع الحواس بل في العقل وحده، وهكذا ينتهي إلى دحض التصور السيكولوجي، إذ يقول: "من الغريب أن تجد العلوم الأكثر دقة أساسها في علم النفس الذي لا زال لم يجد طريقه الصحيح بعد".¹

أما المبدأ الثاني فهو المتعلق بمبدأ السياق، ومعناه "ألا يسأل، البتة، عن معنى الكلمة بمعزل عن سياقها"²، أي أن دلالة الكلمات لا تتم إلا داخل النسق أو داخل القضية التي ترد فيها، ويعني هذا أنه لا يمكن أن نحصل على دلالة كلمة ما إذا أبعدناها وعزلناها عن بقية القضايا التي تأخذ داخلها كل معناها. وهكذا فإن أي كلمة ليست لها حمولة دلالية خارج السياق الذي ترد فيه، إذ ترتبط بكلمات أخرى وفق علاقات محددة، وبذلك يمكن تجاوز كل التعاريف العامة والفضفاضة، فإعطاء تعريف معين يفيد القدرة على القبض أو الإمساك بمعنى الكلمة، وبالتالي الوصول إلى صحة أو خطأ الحكم. فهذا المبدأ إذن هو العنصر القادر على تقديم شروط التعريف خصوصا وأن فريجه يود تعريف مفهوم العدد.

بينما المبدأ الثالث فهو مبدأ التمييز بين المفهوم والموضوع، إذ يقول فريجه: "ينبغي ألا يغض الطرف عن التمييز بين المفهوم والموضوع"³، ويبدو أن الذي قاد الرجل إلى هذا التمييز هو هم (souci) الوضوح و الصرامة، و الذي يتجلى في الإجابة عن سؤال مهم: ما هي العناصر التي تعتبر الأعداد خاصية لها؟

إن الجواب عن هذا السؤال جعل فريجه ينطلق من رفض تصور جون ستيوارت ميل، والذي يرى بأن الأعداد تعد خاصية للمواضيع الفيزيائية، ذلك أن النظر إلى موضوع فيزيائي كقصيدة الالبيادة مثلا، يمكن أن يعتبرها ك 24 كتابا، أو كعدد كبير من الأبيات، ويضيف مثلا آخر يتعلق بالتفكير في أوراق الشجرة، فهنا نقف عند اختلاف مذهل بين الصيغة التي يمكن بها أن نسند اللون الأخضر إلى الأوراق أو الصيغة الأخرى التي يمكن أن نسند فيها عددا محددًا إلى هذه الأوراق، إذ يمكن في الحالة الأولى أن نعين اللون الأخضر لكل ورقة أو للأوراق في كليتها، بينما في الثانية لو افترضنا أن للشجرة ألف ورقة، فإلى ماذا ينتهي العدد 1000 إذن؟ يظهر أنه لا يمكن أن نعين أو أن نخصص العدد 1000 للأوراق

1. *Ibid.*, p. 38 .

2. *Ibid.*, Introduction, p xxii.

3. *Ibid.*

كلها ولا لكل ورقة على حدة.¹ إن الأعداد إذن تعد بدورها مواضيع، وهي خاصة للمفاهيم وليس للمواضيع.

يعد الفصل بين المفهوم والموضوع عنصرا رئيسيا حافظ عليه فريجه حتى نهاية كتاب الأسس، وإن كان هذا التمييز واضحا، فإنه ليس أمرا يسيرا، بل يطرح عدة صعوبات، ولعل أبرزها تعريف الموضوع بواسطة امتداد أو ماصدق المفهوم، فالأطروحة الماصدية تبرز أنها تقنية أدخلها فريجه من باب عدم وجود ما هو أفضل، ويتبين ذلك لما يرادف بين المفهوم وماصدق المفهوم، لكن سرعان ما تخلى عن ذلك تجنباً للتناقض، إذ هناك من المفاهيم التي لها نفس الماصدق أو الامتداد دون أن تكون متطابقة.

إن أطروحة الماصدق أو ماصدق المفاهيم (l'extensionnalité des concepts) لم تمر دون إثارة النقاش، ومن أبرز السجلات تلك التي دارت بين فريجه وبينو كيري (Benno Kerry)² 1892، وهي النقطة التي يتخذها بعد ذلك معارضو الطرح الفريجي كأساس لتعليقاتهم. ويمكن القول أن التصور الفريجي يقر بالأولوية المنطقية للمفهوم على ماصدقه، لكن تبقى هذه النقطة غامضة وربما هذا ما حمل هوسرل في فلسفة علم الحساب (Philosophy of Arithmetic) 1891 على انتقاد فكرة امتداد أو ماصدق المفهوم وتعويضه بمفهوم الجمع (Inbegriff, collection). إن الجمع عند هوسرل هو نوع خاص من الربط، إذ أنه يضمن العلاقة بين المحتويات المتفاوتة، وبالنظر إلى طبيعته السيكلولوجية

1. Ibid ; §22, p. 28.

² تعد مقالة "Über Begriff und Gegenstand" المفهوم والموضوع " 1892 ردا على انتقادات بينو كيري التي كانت سنة 1887 بخصوص بعض المقاطع من Grundlagen. لذا كان فريجه مضطرا للتدقيق أكثر وبالتالي التمييز بين المفهوم والموضوع، ومنذ البداية يتشبه فريجه بالاستعمال المنطقي للفظ (أي المفهوم)، وبالتالي فالتمييز مؤسس منطقيا ونحويا، فالمفهوم حملي (prédicatif)، أنه مرجع محمول نحوي على عكس اسم الموضوع، فالمفهوم هو مرجع المحمول، أما الموضوع فهو ما لا يمكن أن يكون مرجعا عاما أو كليا للمحمول، ويمكن تلخيص ذلك في جدول بعث به فريجه في رسالة إلى هوسرل بتاريخ 24-05-1891 :

اللفظ المفهومي	اسم العلم	القضية
↓	↓	↓
معنى اللفظ المفهومي	معنى اسم العلم	معنى القضية (الفكر)
↓	↓	↓
مرجع اللفظ المفهومي ← الموضوع (المفهوم).	مرجع اسم العلم (الموضوع)	مرجع القضية الذي يقع تحت المفهوم (قيمة المصدق)

فانه يسمح بالتفكير في مجموعة (*Zusammenn* , Ensemble) المحتويات الفريدة والنوعية على طريقة المجموعة (*Inbegriff*)¹، غير أن فريجه في مراجعته لكتاب هوسرل سنة 1894 سيوجه نقدا لادعا لمفهوم *Inbegriff* وسينعته بالتصور الساذج²، ما دام أن هوسرل حسب فريجه ينظر إلى العدد في هذه الحالة كشيء على شاكلة حفنة (*un tas*) أو سرب (*un essaim*).

3- موضوع علم الحساب

من أبرز الأفكار الجديدة التي جاء بها مؤلف *Begriffsschrift* نجد التمييز الصارم بين القضايا ومضمون القضايا، وهذا ما ساهم في قلب التصنيف السائد عن الأحكام، لذا يعمل كتاب *Grundlagen* الأسس على تطبيق تعليم *الايديوغرافيا Begriffsschrift*. إن علم الحساب عند فريجه جزء من المنطق، وبالتالي يمكن لهذا الأخير أن يتحدث عنه ويحلله، وفي المقابل يرفض أن يكون تابعا لعلم النفس أو أن تكون له علاقة بالحساسية، إذ لا يمكن أن نحس قوانين علم الحساب، فالأعداد لا تأتي عن طريق الاستبطان أو حتى بالتذكر (*la réminiscence*)، إنها لا توجد بداخلنا، إنها موضوعية وليست ذاتية، إنها واحدة بالنسبة إلى الجميع.

1-3 - طبيعة العدد

لو بحثنا عن تعريف للعدد لواجهتنا صعوبة كبيرة، وكمحاولة لفهم طبيعة وصعوبة التحديد يمكن اعتماد هذا المثال: فلو قلنا "هناك شجرتان في الحديقة، ومن ورائهما سيارتان مركبتان على الرصيف المحاذي للحديقة، وفي الجهة المقابلة أرى منزلين بشرفتين تطلان على الحديقة، وهكذا فأنا أمام زوج من الأشياء أعبر عنه دائما بالعدد 2، فهذا الأخير ليس هو الشجرتين، أو السيارتين أو المنزلين أو الشرفتين، لكنه هو كل ذلك، انه عنصر غريب يسمي شيئا ما دون أن ينتهي إلى هذا الشيء.

يتبين أن العدد هو بمثابة الورقة الراحلة (*jocker*) في اللغة، إذ يمكن وضعه في أي مقام، ذلك أن العدد هو ما يمكننا من تصنيف أشياء العالم، ومقارنتها، وتنظيمها، فهو لا يتحدث بشكل مباشر عن الموضوع ولكن عن اسمه، وبالضبط عن مفهومه. هناك دائما

1. E. Husserl : *Philosophie de l'arithmétique, recherches psychologiques et logiques*, tr Jacques English, Puf 1972, p. 81.

2. G. Frege : *Compte rendu de Philosophie der Arithmetik*, tr de Claude Imbert, ed Essais du Seuil, 1971, p.144.

مسافة كبيرة بين العدد والموضوع، فلما نقول " شيئين " (في مثالنا: الشجرتان، السيارتان...) فالعدد يرتبط بالمفهوم وليس بالأشياء نفسها، فيقال العدد إذا عن المفهوم.

2-3- العدد كمفهوم

في هذا المستوى سنحاول الإجابة عن سؤال مهم: ماذا يعني مفهوم العدد؟ وعلى ماذا يحيل؟

أولا نعلم أن كل مفهوم يحيل أو يعين موضوعا ما، ومنه يجب على مفهوم العدد أن يعين موضوعه، ولن يكون هذا الموضوع سوى العدد، وهنا لابد من التمييز بين مفهوم العدد والعدد باعتباره موضوعا، وهو ما يمكن التعبير عنه بأن مفهوم "العدد" ومفهوم "le nombre" مثلا يعينان نفس الموضوع، أو أن "العدد" و "موضوع علم الحساب" يحيلان على نفس الموضوع. وكمثال على ذلك نقول كي يكون "اثنان" علم الحساب صحيحا، فانه لابد أن يعين موضوعا الذي هو اثنان، فلما نتحدث عن شجرتين، فان "الاثنان" الذي نوظفه هو الذي نعين به الموضوع "اثنان". فإذا كان من المشروع استعمال لفظ "اثنان" في قضية ما، فان ذلك يعني أن للقضية التي تتضمنه معنى، إذ ينبغي أن يكون لها "شيء" وهو اثنان والذي يتحدث عنه باللفظ "اثنان".

إن إعطاء عدد هو قول شيء عن مفهوم ما، بل ويمكن الاعتراض على أن إسناد عدد لمفهوم يمكن أن يتغير دون أن يتغير المفهوم، وهذا ما يوضحه فريجه في الفقرة §46، إذ يقول: "لتوضيح بحثنا، ينبغي معالجة العدد في سياق الحكم، حيث سيتم تسليط الضوء على أول وظيفة له"¹. فعندما نقول بصدد ظاهرة خارجية مثلا، بنوع من اليقين "إنها مجموعة من الأشجار" و "هي خمس أشجار"، أو "وفيما يلي أربع شركات"، أو "و هنا 500 رجل"، فالأفراد لا يتغيرون من حالة إلى أخرى، ولكن الذي يتغير فقط هو التحديد أو التسمية التي نعطيها لهم. إن التغيير يعني أننا جعلنا مفهوما تابعا لمفهوم آخر، وهذا ما يعبر عنه فريجه بالقول: "إذا قلت: «عربة الإمبراطور تجرها أربعة فرسان»، فإنني أسند للمفهوم «الفرس الذي يجز عربة الإمبراطور» العدد أربعة"².

1. Frege: *The Foundations*, op. cit, p. 59.

2. *Ibid*.

3-3 تعريف العدد

في هذا المستوى سننتقل إلى تعريف العدد انطلاقاً من الدور الذي يقوم به في بنية علم الحساب، إذ يعترف فريجه بصعوبة المهمة، ويصرح بأن مختلف المحاولات والمجهودات التي بذلت في هذا المجال باءت بالفشل، مما يقتضي البحث عن سبيل جديد، وكخطوة اعتمد في البداية على نموذج الهندسة، إذ يرى أنه إذا كان المستقيم a موازياً للمستقيم b ، فإن ماصدق المفهوم «مستقيم موازي للمستقيم a » مطابق لما صدق المفهوم «مستقيم موازي للمستقيم b »، وبالعكس، فإذا كان ماصدق المفهومين أعلاه متطابقاً، فإن a مواز ل b .

كتعريف يقترح فريجه و يضع ما يلي:

"اتجاه المستقيم a هو ماصدق المفهوم «موازي للمستقيم a »"

"شكل المثلث t هو ماصدق المفهوم «مشابه للمثلث t »"

إذا أردنا أن نطبق هذا الإجراء التعريفي على الحالة التي نشغل عليها، فانه ينبغي أن نضع المفاهيم محل المستقيمات والمثلثات وأن نعوض التوازي أو التشابه بإمكانية ترتيب تقابلياً (ordonner biunivoquement) ¹ المواضع التي تقع تحت إحدى تلك المفاهيم إذا كانت تقع تحت المفهوم الآخر. وباختصار، "أستطيع أن أقول أن المفهوم F مكافئ عددياً (being equal) ² للمفهوم G إذا نحن استطعنا أن نحصل على علاقة (correspondance) بينهما" ³. يصل فريجه في نهاية هذه الفقرة إلى تعريف العدد:

العدد الذي ينتهي إلى المفهوم F هو ماصدق المفهوم: «مساو ⁴ للمفهوم F ». ويورد فريجه ملاحظة في الهامش يقول فيها بإمكانية الحديث عن «المفهوم» عوض «ما صدق المفهوم» غير أن ذلك سيجعلنا أمام صعوبتين بل اعتراضين:

- أولاً سيتناقض مع ما تم تأكيده من قبل، أي أن كل عدد موضوع. وهذا ما يبرز حضور ال التعريف في العبارات مثل «الاثنان»، ومنه من المستحيل أن نقول: الأحاد، الأزواج،... في

1. The possibility of correlating one to one إمكانية الربط واحد بواحد

2. نتحدث الترجمة الفرنسية عن équinumérique وفضلنا الترجمة الانجليزية بحكم أنها لم تتجاهل المفهوم السابق الذي يقول بالتكافؤ العددي.

3. Frege: *The Foundations*, op. cit pp. 79, 80.

4. الترجمة الفرنسية تقول بالتكافؤ العددي.

صيغة الجمع، أو من خلال أن العدد لا يشكل سوى جزءا من محمول يوظف القضية التي تسند العدد.

- بعض المفاهيم يمكن أن يكون لها نفس الماصدق دون أن تتطابق. وأعتقد أنه بإمكاننا تجاوز هذين الاعتراضين.

وكتفسير لما سبق ينطلق فريجه من التعريف السابق، وكأنه يأخذ بعين الاعتبار أنه غير تام أو غير واضح، فيطرح تساؤلا حول ماصدق المفهوم، فماذا يمكن أن يفهم من هذا الأخير إذن؟

إن ما يفهم للوهلة الأولى من تلفظنا بماصدقات المفهوم هو:

- هويته.

- وأن ماصدقا أكثر امتدادا من آخر.

بينما في القضية:

ماصدق المفهوم « مكافئ عدديا للمفهوم F » مطابق لما صدق المفهوم « مكافئ عدديا للمفهوم G » يكون صادقا، إذا وفقط إذا كانت القضية: « نفس العدد ينتهي إلى المفهوم F وإلى المفهوم G » صادقة أيضا. وهذا ما يوافق التعريف الذي قدمه فريجه. ثم كتب:

" وبدون شك لا نقول بأن عددا أكثر امتدادا (*umfassender*) من عدد آخر، بالمعنى الذي نقوله عن ماصدق مفهوم ما. لكن من المستحيل أن نقبل بأن ماصدق المفهوم « مكافئ عدديا للمفهوم F » يكون واسعا من ماصدق المفهوم « مكافئ عدديا للمفهوم G » ¹.

إن العلاقة التي نصادفها في هذه الحالة هي أنه: إذا كانت كل المفاهيم المكافئة عدديا ل G مكافئة عدديا أيضا بالنسبة ل F ، فانه كذلك تكون كل المفاهيم المكافئة عدديا ل F مكافئة عدديا ل G . إلا أنه "لا ينبغي الخلط بين « أكثر امتدادا » التي تقال عن الماصدق و « أكبر » التي تقال عن الأعداد" ².

ومن الممكن أيضا حسب فريجه دائما أن " نتصور الحالة التي يكون فيها ماصدق المفهوم « مكافئ عدديا للمفهوم F » أكثر أو أقل إمتدادا بالنسبة إلى ماصدق مفهوم آخر، لكن هذا الماصدق لا يمكن أن يكون عددا عاددا وفق التعريف الذي قدمناه، لكن ليس من اللائق أن نتحدث عن عدد أكثر إمتدادا أو أقل من ماصدق مفهوم ما" ³.

1. *Ibid*, p. 81.

2. *Ibid*.

3. *Ibid*.

بعد ذلك ينتقل إلى تأكيد هذا التعريف من خلال استحضار مفهوم العلاقة، حيث إن أي تعريف يجد تأكيده في خصوبته، وهنا نجد فريجه يحاول أن ينطلق من تعريفه للعدد العاد الذي ينتهي إلى المفهوم F كي يستنتج بعض الخصائص المعروفة عن الأعداد. ولذلك اشتغل فقط على الخصائص الأكثر بساطة. ولهذه الغاية هو في حاجة إلى فكرة جد واضحة عن التكافؤ العددي أو التساوي (being equal). فهذا الأخير معرف بعلاقة واحد بواحد، ولذا سيعمل فريجه على شرحه جيدا لتجاوز أي إجراء يمكن أن يدخل عنصر الحدس على الخط، إذ انطلق من أمثلة تبين العلاقة بين الأشياء وفق صيغة واحد بواحد، كمثال السكين على يمين الطبق فوق المائدة، فمدير الفندق في هذه الحالة ليس في حاجة لعد كل السكاكين والأطباق، بل يقوم فقط بالتأكد مما إذا كان السكين على يمين الطبق فوق كل مائدة. إن السكاكين والأطباق على علاقة واحد بواحد لأنها كلها مرتبطة فيما بينها بنفس علاقة الوضع. وهكذا يصل إلى القول بأنه: "إذا أخذنا القضية: « α يوجد على يمين A »، فإذا قمنا باستبدال α و A بمختلف المواضيع، فإن جزءا من المضمون القضوي الذي يظل غير متبدل هو ما يشكل ماهية العلاقة"¹.

هكذا يمر فريجه إلى تعميم هذه النتيجة فيقول: "إذا قمنا بعزل a و b من سياق مضمون يحمل على موضوع a وعلى موضوع b ، فإنه يبقى لدينا مفهوم العلاقة"². ولا يقف فريجه عند مثال واحد بل يقدم أمثلة أخرى ليكشف على أن مفهوم العلاقة ينتهي إلى المنطق الخالص، أي كأي مفهوم عادي. وهنا لا نتحدث عن مضمون العلاقة، وإنما فقط عن صورتها المنطقية، وإذا استطعنا أن نقول عنها شيئا فإنها ستكون حقيقة تحليلية، معروفة قبليا. وما ينطبق على العلاقات صالح أيضا للمفاهيم الأخرى. كما أن: « a يقع تحت المفهوم F » التي هي الصورة العامة لمضمون الحكم الذي يحمل على الموضوع a ، وكذلك: « a في علاقة Φ مع b » ستكون هي الصورة العامة لمضمون الحكم الذي يحمل على المواضيع a و b . و بعد أن توقف فريجه عند العلاقة انتقل إلى مستوى آخر، وهو الارتباط وفق هذه العلاقة، فإذا كان كل موضوع يقع تحت المفهوم F في علاقة \emptyset مع موضوع يقع تحت المفهوم G ، وأنه لكل موضوع يقع تحت G يوجد موضوع يقع تحت F وفي علاقة \emptyset مع الأول،

1. *Ibid*, p 82.

2. *Ibid*.

فان المواضيع التي تقع تحت F والمواضيع التي تقع تحت G توجد في ارتباط فيما بينها بواسطة العلاقة \emptyset .

لكن يمكن أن نتساءل عما تعنيه عبارة:

« كل موضوع يقع تحت F يوجد في علاقة \emptyset مع موضوع يقع تحت G » في حالة أنه لا يقع أي موضوع تحت F .

يؤول فريجه ذلك وفق الصيغة التالية :

القضيتان « a يقع تحت F » و « a ليست له العلاقة \emptyset مع أي موضوع تحت G » ليستا صادقتين في نفس الوقت مهما كان a ، بل إن إحداهما خاطئة. ومنه : « كل موضوع يقع تحت F هو في علاقة \emptyset مع موضوع يقع تحت G » تكون صحيحة في حالة أنه لا يوجد أي موضوع يقع تحت F ، ذلك لأن القضية الأولى: « a يقع تحت F » خاطئة مهما كان a .
وبنفس الطريقة، فإن القضية:

« لكل موضوع يقع تحت G ، يوجد موضوع يقع تحت المفهوم F والذي له العلاقة \emptyset مع الموضوع الأول » تعني أن القضيتين « a يقع تحت G » و « لا يوجد أي موضوع يقع تحت F » وليست له العلاقة \emptyset مع a لا يمكن أن تكونا صادقتين معاً، مهما كان a .
وبعد الارتباط وفق العلاقة، يأتي الارتباط وفق واحد بواحد كخطة لتعريف العدد العاد، إذ ينطلق فريجه من حالة أن المواضيع التي تقع تحت المفهومين F و G توجد في ارتباط وفق العلاقة \emptyset ، ثم يقول:

" نريد الآن أن تكون هذه العلاقة على صيغة واحد بواحد، أي أريد أن أقول بأن القضيتين التاليتين صادقتين معاً :

1- إذا كانت d في علاقة \emptyset مع a وإذا كانت d في علاقة \emptyset مع e ، مهما كانت d و a و e ، فإن a و e متطابقين.

2- إذا كانت d في علاقة \emptyset مع a وإذا كانت a في علاقة \emptyset مع b ، مهما كانت d و a و b ، فإن d و b متطابقين".¹

1. *Ibid*, p. 84.

انطلاقاً من رد الارتباط واحد بواحد إلى علاقات منطقية خالصة يمكن تقديم التعريف التالي:

« المفهوم F مكافئ عددياً للمفهوم G » لها نفس دلالة العبارة « توجد علاقة \emptyset تربط واحد بواحد المواضع التي تقع تحت المفهوم F والمواضع التي تقع تحت المفهوم G ».

ينتهي فريجه في الفقرة § 72 إلى تقديم تعريف للعدد العاد: "العدد العاد الذي ينتهي إلى المفهوم F هو امتداد (ماصدق) المفهوم « مكافئ عددياً للمفهوم F »¹. ويضيف فريجه بعد ذلك: " « n هو عدد عاد » يعني كذلك: « يوجد مفهوم حيث n عدد عاد ينتهي إليه »".

وهكذا يكون العدد العاد معرّفاً، رغم أنه يبرز أننا وقعنا في دور، بل وبدون خطأ، ذلك أن «العدد العاد الذي ينتهي إلى المفهوم» قد سبق تعريفه. بعد هذا التعريف الذي قدمه فريجه للعدد العاد يمر إلى الأعداد الخاصة، كتعريف الصفر مثلاً، لذلك يعرفه اعتماداً على لا شيء يقع تحت المفهوم: « غير مطابق لذاته »، فيضع التعريف التالي: 0 هو العدد العاد الذي ينتهي إلى المفهوم « غير مطابق لذاته ».

ويقول بأنه هناك من سيعترض على استعماله للمفهوم في هذا التعريف، من منطلق أن المفهوم يسقطنا في التناقض، بل وهذا ما يذكر بتعريفات قديمة مثل المربع الدائري أو الحديد الخشبي. لكن فريجه يقول بأن التناقض لا يكون بديهياً بقدر ما ينبغي أن يكون من خلال الفحص المنطقي للمفهوم. فالمنطق وصرامة الأدلة هي التي تفرض وحدها أن للمفهوم نهايات محددة، وبالتالي نستطيع أن نقول بأن موضوعاً ما يقع أو لا يقع تحت مفهوم من المفاهيم، والمفاهيم التي تخفي تناقضاً مثل « غير مطابق لذاته » تستوفي هذا الشرط بشكل كامل مهما كان الموضوع الذي وقع عليه الاختيار، ما دمنا نعرف بأنه لا يقع تحت مثل هذا المفهوم. ويستعمل فريجه المفهوم على النحو التالي:

« a يقع تحت المفهوم F »، وهو الشكل العام لمضمون الحكم الذي يحمل على الموضوع a ويظل مضمون حكم بالرغم مما سنستبدل به a . وبهذا المعنى، « a يقع تحت المفهوم غير المطابق لذاته » يفيد: « a غير مطابق لذاته » أو « a غير مطابق لـ a ».

1. الترجمة الانجليزية تتحدث فقط عن العدد عوض العدد العاد، ومنه يمكن القول أيضاً أن: العدد الذي يشير إلى التصور F هو امتداد التصور المعادل للتصور F .

إذن لتعريف ال 0 يرى فريجه بأنه من الممكن أخذ أي مفهوم والذي لا يقع تحته أي شيء. وهذا التعريف يرى من خلاله أنه يستوفي الشرط المنطقي والذي يأخذ صيغة « غير مطابق لذاته»، ويعطي فريجه الدلالة نفسها التي منحها لـ «مطابق» أثناء تعريف سابق (§65).

4 - فريجه ومعاصروه

لقد استطاع فريجه أن يؤسس قوانين علم الحساب اعتمادا على المنطق، وكما يقول هيلبرت: " يعود إليه الفضل في التمييز بين الخصائص الأساسية لمفهوم العدد الصحيح"¹، فعلم الحساب حسب فريجه يعد جزءا من المنطق، لذا فتأسيسه يفترض الانطلاق من المفاهيم (notions) التي تم التوصل إليها في المنطق، ويأتي هذا طبعا في مقابل النزعة السيكلوجية، ذلك أن الرجل رفض هذه النزعة من منطلق أنها تتجه نحو اختزال الفكر في التمثيل، وبذلك تزعم أنها قادرة على تحديد قوانين الفكر، ومن ثمة فالمنطلق ينبغي أن يكون من قوانين اللغة وليس من قوانين التمثيل، وهذا هو الذي قاد فريجه إلى صياغة *Begriffsschrift*، فهذه الأخيرة عبارة عن لغة كونية تامة، إذ تعبر عن فكر موضوعي قادر على اكتشاف مواضعه ومفاهيمه.

لقد أدرك فريجه إذن علاقة الرياضيات بالمنطق، حيث ذهب إلى أن الأعداد الصحيحة تشكل قاعدة أساسية لعلم الحساب، وهذا يفيد أن علم الحساب يمكن اشتقاقه من المنطق، سواء على مستوى العمليات البرهانية أو على مستوى بناء الأفكار وفهم معانيها. طبعا لم تكن أبحاث فريجه بعيدة عن أعمال كل من ديدكند (Dedekind) وكانطور (Cantor)، حيث كان النقاش بينهم، وذلك بإطلاع كل واحد منهم على أبحاث الآخر. لقد وجدنا في أبحاث ديدكند وكانطور تقاربا بصدد مفهوم العدد، فبالنسبة إلى الأول يعتبر أن "الأعداد هي إبداعات حرة للعقل البشري"²، أما الثاني فيرى أن "الرياضيات حرة تماما في تقدمها"، وهذا التقارب هو ما يعارضه فريجه، ففي اشتغاله على أسس علم الحساب يرى

1. M. D. Hilbert : « Sur les fondements de la logique et de l'arithmétique », 3ème congrès international des Maths, tr de M. P. Bourroux, Paris, 1905, p. 90.

2. R. Dedekind, (1888) "Was sind und was sollen die Zahlen", Braunschweig: Vieweg; Trans. W.W. Beman, "The Nature and Meaning of Numbers" in *Essays on The Theory of Numbers*, Chicago: The Open Court Publishing Company, 1901, preface p 31.

بأن " الرياضي لا يستطيع أن يفعل ما يشاء، إنه مثل الجغرافي، فلا يعملان سوى على اكتشاف ما هو موجود وإعطائه إسما"¹.

من المعلوم أن الثلاثة كانوا في فترة واحدة، ديدكند (1831-1916)، وكانطور (1845 – 1918)، ثم فريجه (1848 – 1925)، حيث ساهم كل واحد منهم في مجال علم الحساب من خلال تقديم تعريف للأعداد الصحيحة، وفي إطار ما يسمى تحصيل التحليل (L'Arithmétisation de l'analyse)، وكان ذلك بالضبط عند النقطة التي توقف عندها الرياضي الشهير فيستراس (1897-1815)، حيث لم يقدم تعريفا للعدد الصحيح. إنهم رفضوا جميعا العودة إلى عنصر الحدس الهندسي في تأسيس الأعداد بالرغم من اختلاف مقارباتهم، فالعدد عند ديدكند هو انبثاق مباشر للقوانين الخالصة للفكر، ومنه فتعريف العدد يفترض أولا إبداعه، وتحديدده يتطلب صياغة صريحة لخصائصه الأساسية، أي تلك التي من خلالها يمكن استنتاج خصائص أخرى، وهنا نجد ديدكند يعتبر مفهوم العدد غير مستقل عن الفكر، ومن ناحية أخرى يستبعد مفهوم المقدار والسياق الهندسي الذي يرتبط به.

ورغم أن ديدكند لا يتبنى نفس الطريقة التي اعتمدها فريجه، إلا أنهما يلتقيان حول مفهوم (notion) التتالي، إذ يذهب ديدكند إلى أن مفهومه حول السلسلة (la chaîne) قريب من "f - متتالية" (f-suite) فريجه، ولو أن هذا الأخير له تصور مغاير لطبيعة العدد عند ديدكند إلا أن هناك تقارب بين محاولته وتعريف ديدكند للسلسلة²، ذلك أنه في رسالة إلى كفرشتاين (Kefersteine) يبين ديدكند أنه " ليس هناك اختلاف بين مفهومه للسلسلة ومتتالية الأعداد الصحيحة عند فريجه"³ مع العلم أن المجموعة N عند فريجه يتم الحصول عليها انطلاقا من 0 ومن تطبيق التتالي (successeur l'application) (أي N هي سلسلة 0)، بينما عند ديدكند يتم البدء من 1 N عند ديدكند هي "f - متتالية" تبدأ ب 1 المحصل عليه بواسطة "f - تطبيق التتالي"، لذا يتبين أنه رغم اختلاف التعاريف فالنتائج متطابقة، لكن تبقى هناك نقطة اختلاف أساسية، وهي نقطة انطلاق كل واحد

1. G. Frege: *The Foundations of Arithmetic*, tr J. L. Austin, Harpertorchbooks, NewYork, first edition, 1960, p. 108

2. R. Dedekind, *op. cit*, p. 42-43.

3. Lettre publiée partiellement par Hao Wang dans l'article : « The Axiomatisation of Arithmetic », Journal of symbolic logic, 1957, p 151.

منهما، فديدكند ينطلق من اللانهائي، أما فريجه فيبني N انطلاقاً من 0 بعد إعطائه تعريفاً عاماً للعدد العاد (cardinal number).

أما كانتور فتدسب إليه نظرية المجموعات، لما استطاع أن يساهم به في مجال الرياضيات من خلال اكتشافه لقوتين (puissance) وتمييزه بينهما، وفي وقت لاحق أسس نظرية الأعداد المتصاعدة أو المجاوزة للنهاية (transfinis)، وسواء كانت هذه الأعداد عادة (cardinaux) أو ترتيبية (ordinaux) فهي أعداد تختلف بطبيعة الحال عن الأعداد الطبيعية والنسبية والمعقولة، كما استطاع كانتور أن يميز بين المجموعات المعدودة واللامعدودة، وبذلك اعتبر مجموعة الأعداد الصحيحة والنسبية والمعقولة من الصنف الأول بينما الأعداد الحقيقية من الصنف الثاني.

وبخصوص التقارب بين فريجه وكانتور فيكمين في العدد العاد عند الأول و "القدرة" عند الثاني، حيث يلعب "التكافؤ العددي" (l'équivalence) وامتداد أو "ما صدق" التصور عند فريجه نفس الدور الذي يقوم به التكافؤ بين المجموعات والمفهوم العام للعدد عند كانتور، ذلك أن كانتور في كتابه حول أسس نظرية المجموعات المتصاعدة يعرف العدد العاد أو ما يسميه أيضاً بمفهوم القدرة (Puissance)؛ وذلك بانطلاقه من تعريف المجموعة، فهذه الأخيرة تعني لديه كل اتحاد M من مواضع تصورها m ، المختلفة والمحددة بشكل جيد، والتي تسمى عناصر M ويكتبها كانتور على الشكل التالي:

$$M=\{m\}$$

ثم يمر إلى اتحاد العديد من المجموعات المختلفة $P.N.M$... والتي ليس لديها أي عنصر مشترك لذا يمكن أن تمثل ب $(P.N.M)$ ، ثم أن عناصر المجموعة الجديدة هي كذلك عناصر المجموعات $P.N.M$...، والتي تعتبر كما لو أنها تكون مجموعاً واحداً.

إن كل مجموعة M تناسبها «قدرة» (puissance) محددة بشكل جيد والتي نسميها أيضاً بـ "العدد العاد"¹. نسمي «قدرة» أو «العدد العاد» للمجموعة M ، المفهوم العام الذي نستنتجه من M بواسطة ملكة تفكيرنا، وذلك بتجريد العناصر المختلفة m و ترتيبها، وهذا ما ذهب إليه زيرملو (Zermelo) لما عبر عن هذا التماثل بالقول: "يقصد فريجه بالعدد (Anzahl) نفس ما يقصده كانتور بالعدد العاد (Kardinalzahl)، أي الثابت المشترك بالنسبة

1. G. Cantor : *Sur les fondements de la théorie des ensembles transfinis*, tr de F. Marotte, éditions Jacques Gabay, 1989, p. 344.

لكل المجموعات (فريجه يقول " المفاهيم ") المتكافئة (فريجه يقول " المتكافئة عددياً")¹، لكن هذا التماثل لا يصح إلا إذا اعتبرنا أن فريجه يشغل داخل نظرية المجموعات.

أما الخاصية الترتيبية فيمكن أن نقول أن تبني فريجه للزعة المنطقية جعله يستبعد عنصر الترتيب ذلك أنه كان يصبو نحو الإجابة عن سؤال : " كم؟ "، ثم أنه ينظر إلى فعل العد كتقابل بين قطعة من \mathbb{N} والمواضيع التي نود عدها. بينما ديدكند فقد اعتبر \mathbb{N} كتنازل أو تعاقب، وهذا ما دفعه إلى إعطاء الأولوية للخاصية الترتيبية، ونفس الشيء قام به كانتور من خلال استدلاله حول المجموعات جيدة الترتيب مع العلم أن النظرية الترتيبية عند ديدكند تقوم على مفهوم التتالي في حين تتأسس على إضافة الوحدة عند كانتور.

نخلص مما سبق أن الخاصية العادة والخاصية الترتيبية تم تعريفهما عند كل من ديدكند وكانتور وفريجه، لكن بإعطاء الأولوية لاحدهما على الأخرى. كما أن فريجه فهم جيداً النقطة التي ذهب إليها كانتور بخصوص الأعداد الترتيبية، إذ عبر عن ذلك لما كتب في الفقرة §86 : « أجد سببا خاصا في أبحاث كانتور كامتداد لحدود العلم، لأنها أدت إلى تشييد سبيل حسابي خالص نحو الأعداد المجاوزة للنهاية (القدرات، Powers)²، فالأعداد الترتيبية عند كانتور تحدد وتعرف بشكل مستقل وليس كأنماط الترتيب (the order types) للمجموعات جيدة الترتيب.

ومن زاوية أخرى نجد فريجه يقول في مراجعته لعمل كانتور حول " مساهمة في نظرية الأعداد المجاوزة للنهاية " سنة 1892 : « وإذا لم يكن السيد كانتور قد عالج كتابي أسس علم الحساب، فإنه قد قرأه بتمعن، وقد تجنب العديد من الأخطاء... يكرر السيد كانتور تعريفاً أعطاه وهو بصدد اختبار كتابي كما لو كان ملكية فكرية خاصة به. واعتقدت آنذاك بأنه مختلف عن تعريفي، ليس في جوهره وإنما في عباراته فقط. أرى الآن أن الحقائق التي أعلنت عنها في كتابي، هي في نهاية المطاف عبارة عن القطع النقدية التي سقطت في الشارع، والتي يمكن لأي كان أن يعتبرها ملكاً له بالانحناء إليها. وبالنسبة إلى

1. J-Pierre, Belna, *op. cit.*, p. 300.

2 G. Frege. *The Foundations*, *op. cit.*, p. 99.

السيد كانتور فقد حاول أن يقدم تعاريف أخرى (ص ص 23، و56) والتي تبين أنه لا زال متشبثاً وبحزم بموقف قديم، إذ يطلب تجريدات مستحيلة، ولم يكن واضحاً لديه ما يقصده بـ « المجموعة » بالرغم من أن لديه فكرة عن الإجابة الصحيحة، والتي تأتي بشكل ضعيف لما يقول : " المجموعة هي محددة بشكل تام انطلاقاً من أن كل ما ينتمي إليها محدد في ذاته، كما أنها جد مميزة عن كل ما لا ينتمي إليها. هذا التحديد طبعاً سيتحقق بواسطة علامات مميزة (characteristic Marks)، وهذا ليس سوى تعريف مفهوم ما ¹. ومرة أخرى نجد فريجه يعيب على كانتور بأن هذا الأخير ليس لديه أدنى شك عن الصعوبة التي عالجها الأول بإسهاب من الفقرة §34 إلى الفقرة §54 من *Grundlagen*.

في تعريف كانتور للعدد العاد في الفقرة §1 من كتاب 1883 أسس النظرية العامة للمجموعات (*Grundlagen einer allgemeine Mannigfaltigkeitslehre*) باعتماده على تساير (equipollence) مجموعتين و على أن لهما نفس القدرة (power)، يبدو أنه ينظر الى العدد العاد كمفهوم تقع تحته كل المجموعات المسايرة (المكافئة) لـ M ، والذي يظهر بأنه تعريف ليست له علاقة بما تحدث عنه فريجه. ويتضح من هنا أن كانتور ليست لديه فكرة عن المفهوم التقني الذي تبناه فريجه، بل يمكن القول أنه لا زال يوظف التحديد التقليدي الذي يربط العدد بالاسم المشترك، وكمثال على ذلك سنقول وفق التصور الكانتوري أن العدد 10 هو الاسم المشترك الذي تقع تحته كل "عشرة-عنصر" مجموعة (ten-element sets)، وبالتالي فمن الخطأ أن نعتبر مفهوم المجموعة كدلالة على امتداد المفهوم.

إن التعريف الجيد للتكافؤ العددي equinumerosity بالفاظ التساير (equipollence) والذي يحيل على المجموعات عموماً، يعود الى كانتور وليس الى هيوم أو كوساك أو شرودر الذين استحضروهم فريجه، والسبب ربما أنه منشغل أساساً بالمجموعات النهائية.

¹. G. Frege : Review of Georg Cantor *Zur Lehre von transfiniten*, in *Collected papers on Mathematics, Logic and Philosophy*, Edited by Brian McGuinness, Basil Blackwell, first published, 1984, p. 179.

يتجلى في الأخير أن فريجه لم يتيين الصعوبات التي طرحها معالجة اللانهائي مع كانتور، غير أنه يمكن القول أنه كان على حق لما قال بأن كانتور عدل أو غير تعريفه لقدرة المجموعة M لما ذهب الى تعريفها كمجموعة مسايرة لوحدات خالصة (pure units) وليس فقط كمفهوم تقع تحته كل المجموعات المسايرة ل M .

كخلاصة من تفاعل فريجه مع أعمال ديدكند وكانتور نجده يعيب على الأول عدم ذهابه بعيدا في نزعتة المنطقية التي أعلن عنها في كتيب 1888 *Was sind und was sollen die Zahlen ?*، إذ يبرز فريجه في مقدمة كتابه *القوانين الأساسية لعلم الحساب (Grundgesetze)* أن ديدكند يوظف ألفاظا غير منطقية، لكن من الواضح أنهما غير متفقين على ماذا يقصد بالمنطق، حيث يعتمد فريجه على المفهوم والعلاقة التي ينظر إليها كموضوعات منطقية، في حين يعتمد ديدكند على الفئات والانتماء (l'appartenance) والتي يستبعد فريجه من مجال المنطق. وبخصوص تصور كانتور، فقد وجه فريجه انتقادا لتعريف مفهوم القدرة رغم الثناء الذي أبداه على أعمال كانتور، بالإضافة إلى غموض مفردة " الوحدة " التي يستعملها كانتور في " الاتحادات المتكررة للوحدات المتساوية " والوحدات المدركة، كي يصل إلى أن العدد العاد هو بمثابة مجموعة الوحدات الخالصة.¹

REFERENCES

- G. Frege: *The Foundations of Arithmetic*, tr. J. L. Austin, Harper torchbooks, NewYork, first edition, 1960.
- G. Frege : *Les fondements de l'arithmétique*, tr. Claude Imbert, éd Essais, 1972.
- G. Frege: *The Basic laws of Arithmetic*, Exposition of the system, Edited with an introduction by Montgomery Furth, University of California Press, Berkley, Los Angeles, 1964.
- G. Frege: Review of Georg Cantor; *Zur Lehre von transfiniten*, in *Collected Papers on Mathematics, Logic and philosophy*, Edited by Brian McGUINNESS, Basil Blackwell, first published 1984.
- Frege-Husserl : *Correspondance*, Postface de Jean-Toussaint Desanti ; tr Gerard Granel, Edition T.E.R, 1987.

1. Purs Uns.

- E. Husserl : *Philosophie de l'arithmétique, recherches psychologiques et logiques*, tr Jacques English, Puf 1972.
- Dedekind, R., (1888), *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Braunschweig: Vieweg; Trans. W.W. Beman, "The Nature and Meaning of Numbers" in: *Essays on The Theory of Numbers*, Chicago: The Open Court Publishing Company, 1901.
- G. Cantor : *Sur les fondements de la théorie des ensembles transfinis*, tr de F. Marotte, éditions Jacques Gabay, 1989.
- Jean-Pierre Belna : *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege*, Vrin, 1996.
- Hao Wang: "The Axiomatisation of Arithmetic", *Journal of Symbolic Logic*, 1957.

L'influence de Frege sur le premier Wittgenstein est-elle une clef pour l'interprétation du *Tractatus logico-philosophicus* ?

Guillaume DECAUWERT

(Université de Grenoble)

guillaume.decauwert@laposte.net

Abstract

Wittgenstein acknowledged a "debt" to Frege's writings in the Vorwort of the *Tractatus Logico-Philosophicus* and many studies have been devoted to the links between the two logicians and philosophers. But there is still no consensus among commentators on the nature of these connections. After acknowledging this problem, this article seeks to understand Wittgenstein's reading of the text of the *Grundgesetze der Arithmetik*, and considers how he could appropriate the Fregean ideal of logical clarification of thought. Finally, the paper focuses on the question of the origins of the distinction between saying and showing.

Keywords

Frege, Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, *Grundgesetze der Arithmetik*, logical clarification, saying, showing.

ملخص

اعترف فـتـجـنـشـتـاين بأنه مدين لكتابات فريجه في مقدمة كتابه رسالة منطقية-فلسفية، كما أن ثمة العديد من الدراسات التي كُرسَتْ لبحث جوانب الربط بينهما، ومع ذلك، لا نجد إجماعاً بين المُعلّقين حول طبيعة هذه الروابط. ونسعى في هذا المقال إلى فهم قراءة فـتـجـنـشـتـاين لكتاب فريجه *أسس علم الحساب*، ومدى ملائمة هذه القراءة لمثالية فريجه فيما يتعلق بالوضوح المنطقي للفكر. ويُركّز المقال في النهاية على مسألة أصول التمييز بين القول والأداء.

كلمات مفتاحية

فريجه، فـتـجـنـشـتـاين، رسالة منطقية-فلسفية، *أسس علم الحساب*، وضوح منطقي، قول، اظهار.

Résumé

Wittgenstein a explicitement reconnu une « dette » à l'égard des écrits de Frege dans le *Vorwort* du *Tractatus logico-philosophicus* et de nombreux travaux ont été consacrés aux relations entre les deux logiciens-philosophes, mais il n'y a pourtant aucun consensus parmi les commentateurs à ce sujet. Prenant acte de cette difficulté, cet article se propose de comprendre comment Wittgenstein a pu appréhender le texte des *Grundgesetze der Arithmetik*, puis s'approprier l'idéal frégeen de clarification logique de la pensée, et il s'agira finalement de se concentrer sur la question des origines de la distinction entre dire et montrer.

Mot-clés

Frege, Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, *Fondements de l'arithmétique*, clarification logique, dire, montrer.

I. Le *Tractatus* et les « œuvres grandioses de Frege »

L'héritage frégeen du *Tractatus logico-philosophicus* est un thème sur lequel les commentateurs insistent de plus en plus, la référence au logicien d'Iéna semblant susceptible de jeter quelque lumière sur certaines des remarques les plus énigmatiques de Wittgenstein. Le logicien-philosophe viennois a en effet toujours reconnu l'influence du « style » frégeen sur sa pensée, affirmant qu'il pourrait retrouver cette influence « là même où personne, à première vue, ne la soupçonnerait »¹ et le *Traité* assume explicitement sa dette à l'égard des écrits de Frege. Certes, la littérature secondaire a d'abord manifesté un certain dédain envers la pensée du maître allemand – dédain dont devaient résulter diverses erreurs d'interprétation² –, mais les commentateurs qui eurent la chance de côtoyer Wittgenstein ont très tôt souligné l'estime en laquelle il tenait l'auteur des *Grundgesetze der Arithmetik*. Elizabeth Anscombe, notamment, affirme dès 1959 que le philosophe autrichien présuppose de la part de son lecteur une connaissance des écrits du logicien allemand³. L'influence de Frege sur

1. Voir *Zettel*, § 712, p. 123, trad. p. 177 : « (Le style de mes propositions est extraordinairement influencé par Frege. Et si je le voulais, je pourrais montrer que cette influence s'exerce là même où personne, à première vue, ne la soupçonnerait.) ». Voir également *Vermischte Bemerkungen*, 1951, p. 164, trad. p. 163 : « La façon d'écrire de Frege est parfois grande ».

2. Comme le note M. Dummett, le *Tractatus* « est vraisemblablement inintelligible sans une compréhension de son arrière-plan frégeen », *Frege: Philosophy of Language*, p. 662. Sur le manque d'intérêt pour Frege et ses conséquences sur l'interprétation du *Tractatus*, voir F. Schmitz, « Dédain pour le logicisme frégeen et incompréhension du *Tractatus* en France entre les deux Guerres », p. 175-194.

3. Voir *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, p. 12 : « Le *Tractatus* de Wittgenstein a éveillé l'intérêt et reçu l'admiration de beaucoup, mais presque tout ce qui a été publié à son sujet est complètement hors de propos. Si cela a une cause, cette cause réside dans le manque d'intérêt pour Frege et pour la nouvelle direction qu'il a donnée à la philosophie. Dans le *Tractatus*, Wittgenstein suppose et n'essaie pas de stimuler chez ses lecteurs un intérêt pour des questions

Wittgenstein est aujourd'hui pleinement reconnue (voire parfois surévaluée)¹, mais la relation entre les deux logiciens-philosophes donne lieu à des présentations variées et parfois radicalement opposées. C'est qu'il s'avère particulièrement difficile de déterminer la nature et la portée de la « stimulation » que produisit le logicien d'Iéna sur l'auteur du *Tractatus*. Comme l'a remarqué Michael Dummett, Frege est à peu près le seul auteur que Wittgenstein cite avec approbation², mais sur soixante-dix apparitions de thèmes frégréens dans le *Tractatus* une seule remarque (3.318 où la conception de Frege est assimilée à celle de Russell) exprime un accord explicite avec l'auteur de la *Begriffsschrift*. La relation à Frege pourrait alors être pensée en termes de confrontation mais, comme le notait déjà Gordon Baker, les points fondamentaux de désaccord ne font pas l'objet d'identifications et d'explications unanimement acceptées⁴. La brièveté des remarques tractariennes et pré-tractariennes est telle qu'il est même possible de mettre en doute la compréhension par Wittgenstein de ces *grossartigen Werken* Freges dont il faisait l'éloge et de soutenir, avec Warren Goldfarb, que l'auteur du *Tractatus* était loin d'être un grand connaisseur des doctrines frégréennes, dont il n'aurait proposé que des critiques externes et dont il ne se serait rapproché en quelques occasions que pour des raisons essentiellement indépendantes des écrits du logicien allemand⁵. Une telle interprétation n'est pas sans faire polémique chez les New Wittgensteinians, ces derniers liant pour la plupart (à commencer par Cora Diamond et James F. Conant) la lecture « thérapeutique » du *Tractatus* à l'idée selon laquelle le Traité devrait être tenu pour une réponse à une tension interne des écrits frégréens⁶.

Afin de trouver une piste à travers le conflit des interprétations, il peut être utile de se demander pourquoi Wittgenstein, qui avait lu les *Principles of Mathematics* avant les *Grundgesetze der Arithmetik*, a cru bon de se tourner d'abord vers Frege plutôt que vers le Russell. Brian McGuinness suggère qu'il aurait pu entendre parler de Frege par Samuel Alexander, professeur de philosophie à Manchester,

du genre de celles à propos desquelles Frege a écrit ; il considère également comme acquis qu'ils aient lu Frege ».

1. Comme le Remarque H.-J. Glock, « certains commentateurs ne sont pas loin de suggérer que le *Tractatus* n'est rien d'autre que quelques notes de bas de page ajoutées aux textes de Frege » (« Sense and Meaning in Frege and the *Tractatus* », p. 53).

2. Michael Dummett, « Frege and Wittgenstein », dans *Frege and others Philosophers*, p. 236.

3. Voir Daniel Macbeth, « Frege and Early Wittgenstein on Logic and Language », p. 201.

4. G. Baker, *Wittgenstein, Frege and the Vienna Circle*, p. 3.

5. Voir Warren Goldfarb, « Wittgenstein's Understanding of Frege. The Pre-Tractarian Evidence ».

6. Voir J. Conant, « Elucidation and Nonsense in Frege and Early Wittgenstein » ; C. Diamond, « Frege et le non-sens », dans *L'Esprit réaliste. Wittgenstein, la philosophie et l'esprit*, 1995, p. 103-130 ; et, sur la dimension polémique, l'article de Tom Ricketts, « Wittgenstein against Frege and Russell ».

lequel voyait en l'inventeur de l'idéographie le « plus grand philosophe vivant »¹. Mais le choix de Wittgenstein fut sans doute motivé par des raisons proprement philosophiques, en particulier par sa lecture de l'Appendice A des *Principles* où Russell, qui consacrait déjà une bonne trentaine de pages aux « théories logique et arithmétique de Frege », avait ajouté une brève note après la parution du second volume des *Grundgesetze*, note dans laquelle il affirmait que ce dernier ouvrage contient « très probablement la vraie solution » et recommandait fortement à son lecteur « d'examiner l'argument de Frege sur ce point »².

C'est donc d'abord vers l'Appendice A des *Principles of Mathematics* qu'il faut se tourner si l'on veut retrouver la première image que Wittgenstein eut de la pensée frégeenne, image marquée d'un caractère foncièrement russellien³. L'étudiant devait d'abord découvrir un Frege déformé, un Frege qui s'accorderait avec Russell sur la plupart des questions majeures et qui l'aurait même devancé tout en restant méconnu à cause d'un symbolisme trop complexe⁴. Le logicien allemand est présenté comme ayant découvert seul l'essentiel du contenu des deux premières parties des *Principles of Mathematics* (portant respectivement sur les indéfinissables des mathématiques et sur la notion de nombre)⁵.

1. B. McGuinness, *op. cit.*, p. 105, se référant à R.L. Goodstein. Wolfgang Künne suggère que Wittgenstein aurait pu découvrir Frege d'une autre manière, « Was ist eine Funktion? » ayant été publié dans le *Festschrift* dédié à Ludwig Boltzmann (l'œuvre du physicien avait déjà attiré l'attention du jeune homme) mais cela reste incertain. Voir W. Künne, « Wittgenstein and Frege's Logical Investigations », p. 27).

2. *Principles of Mathematics*, Appendice A, p. 522, trad. p. 191.

3. Le texte de Russell peut en effet être considéré comme le premier compte-rendu proposant une vision d'ensemble de la philosophie de Frege : or sa présentation est tributaire d'une interprétation orientée et parfois erronée. Russell découvrit l'œuvre de Frege grâce à Peano alors qu'il était en train d'élaborer sa première philosophie et dans un premier temps n'y comprit goutte « en raison de la grande difficulté de son symbolisme ». Il n'allait en saisir l'importance et la signification qu'après avoir, dira-t-il, « découvert [lui]-même de façon indépendante la plus grande partie de son contenu ». En fait Russell a sans doute subi inconsciemment l'influence (indirecte) de l'auteur de la *Begriffsschrift* par l'intermédiaire des écrits de Giuseppe Peano, et a été conduit à des résultats proches mais distincts de ceux de Frege, résultats qu'il assimile hâtivement à ces derniers (voir M. Beaney, « Frege, Russell and Logicism »), si bien qu'il expose souvent ses propres conceptions en les attribuant à son confrère allemand. Comme le montre D. Vernant, la critique de Frege dans « On Denoting » en 1905 visera ainsi moins Frege que le Russell de 1903. Voir D. Vernant, *La Philosophie mathématique de Bertrand Russell*, p. 201-243.

4. L'Appendice A insiste clairement sur les points de convergence entre les deux logiciens, affirmant que « les points de désaccord sont minces et peu nombreux en comparaison de ceux sur lesquels il y a accord ». Voir *Principles of Mathematics*, p. 501, trad. p. 160.

5. Selon la présentation de Russell, les théories de Frege ne se distingueraient des siennes propres que sur trois points notables : 1°) le statut des concepts : Frege soutient que les concepts ne peuvent devenir sujets logiques (ce que Russell juge contradictoire) ; 2°) la notion d'assertion : Frege « pense que, si un terme a figure dans une proposition, la proposition peut toujours être analysée en a et en une assertion portant sur a », c'est-à-dire qu'il tient l'assertion pour un constituant de la proposition assertée, alors que l'on ne peut, d'après Russell, séparer l'assertion de la vérité qu'en perdant le sens logique de la notion d'assertion au profit de son sens psychologique ; 3°) enfin Frege n'est pas conscient des antinomies exposées au chapitre X de la

II. WITTGENSTEIN, LECTEUR DES *GRUNDGESETZE DER ARITHMETIK*

Comme le rappellent ses principaux biographes, Wittgenstein a en tout cas ressenti la nécessité de suivre au plus vite le conseil donné par Russell à ses lecteurs dans les dernières lignes de l'Appendice *A* et s'est rapidement procuré un exemplaire des *Grundgesetze der Arithmetik* de Frege, dont le deuxième volume avait été publié en 1903, i.e. la même année que les *Principles*¹. Nul doute qu'il ait étudié les deux œuvres simultanément l'une par rapport à l'autre, s'intéressant en particulier au problème principal qui réunissait Frege et Russell, problème dont l'apparition avait marqué de façon décisive leurs itinéraires intellectuels : le fameux paradoxe russellien auquel tentait de répondre en hâte un appendice au volume II des *Grundgesetze*.

Il importe de bien considérer le fait que Wittgenstein aborde les écrits du logicien d'Iéna à partir de ce texte qui, s'il apparaîtra justement à la postérité comme son ouvrage majeur, ne constitue pas la voie la plus aisée pour comprendre un projet que l'auteur avait déjà en vue lors de la publication de la *Begriffsschrift* en 1879 et qui a entre-temps connu quelques évolutions non négligeables. Commencer l'étude de Frege par son *opus magnum* représente une tâche intellectuelle particulièrement ardue. C'est aborder un texte inachevé, abandonné en cours de rédaction, qui se proposait à l'origine d'exposer une nouvelle version de la logique frégréenne et de ses lois fondamentales, de définir les nombres naturels et de prouver certaines lois sous lesquelles ils tombent, surtout de définir les nombres réels ainsi que d'établir rigoureusement les fondements d'une réduction de l'Analyse à la logique. Si les deux premiers volumes réalisent en partie ce projet, la dérivation de l'arithmétique et de l'Analyse dans un système formel dont les axiomes n'exprimeraient que des lois logiques, c'est-à-dire le point fondamental du programme logiciste, aurait dû faire l'objet d'un troisième volume qui ne vit jamais le jour. Une fois prise en compte l'antinomie qui révélera l'inconsistance du système frégréen, l'ouvrage de 1903 peut apparaître à la fois comme le couronnement et comme la fin relative de la carrière mathématique de Frege.

S'il est difficile de déterminer jusqu'à quel degré de précision Wittgenstein a pu assimiler le contenu de ce texte très technique, il importe d'avoir une

première partie des *Principles of Mathematics*. Pour une présentation détaillée des objections russelliennes à Frege, voir Jules Vuillemin, *Leçons sur la première philosophie de Russell*, chap. XI, p. 303-324 (J. Vuillemin semble toutefois sous-estimer la deuxième critique).

1. Voir B. McGuinness, *op. cit.*, trad. p. 105 ; R. Monk, *op. cit.*, trad. p. 42 & sqq. Wittgenstein semble avoir pendant toute sa vie été marqué par la lecture des *Grundgesetze der Arithmetik* dont il était capable de réciter la préface par cœur et dont il conservait toujours, même pendant sa carrière d'instituteur au fin fond de la campagne autrichienne, un exemplaire à portée de main. Voir W. Künne, « Wittgenstein and Frege's Logical Investigations ».

représentation minimale de ce qu'il devait nécessairement y trouver¹. Nous savons qu'il a étudié de façon détaillée la préface du volume I2 dans laquelle Frege rappelle son exigence d'une méthode proprement scientifique en mathématiques, sa conception de l'attribution numérique comme assertion portant sur un concept, indique l'introduction de quelques nouveaux signes importants, expose sa conception des définitions, et surtout développe une longue critique du psychologisme et de l'idéalisme qui a pu avoir un impact décisif sur l'auteur du *Tractatus*. Le premier chapitre de l'ouvrage, intitulé « Exposé de l'idéographie » (*Darlegung der Begriffsschrift*), commence par rappeler le projet logiciste des *Fondements de l'arithmétique* où Frege cherchait à rendre vraisemblable l'idée selon laquelle l'arithmétique est une branche de la logique, indépendante de l'expérience (*Erfahrung*) comme de l'intuition (*Anschauung*). Ce qu'il s'agit maintenant de confirmer en dérivant les plus simples lois des nombres par des moyens purement logiques. S'annonce ainsi dès l'abord une tentative pour mettre au jour les données logiques les plus simples qui déterminent les méthodes d'inférence du raisonnement arithmétique, que Frege appellera « lois fondamentales » (*Grundgesetze*). Un tel projet n'est possible que par un travail d'explicitation de tous les présupposés tacites qui voilent « l'intuition de la nature épistémologique d'une loi » (*die Einsicht in die erkenntnistheoretische Natur eines Gesetzes*). L'exposé de ce qu'il est convenu d'appeler la « seconde idéographie » débute par l'introduction des signes primitifs (*Urzeichen*) dont la signification va être déterminée, et en premier lieu par les notions fondamentales de fonction, de concept et de relation. La fonction est caractérisée par son besoin de complétion par un argument, son « insaturation » (*Ungesättigkeit*) ; sont alors introduites les valeurs de vérité (le Vrai et le Faux), comprises comme valeurs ou dénотations (*Bedeutungen*) d'une fonction, qu'il faudra distinguer de son sens (*Sinn*), et la pensée (*Gedanke*) apparaît comme « le sens du nom d'une valeur de vérité ». La notion d'objet (*Gegenstand*), radicalement opposée à celle de fonction, recouvrira le domaine des entités saturées, c'est-à-dire la totalité de ce qui peut être argument d'une fonction (nombres, valeurs de vérité, parcours de valeurs) et qui se voit désigner par un « nom propre » (*Eigenname*). Apparaîtront les notions fondamentales de parcours de valeur (*Wertverlauf*), concept (*Begriff*), extension de concept, relation (fonction à deux arguments). Frege expliquera ensuite les « signes de fonctions » (i.e., pour l'essentiel, les connecteurs logiques) : de négation, d'identité, de quantification universelle. Le premier chapitre se

1. Pour une présentation d'ensemble du contenu des *Grundgesetze der Arithmetik*, on pourra notamment consulter : A. Kenny, Frege. *An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy*, p. 142-177 ; J.-P. Belna, *op. cit.*, p. 211-218, J. Proust, article « Frege Gottlob » dans A. Jacob (éd.) *Encyclopédie philosophique universelle*, tome 3 : *Les Œuvres philosophiques*, p. 2414.

2. Voir B. McGuinness, *op. cit.*, trad. p. 109. On sait grâce à une lettre de Ph. Jourdain à Frege datée du 15 juin 1914 que Wittgenstein s'est proposé de participer à un projet de traduction partielle des *Grundgesetze der Arithmetik* pour The Monist, qui concernait les parties suivantes : volume I, préface, § 1-8, 51-52, volume II, § 69-80. Il a finalement dû renoncer à cette traduction (voir E. Reck, *op. cit.*, p. 12).

poursuit par une présentation des notations pour les parcours de valeurs, pour l'article défini, de l'usage des lettres alphabétiques, avant de traiter de la déduction, puis d'exposer aux paragraphes 18 et 20 les six « lois fondamentales » qui constituent les axiomes du système frégeen et contiennent en puissance la totalité de l'arithmétique comme de la logique. Le maître d'Iéna présente enfin des réflexions sur les définitions (introduisant le signe « \aleph » et donnant une définition du concept de nombre cardinal). Le chapitre II, plus mathématique (intitulé « Preuves des lois fondamentales du nombre cardinal », *Beweise der Grundgesetze der Anzahl*), expose la théorie des entiers naturels et s'intéresse notamment au premier nombre cardinal transfini)¹.

Le travail de Frege est développé dans un second volume paru en 1913 mais abandonné avant que le projet initial n'ait été achevé. L'auteur des *Grundgesetze der Arithmetik* reçoit en effet en 1902 une lettre de Russell datée du 16 juin dans laquelle le logicien britannique l'informe de l'existence de deux énoncés contradictoires pouvant être dérivés de son système. Un appendice au volume II, écrit en catastrophe, expose en langage frégeen le problème posé par le paradoxe de Russell et tente d'envisager des stratégies pour aboutir à une solution. Le paradoxe qui ébranle les fondements de l'édifice frégeen concerne selon le mathématicien allemand sa loi fondamentale V, qu'il a toujours considérée comme moins évidente (*einleuchten*) que les autres – voire comme n'étant pas assez évidente pour être rangée parmi les lois logiques. Cette fameuse loi V permet de mettre en correspondance un concept et son parcours de valeur (e.g. de passer du concept « Homme » à l'humanité comprise comme ensemble des Hommes). Elle signifie que lorsque deux parcours de valeurs de fonctions sont identiques, les fonctions concernées sont elles-mêmes identiques et réciproquement. C'est par son intermédiaire qu'il est possible de passer de l'identité de deux concepts à l'identité de leurs parcours de valeur, i.e. à une identité d'objets. Cette loi est tout à fait indispensable au système frégeen puisqu'elle est requise pour poser une identité de nombres, sans quoi l'on ne saurait prétendre aboutir à une fondation de l'arithmétique. Se voient alors mises en question la possibilité, dans certains cas, de parler de l'extension d'un concept, et la possibilité d'inférer, de la coïncidence de l'extension de deux concepts, que chaque objet tombant sous l'un doit également tomber sous l'autre.

Ignorant (délibérément) la forme prédicative de l'antinomie russellienne, Frege va poser le problème en termes extensionnels et ne se référer qu'au paradoxe dit « de la classe des classes qui n'appartiennent pas à elles-mêmes ». Si l'on appelle cette dernière la classe C et si l'on se demande si C s'appartient ou non

1. Il est permis de supposer que ces analyses ne sont pas celles qui ont le plus attiré l'attention du jeune Wittgenstein. Il en va de même pour une bonne part du contenu du volume II dans lequel Frege reprend dix ans plus tard la démonstration de théorèmes arithmétiques, abordant les nombres réels, et propose sa théorie des irrationnels. (L'auteur du *Tractatus* devait plutôt s'intéresser à la raison de l'inachèvement de cette dernière théorie, raison qui avait poussé Frege à abandonner son projet initial dans sa totalité.)

elle-même, chaque réponse possible mène à une contradiction : si elle s'appartient elle-même, elle ne peut plus faire partie des « classes qui n'appartiennent pas à elles-mêmes » ; et si elle ne s'appartient pas elle-même, elle doit faire partie des « classes qui n'appartiennent pas à elles-mêmes », c'est-à-dire s'appartenir elle-même¹. Frege recherche alors l'origine précise de la contradiction au sein de son système symbolique et la situe dans sa loi Vb². Aucune difficulté ne vient en effet de la loi Va, qui permet la transformation de la généralité d'une identité en une identité de *Werthverläufe*. Le problème réside exclusivement dans la partie b de ladite loi, qui permet de conclure de l'identité des *Werthverläufe* de deux fonctions à leur identité de parcours de valeur pour tout argument possible. Après avoir montré que deux concepts de même extension peuvent ne pas être équivalents (se voir toujours correspondre les mêmes objets), Frege conclut qu'il faut amender la loi Vb. Le cas exceptionnel qui pose ici problème s'avère être toujours celui d'un concept sous lequel

1. Que faire ? Faut-il « supposer que la loi du tiers exclu ne vaut pas pour les classes » ou qu'il y a des cas dans lesquels aucune classe ne correspond à un concept irréprochable ? La première possibilité impliquerait que les classes ne soient pas des objets réels (car tous les objets se soumettent à la loi du tiers exclu), la seconde menacerait la correspondance entre les classes-objets et des concepts, c'est-à-dire des entités « prédicatives » ou « insaturées ». Et il faut que les classes puissent à la fois apparaître comme des objets (c'est-à-dire être désignées par des noms propres) pour prendre la place de sujet dans des propositions (comme « la classe des nombres premiers contient une infinité d'objets ») et qu'elles soient déterminées par des concepts (qui gardent selon Frege une certaine primauté par rapport à leurs extensions puisqu'ils les déterminent). Tenir les classes (ou les parcours de valeurs) pour des « objets impropres » (*uneigentliche Gegenstände*) reviendrait à leur ôter la possibilité d'occuper la place d'argument de fonctions de premier niveau, ou plutôt cela conduirait à distinguer parmi les fonctions de premier niveau entre celles qui s'accommodent d'objets impropres et celles qui ne les acceptent pas. Frege montre qu'une telle démarche aboutirait à « une multiplicité incalculable de types (*Arten*) », à ce que nous pourrions appeler une « théorie des symboles incomplets » qui manquerait d'une « législation complète » (*eine vollständige Gesetzgebung*), i.e. qui n'aurait pas de fondement logique suffisant. Resterait alors la possibilité de tenir les noms de classe pour des pseudo-noms propres dénués de dénotation lorsqu'ils sont pris isolément et qui ne peuvent être que des parties de signes dénotants. Cette voie est aussi une impasse car elle impliquerait que ce que nous tenons d'ordinaire pour un signe numérique ne soit pas un signe réel mais une simple partie de signe : il serait par exemple impossible de définir isolément le signe « 2 », ou de le remplacer par une lettre et la généralité des propositions arithmétiques serait alors perdue.

2. Comme il l'explique au paragraphe 9 des *Grundgesetze der Arithmetik* (p. 14-15), Frege note $\varepsilon f(\varepsilon)$ le parcours de valeurs de la fonction f , et $\alpha g(\alpha)$ le parcours de valeurs de la fonction g . Il affirme ensuite qu'« on peut transformer la généralité d'une identité en une identité de parcours de valeurs et vice versa », cette possibilité pouvant être tenue pour une loi logique invariablement employée (même de façon tacite) lorsqu'on parle des parcours de valeurs. Si nous désignons alors par $\varepsilon(\varepsilon 2 - \varepsilon)$ le parcours de valeur de la fonction représentée au moyen de la formule $x2 - x$, et par $\alpha(\alpha \cdot (\alpha - 1))$ le parcours de valeurs de la fonction représentée au moyen de la formule $x \cdot (x - 1)$, nous pouvons affirmer que $(x)[x2 - x = x \cdot (x - 1)]$ a toujours la même valeur de vérité que $\varepsilon(\varepsilon 2 - \varepsilon) = \alpha(\alpha \cdot (\alpha - 1))$. Cette équivalence sera exprimée au paragraphe 20 sous la forme suivante : $\varepsilon f(\varepsilon) = \alpha g(\alpha) = (x)[f(x) = g(x)]$ (loi fondamentale V). Il est ensuite possible de distinguer la loi Va : $(x)(Fx = Gx) \rightarrow \varepsilon F = \varepsilon G$ de la loi Vb : $\varepsilon F = \varepsilon G \rightarrow (x)(Fx = Gx)$ selon le sens de lecture de l'équivalence. L'Appendice du volume II montrera qu'une contradiction peut être dérivée de Vb lorsque l'on formule le concept « être un objet x qui est l'extension d'un concept sous lequel x ne tombe pas ».

tombe sa propre extension, l'apparition d'un tel cas ne pouvant aucunement être évitée. Le logicien suggère alors de préciser le critère d'identité pour deux extensions : l'extension d'un premier concept coïncidera avec celle d'un second si chaque objet qui tombe sous le premier concept, à l'exception de l'extension du premier concept, tombe aussi sous le second concept, et si réciproquement chaque objet qui tombe sous le second concept, à l'exception de l'extension du second concept, tombe également sous le premier concept¹. Étendant ce principe aux parcours de valeurs en général, Frege le nomme « loi fondamentale V' » et le substitue à la loi V, pensant ainsi pouvoir éviter la contradiction. Si cette démarche s'avérera plus tard n'être qu'un moyen de « déplacer » la contradiction plutôt qu'une solution pour la surmonter, et si Frege reconnaîtra lui-même que le paradoxe de Russell a véritablement détruit sa logique, l'auteur pressé du *Nachwort* semble en définitive plutôt satisfait et présente son projet d'ensemble comme étant sur la bonne voie. Telle est l'image de l'œuvre de Frege que Wittgenstein dut recevoir en découvrant les *Grundgesetze der Arithmetik*.

Qu'il ait ou non conservé cette image après une réflexion approfondie et des discussions avec Frege sur les concepts fondamentaux de la logique dont nous ne connaissons pas le contenu exact, cela reste à déterminer. Nous disposons en tout cas à présent d'un schéma approximatif de l'itinéraire emprunté par Wittgenstein pour aborder les œuvres frégréennes en passant par ces étapes décisives que sont les *Principles de Russell* et les *Grundgesetze*. La question se pose alors de savoir si ce cheminement a pu aboutir à une saisie adéquate du projet de Frege et dans quelle mesure l'auteur du *Tractatus* a pu se reconnaître dans un tel projet.

III. LE PROJET FRÉGÉEN D'UNE CLARIFICATION LOGIQUE DE LA PENSÉE ET SON INTERPRÉTATION WITTGENSTEINIENNE

L'une des données historiques majeures susceptibles d'éclairer le rapport de Wittgenstein à Frege réside dans l'incapacité radicale dans laquelle fut ce dernier de comprendre la *Logisch-philosophische Abhandlung* lorsque son auteur lui en envoya le manuscrit : « Il n'en a pas compris un traître mot », écrit, dépité, Wittgenstein à Russell le 19 août 1919². En témoignent quatre lettres envoyées par Frege pour répondre au texte du *Traité*, dans lesquelles le logicien d'Iéna se dit inapte à émettre un jugement fondé à propos de l'ouvrage dans la mesure où

1. *Ibid.*, p. 262, trad. angl., p. 139.

2. *Briefe*, 1980, p. 88, trad. angl. dans B. McGuinness et G. H. von Wright (éds) *Ludwig Wittgenstein: Cambridge Letters*, p. 124-125, trad. fr. de J.-P. Cometti, Sud, *L. Wittgenstein* (hors-série), 1986, p. 230. Voir Jean-Maurice Monnoyer, « Pas un traître mot. Pourquoi Frege ne pouvait comprendre le *Tractatus* ».

son « sens n'est pas pour [lui] assez évident »¹ et ajoute que ce sens ne pourrait être saisi qu'au moyen de clarifications supplémentaires. Les lettres de Frege à Wittgenstein manifestent en effet une triple incompréhension de l'ouvrage : 1°) une incompréhension conceptuelle, puisque Frege refuse d'accepter des expressions qui, comme « être le cas » (*der Fall sein*) ou « fait » (*Tatsache*), ne reçoivent pas de définition précise ; 2°) stylistique, puisqu'il ne saurait appréhender un texte résolument non-scientifique autrement que comme une pure création artistique étrangère à sa propre démarche de logicien ; 3°) d'ordre méthodologique enfin, car Frege se sent tout à fait incapable d'identifier un problème général que le *Traité* se proposerait de résoudre.

L'incompréhension frégéenne du *Tractatus* témoigne d'une divergence fondamentale entre les manières respectives dont l'auteur de la *Begriffsschrift* et Wittgenstein concevaient la logique et la philosophie. Si nous voyons aujourd'hui en Frege l'un des principaux fondateurs de la logique moderne ou un philosophe spécialiste de certaines questions techniques, il importe de noter que sa démarche initiale fut d'ordre mathématique. C'est à travers l'examen du concept de nombre que le mathématicien d'Iéna fut conduit à effectuer le long détour que constituent ses réflexions logico-philosophiques. Ce détour fut rendu nécessaire par son programme scientifique lui-même, exposé dès les premières lignes du corpus frégéen. Le *Vorwort* de la *Begriffsschrift* détermine en effet dès 1879 une orientation précise du projet de Frege vers un questionnement sur le statut des jugements arithmétiques, lesquels doivent selon lui être compris à partir de la pure logique plutôt qu'en fonction de l'expérience ou de la psychologie. La question se pose alors en ces termes : « jusqu'où [peut-on] aller dans l'arithmétique grâce aux déductions seules, appuyé uniquement sur les lois de la pensée (*die Gesetze des Denkens*), qui sont au-dessus de toutes les particularités »² ? Le but est ici de parvenir à une définition strictement logique du concept de nombre à travers une réflexion au sein de laquelle ne subsisterait plus aucun élément intuitif. La réalisation de ce projet requiert le dépassement de l'obstacle que constitue « l'insuffisance de la langue » (*der Unzulänglichkeit der Sprache*)³, d'où l'invention d'une « écriture conceptuelle », d'une *Formelsprache des reinen Denkens* permettant d'exposer de façon adéquate les lois de la pensée logico-mathématique⁴. Le projet idéographique se présente alors comme un moyen de faire avancer la science,

1. *Ibid.* Voir J. Floyd, traduction anglaise des lettres de Frege à Wittgenstein : « Gottlob Frege, Letters to Ludwig Wittgenstein » (avec Burton Dreben), dans E. De Pellegrin (éd.) *Successor and Friend: Georg Henrik von Wright and Ludwig Wittgenstein* (à paraître aux éditions Springer Verlag), Prefatory note to the translation ; J.-M. Monnoyer, *art. cit.*, p. 16.

2. *Begriffsschrift: Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, *Vorwort*, p. IV, trad. p. 6.

3. *Ibid.*

4. *Ibid.*

placé sous le parrainage de Bacon et des traités de la Méthode¹, la *Begriffsschrift* apparaissant comme une sorte d'instrument scientifique, un « moyen inventé pour des buts scientifiques déterminés », et non comme une entreprise qui se prétendrait d'abord philosophique. Bien entendu, l'outil symbolique ne sera pas inutile aux philosophes dans la mesure où c'est une tâche de la philosophie que de « rompre l'emprise du mot sur l'esprit humain (*die Herrschaft des Wortes über den menschlichen Geist zu brechen*) »², mais si Frege est conduit à croiser ces derniers, c'est sur un itinéraire qu'il se représente comme logique et épistémologique³. Bien que le logicien ait vite compris qu'une enquête sur le concept de nombre « ne peut manquer d'être marquée de philosophie »⁴ et ait toujours considéré que les philosophes peuvent « tirer de [ses écrits] quelque usage à leurs propres fins »⁵, cela ne signifie nullement qu'il se soit tenu lui-même pour un philosophe. Au contraire, le maître d'Iéna se présente d'abord comme un auteur scientifique (*ein wissenschaftlichen Schriftsteller*) dont la tâche consiste à construire un édifice sur des fondements inébranlables. L'évolution de son travail est bien celle d'un programme scientifique que l'on peut cerner de façon claire et précise : Frege s'est proposé de traiter sous toutes ses facettes l'unique question des fondements de l'arithmétique, question qui apparaît de son point de vue comme un problème d'essence mathématique. La direction prise pour résoudre ce problème réside en premier lieu dans la construction d'une langue symbolique ayant le double statut de caractéristique et de calcul, langue qui lui permettra notamment d'aboutir à une définition logique de la notion de « succession dans une suite » pour peu à peu progresser vers le concept de nombre cardinal. Au-delà du caractère inapproprié du langage ordinaire, le chemin s'avérera jonché d'une série d'obstacles dont le plus important est constitué par la tendance des contemporains de Frege à rapporter les raisonnements logiques et mathématiques à des « images intérieures » (*innern Bilder*)⁶, mettant ainsi en péril l'objectivité de la pensée et son indépendance à l'égard de représentations (*Vorstellungen*) idiosyncrasiques. Face au danger du

1. Comme le remarque justement Cl. Imbert, « l'idéographie prend place dans une série de langages artificiels, ordonnés selon la précision, où elle est précédée par le style géométrique d'Euclide et par la langue arithmétique » (« Le projet idéographique », p. 627).

2. *Begriffsschrift*, p. VI.

3. « Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene » (1896) dans *Kleine Schriften*, p. 370-371. Voir Jean Largeault, *Logique et philosophie chez Frege*, p. 13-30. S'il n'évitera pas Kant et Leibniz, il est relativement clair que la démarche de Frege se caractérise d'abord à ses propres yeux dans son rapport à celles de purs logiciens comme Boole ou Peano, s'en distinguant par une divergence de projet scientifique : le maître d'Iéna rejette l'algébrisation booléenne de la logique qui lui semble trop formelle et trop abstraite pour exprimer un contenu précis, et le Formulaire péanien lui paraît viser la communication d'un savoir déjà acquis plutôt qu'une analyse des concepts mathématiques.

4. Frege, *Grundlagen der Arithmetik*, p. V, trad. p. 118 ; « Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift », trad. de Cl. Imbert dans *Écrits logiques et philosophiques*, p. 69. Voir l'ouvrage introductif d'Ali Benmakhlouf, *Gottlob Frege, logicien philosophe*.

5. *Grundlagen der Arithmetik*, p. XI, trad. p. 123.

6. Voir par exemple, *Grundlagen der Arithmetik*, p. V-X.

psychologisme, il faudra revenir à des « fondements logiques généraux » et déterminer une méthode spécifique, ou du moins quelques principes essentiels, exposés dans l'introduction des *Grundlagen der Arithmetik* : 1°) « nettement séparer le psychologique du logique, le subjectif de l'objectif » ; 2°) « rechercher ce que les mots veulent dire non pas isolément mais pris dans leur contexte »¹ ; et 3°) « ne jamais perdre de vue la différence entre concept et objet »². Les *Grundlagen* procèdent à un examen critique de diverses théories sur la nature des propositions arithmétiques et sur le concept de nombre cardinal, notion qui fera ensuite l'objet d'une définition inédite à partir de l'idée purement logique de relation biunivoque (équinuméricité). Reste alors à exposer cette découverte fondamentale dans un symbolisme parfaitement rigoureux. Telle sera la tâche principale des *Grundgesetze der Arithmetik*, qui formaliseront les résultats des *Grundlagen* et dériveront les lois les plus simples des nombres cardinaux à partir de moyens strictement logiques (tout en conservant des paragraphes en allemand pour faciliter la compréhension du lecteur). Mais la découverte du paradoxe de Russell viendra soudain, selon les termes de Frege, « ébranler un des fondements de son édifice après que le travail a été achevé »³ et finira même par détruire le projet scientifique du logicien.

Se pose alors la question de savoir dans quelle mesure Wittgenstein a pu tenir le *Tractatus* pour une continuation de ce projet scientifique. De ce point de vue, on doit bien remarquer que l'auteur du *Traité* ne semble pas accorder d'importance particulière à la question directrice des investigations frégréennes, à savoir le problème du fondement de l'arithmétique. La question du lien entre logique et mathématiques n'est en effet abordée qu'en deux courts passages tardifs du *Traité* (6.02-6.031 et 6.2-6.241) qui, s'ils suggèrent un rapport étroit entre les deux disciplines (définissant le nombre par l'opération de succession et affirmant que « la mathématique est une méthode logique », 6.2), mettent clairement en cause la doctrine logiciste. Le problème principal n'y est plus le fondement de l'arithmétique mais celui de la logique elle-même.

On pourrait, à cet égard, être tenté de reconnaître dans le *Tractatus* une reprise du projet idéographique frégréen dans la mesure où plusieurs remarques correspondent à la tentative en vue de « rompre l'emprise du mot sur l'esprit humain » au moyen de procédés syntaxiques capables de mettre en évidence les propriétés logiques du langage que son apparence ordinaire dissimule. S'il ne reprend pas le symbolisme de l'*Idéographie*, Wittgenstein peut être rattaché à une tradition leibnizienne en laquelle différents procédés scripturaux (on pense notamment à la méthode des tables de vérité, à la notation a-b) sont mis en œuvre afin de préserver la pensée des ambiguïtés dont souffrent les langues vernaculaires. Mais le besoin d'une idéographie capable de révéler la forme logique réelle des propositions, s'il est reconnu par le *Tractatus* (3.323, 3.325,

1. Sur ce point, voir P.M.S. Hacker, « Semantic Holism: Frege and Wittgenstein ».

2. *Grundlagen der Arithmetik*, p. X, trad. p. 122.

3. Nachwort des *Grundgesetze der Arithmetik*, p. 253.

4.0031), ne conduit pas chez Wittgenstein à la construction d'une langue auxiliaire, i.e. d'un simple outil soumis à « des buts scientifiques déterminés » et pouvant de ce fait ignorer tout ce qui ne constitue pas un véritable contenu conceptuel (i.e. ignorer ce que Frege nommait la « coloration », *Färbung*, des pensées). Quoique conscient du risque d'un déguisement de la pensée par la langue (4.002), le philosophe autrichien affirme que « toutes les propositions de notre langue usuelle sont en fait, telles qu'elles sont, ordonnées de façon logiquement parfaite » (5.5563) et identifie la pensée à la proposition pourvue de sens (3.5, 4.). Il est clair qu'une identification de ce type rend impossible l'idéographie telle que Frege l'entendait, ou conduit du moins à en détourner l'orientation fondamentale en remplaçant la construction d'un système symbolique capable de permettre l'expression adéquate des pensées scientifiques par une mise en lumière de l'essence de toute représentation langagière¹.

En outre, la philosophie du *Tractatus* fait perdre tout sens à la quête frégréenne de « lois fondamentales ». Si Frege distingue entre le travail de clarification logique de la pensée permis par l'idéographie et l'établissement de lois logiques, ces dernières se voyant octroyer le statut de vérités scientifiques, c'est-à-dire de propositions douées d'un véritable contenu, Wittgenstein va rejeter de façon radicale une telle conception des lois logiques. La logique ne peut selon lui acquérir le statut de science véritable, elle doit se contenter de rendre plus claires nos propositions. Les lois logiques sont vides de contenu, elles disent toutes la même chose, c'est-à-dire rien du tout (5.43), de sorte qu'il devient inutile de rechercher des lois plus « fondamentales » que d'autres (6.127).

Wittgenstein s'écarte donc profondément de Frege sur trois points que le logicien d'Iéna tenait pour tout à fait décisifs : le projet logiciste, la construction de l'idéographie et la quête de lois fondamentales. Il n'y a dès lors rien d'étrange à ce que la nature de son influence sur l'auteur du *Tractatus* soit restée pour Frege une énigme et qu'il n'ait pu comprendre pourquoi ses œuvres se voyaient évoquées de façon élogieuse dans l'Avant-propos du Traité : « Il a dû se sentir, écrit son biographe Lothar Kreiser, comme un paysagiste que l'on remercierait pour la création d'un jardin qu'il n'a pas dessiné et où il n'a jamais mis les pieds »². La perspective d'une lecture du rapport entre Wittgenstein et Frege en termes de méthode reste elle-même limitée dans la mesure où, si le *Tractatus* fait siens les trois principes énoncés dans l'Introduction des *Grundlagen der Arithmetik*, il ne leur accorde pas de façon explicite un statut privilégié. On peut alors aller jusqu'à se demander si la prétendue « dette » de Wittgenstein à l'égard

1. Wittgenstein pouvait trouver chez Frege lui-même des éléments suggérant une telle orientation. Que l'on pense par exemple à la manière dont ce dernier insiste sur la valeur logique de la maîtrise de langues étrangères, qui permettrait de saisir certaines structures logiques communes à toutes les langues. Nul doute, toutefois, qu'il y ait ici une opposition fondamentale de Wittgenstein au projet idéographique de Frege et Russell. Sur ce point, voir H.-J. Glock, « Sense and Meaning in Frege and the *Tractatus* », p. 54.

2. L. Kreiser, Gottlob Frege, *Leben-Werk-Zeit*, p. 580.

des travaux de Frege n'est pas quelque peu exagérée, si ce n'est en partie imaginaire, voire si l'auteur du *Tractatus* a réellement saisi l'orientation fondamentale du projet frégeen.

La maîtrise et l'assimilation par Wittgenstein des doctrines de Frege, jadis objet d'un long consensus parmi les commentateurs¹, a récemment été mise en doute par Warren Goldfarb dans un article important². Contre Peter Geach, Cora Diamond et Thomas Ricketts, W. Goldfarb affirme qu'il est loin d'être évident que Wittgenstein se soit engagé de façon approfondie dans l'étude de la pensée du logicien d'Iéna. Les références explicites de Wittgenstein à Frege, remarque-t-il, touchent des points relativement généraux de sa théorie logique et la plupart des aspects centraux de cette théorie ne sont pas même évoqués ; ses critiques sont brèves, obscures, et ne peuvent donc pas nous renseigner avec précision sur son degré de maîtrise de la pensée frégeenne. Qu'il y ait d'indéniables similitudes entre les écrits du logicien et certains aspects de la première philosophie de Wittgenstein n'implique pas nécessairement qu'il y ait eu à propos de chaque point concerné une influence directe de Frege. Il demeure possible, face à ceux qui croient reconnaître dans le *Tractatus* des réponses à de prétendues « tensions » inhérentes à la pensée frégeenne, de considérer « que Wittgenstein et Frege parviennent à des idées [...] qui ont de nombreux points communs, et qu'ils y parviennent indépendamment »³.

Nous ne prétendons pas apporter de réponse définitive à ces conflits herméneutiques, qui rappellent à quel point les recherches sur le *Tractatus* sont (et seront probablement toujours) complexes et incertaines. Il est en tout

1. Les interprètes semblent avoir rapidement considéré que le jeune philosophe aurait étudié de façon approfondie les écrits frégeens, qu'il aurait ensuite critiqués de façon plus ou moins pertinente. Tel est par exemple le point de vue de M. Dummett, qui distingue des cas dans lesquels Wittgenstein s'appuie sur des doctrines de Frege pour en mettre au jour les développements rigoureux, et d'autres cas dans lesquels il tente, selon l'historien de la philosophie analytique toujours en vain, de combattre l'emprise de la pensée frégeenne (voir M. Dummett, « Frege and Wittgenstein »). Certains commentateurs ont pu accorder encore plus de valeur à la compréhension wittgensteinienne de Frege, affirmant que l'auteur du *Tractatus* parvient non seulement à saisir tout le sens de la philosophie de la logique frégeenne, mais qu'il en propose la seule interprétation rigoureuse et dévoile en outre l'incohérence de ses fondements. Gordon Baker écrivait ainsi en 1988 que Wittgenstein « pourrait être présenté comme le témoin vedette dans les débats actuels à propos de l'interprétation de la pensée de Frege » dans la mesure où il s'est avéré être un critique perspicace et bienveillant dont l'étude minutieuse des écrits du maître a été complétée par des discussions et des échanges épistolaires. La philosophie de la logique du *Tractatus* n'en serait pas moins « l'antithèse absolue de celle de Frege » dont elle identifierait rigoureusement les idées directrices pour les critiquer (voir G. Baker, *Wittgenstein, Frege and the Vienna Circle*, p. 63-64).

2. W. Goldfarb, « Wittgenstein's Understanding of Frege. The Pre-Tractarian Evidence ».

3. *Ibid.*, p. 187. Cela ne revient pas à nier que l'auteur du *Traité* ait compris Frege correctement, et il est du reste clair qu'il se réfère souvent à lui de façon plus ou moins explicite. Mais on peut légitimement se demander si la plupart des remarques tractariennes dans lesquelles d'aucuns croient reconnaître des « traces » de la pensée de l'inventeur de l'idéographie ne sont pas, en dernière analyse, trop cryptiques pour que l'on puisse y identifier l'influence d'un auteur en particulier et surtout y faire la différence entre celle du maître d'Iéna et celle de Russell.

cas clair que l'évocation élogieuse par Wittgenstein des œuvres de Frege ne peut signifier que son *Traité* aurait pour but de poursuivre le projet frégeen sans en modifier la nature. Si Wittgenstein a manifesté une réelle admiration pour Frege et s'il semble avoir réfléchi à la valeur de certaines de ses idées, son influence réside moins dans un contenu doctrinal que dans une sorte de stimulation, une impulsion (*Anregung*), une incitation à penser, au risque pour le jeune philosophe d'aboutir à des pensées qui ne pourraient être comprises par ses propres maîtres. Il importe de rechercher ce qui, dans l'œuvre de Frege, a pu faire germer la plus déroutante mais aussi la plus fondamentale de ces pensées, celle que Wittgenstein présentait à la fois comme son « argument principal » et comme « le problème cardinal de la philosophie » (lettre à Russell du 19 août 1919) : la distinction entre dire et montrer.

IV. DIRE ET MONTRER CHEZ FREGE ET WITTGENSTEIN : BREF ÉTAT DES LIEUX DE LA CRITIQUE

Bien que la relation de Wittgenstein aux œuvres de Frege s'établisse sur un territoire complexe et incertain, nous avons pu y marquer quelques points de repère susceptibles d'orienter la recherche. La question des origines frégeennes de la distinction entre dire et montrer a de surcroît fait l'objet de plusieurs travaux importants, depuis la parution en 1976 d'un célèbre article de Peter Geach dont le contenu fut repris et complété par Jacques Bouveresse au début des années quatre-vingt. Si l'intérêt de ces analyses est certain, leur contenu qui participe de la lecture « orthodoxe » du *Tractatus* – a néanmoins été récemment mis en cause par les représentants principaux de la lecture dite « nouvelle » de l'ouvrage : Cora Diamond et James Ferguson Conant.

1. La lecture de Peter Geach : l'intuition logique de distinctions indicibles

Une première étude approfondie du rapport entre la distinction dire/montrer et les conceptions logiques de Frege a été proposée par Peter Geach dans son texte de 1976 : « *Saying and Showing in Frege and Wittgenstein* ». Prenant acte de l'obscurité de la « doctrine » de Wittgenstein, qui risque de passer pour une ingénieuse mystification non dénuée de quelque charlatanisme, le philosophe de Leeds y admet toutefois qu'il n'est pas impossible qu'une conception autodestructrice puisse, à travers certaines expressions dépourvues de sens, transmettre « une intuition qui ne peut être exprimée dans de véritables propositions »¹. C'est ce qui aurait permis à P. Geach d'aboutir à une lecture approfondie des écrits frégeens, en lesquels le commentateur affirme reconnaître l'ébauche de la fameuse distinction du *Tractatus* :

1. Peter Geach, « *Saying and Showing in Frege and Wittgenstein* », p. 54.

Plusieurs aspects fondamentaux de l'opposition wittgensteinienne entre dire et montrer peuvent déjà être discernés dans les écrits de Frege ; elle n'y est bien sûr appliquée qu'à la philosophie de la logique et elle y est, soutiendrais-je, solidement défendue et défendable – il est difficile de construire quelque autre solution cohérente.¹

Wittgenstein, explique alors le philosophe de Leeds, aurait en fait proposé une sorte d'extension de la doctrine frégréenne au-delà des limites au sein desquelles son auteur la considérerait comme pertinente.

Cette hypothèse de lecture conduit le commentateur à formuler quatre affirmations principales : 1°) la philosophie de la logique de Frege aurait déjà poussé le maître d'Iéna à soutenir qu'il existe des distinctions logiques catégorielles qui se montrent clairement d'elles-mêmes dans une langue formalisée bien construite mais qui ne peuvent pas être assertées sous forme de propositions du langage ; 2°) les distinctions catégorielles en question seraient à la fois des caractères des expressions langagières et de la réalité décrite par le langage ; 3°) le *Tractatus* reprendrait de Frege la première de ces thèses, qu'il se contenterait de modifier en reconnaissant davantage de distinctions catégorielles que le logicien d'Iéna et il affirmerait la seconde avec plus d'intensité ; 4°) l'idée frégeo-wittgensteinienne d'une monstration ineffable s'avèrerait presque impossible à éviter lorsque l'on réfléchit sur la logique ; Wittgenstein aurait cru pouvoir l'étendre à des domaines comme l'éthique, l'esthétique et la religion où des propositions qui semblent *prima facie* décrire une réalité auraient en fait, comme les phrases employées de façon didactique en logique, « pour rôle de transmettre des intuitions »².

Peter Geach revient en premier lieu sur le fameux paradoxe engendré par la conception frégréenne des fonctions. Selon la distinction substantielle qu'effectue le logicien d'Iéna entre la fonction (en logique le concept) et l'argument (l'objet), il est impossible de compléter le prédicat « est une fonction » par un sujet pour produire une affirmation bien formée et vraie. L'une des déterminations essentielles des idées de fonction et d'objet réside en effet dans la place qu'ils occupent au sein des propositions pourvues de sens : une fonction doit nécessairement prendre une valeur prédicative et un objet ne peut apparaître que comme sujet logique en venant compléter un signe fonctionnel. Dès lors, il est absurde de dire quoi que ce soit à propos des fonctions, car cela présupposerait d'en faire des sujets de propositions, i.e. de nier leur nature fonctionnelle. On ne peut dire dans un symbolisme correct « la référence (*Bedeutung*) du prédicat “ — a tué César ” est un concept », ni « la référence (*Bedeutung*) du foncteur “ la racine carrée de — ” est une fonction », car de telles propositions constituent des descriptions définies, des noms propres logiques (*Eigennamen*) au sens frégréen, et doivent donc représenter des objets,

1. *Ibid.*

2. *Ibid.*, p. 56.

c'est-à-dire des entités saturées, alors que la fonction est par essence insaturée. Cette difficulté est explicitement affrontée par Frege dans « Concept et objet » et, comme le montre P. Geach, elle ne conduit pas le logicien à un échec total, loin de là. Il s'avère simplement nécessaire de reconnaître la valeur didactique de formules contenant un signe fonctionnel à la place de sujet et constituant donc des non-sens du point de vue de l'idéographie. Il est en effet indispensable d'expliquer au lecteur qu'une fonction est insaturée, ou qu'un concept n'est pas un objet, même si l'expression de telles considérations ne respecte pas les exigences de la *Begriffsschrift*. Comprendre ces distinctions catégorielles fondamentales revient précisément renoncer à les exprimer dans des propositions du symbolisme logique et à les reconnaître immédiatement dans chaque proposition bien construite de la langue formalisée.

Le « paradoxe de Frege » n'a, en effet, jamais semblé à son auteur représenter une véritable menace pour les fondements de son système logique. Le logicien s'est contenté de prendre acte d'une limite, somme toute peu significative, de son idéographie et n'a jamais cherché à apporter une solution théorique aux formules paradoxales que pouvait occasionner le caractère ineffable de la nature prédicative des concepts. Il peut d'ailleurs sembler que la difficulté ici en jeu ne puisse être dépassée par aucun contenu théorique. La stratégie que proposera Carnap – passer du « mode matériel » du discours, portant sur des objets, à son « mode formel », portant sur des expressions langagières¹ – comme ce que Quine a nommé la « montée sémantique » (*semantic ascent*)², sont ici dépourvus d'utilité. Parler de mots au lieu de parler d'objets ne peut résoudre le problème car la distinction entre fonction et objet devra nécessairement réapparaître à chaque niveau de langage, mais aussi parce que les noms de fonctions n'interviennent jamais isolément et perdent tout leur sens lorsque l'on tente de les séparer d'une proposition au sein de laquelle ils opèrent. Dans la mesure où la distinction entre la fonction et l'objet constitue dans le système frégeen une donnée logique fondamentale et irréductible, elle sera toujours présupposée par chaque énoncé bien construit.

Or, si Wittgenstein ne partage pas l'analyse frégeenne de la proposition en termes de fonction et d'objet, ni son assimilation à un « nom composé », l'auteur du *Tractatus* convient avec le logicien allemand qu'il n'y a aucun sens à parler d'un signe fonctionnel isolé. Il insiste certes beaucoup moins que le maître d'Iéna sur l'idée de fonction, mais un certain nombre de ses remarques sur les relations s'appliquent de toute évidence aux symboles fonctionnels. Une relation entre des choses sera représentée symboliquement par une relation déterminée entre des noms (3.1432) et, pour Wittgenstein comme pour Frege, un signe de relation sans ses relata est une monstruosité³. On ne peut donc

1. R. Carnap, *Logische Syntax der Sprache*, 1934.

2. Voir *supra*, § 36.

3. S'il ne faut pas considérer, pourrions-nous remarquer à partir de 3.1432, que « le signe complexe aRb dit que a est dans la relation R avec b », mais plutôt que le fait « que "a" soit dans

légitimement formuler des propositions à propos de relations ou de fonctions : Wittgenstein et Frege s'accordent sur ce point et considèrent l'un comme l'autre que ces distinctions catégorielles concernent à la fois la réalité et toute forme de langage, de sorte que chercher à éviter le problème par la construction de propositions métalangagières doit être tenu pour vain.

Ces réflexions sur le statut logique des fonctions assurent selon P. Geach l'importance philosophique de la distinction tractarienne entre dire et montrer. La fameuse distinction trouverait en effet sa principale origine dans les travaux de Frege, dont la valeur pour le développement de la logique est tout à fait indéniable :

Le caractère indescriptible de la structure logique, la structure commune aux faits-propositions langagiers et aux faits du monde qu'ils sont censés représenter, est évidemment un leitmotiv du *Tractatus*. Une fois l'arrière-plan frégeén complété, la doctrine ne peut plus apparaître comme une mystification, même si elle reste mystérieuse : et la différence entre propositions et noms, comme celle entre noms et prédicats chez Frege, ne sera pas considérée comme une affaire de distinction intuitive entre les suites de signes qui font sens et celles qui constituent des non-sens, mais comme montrant quand nous saisissons les rôles des suites de signes douées de sens d'une langue – et il y aura des tests, éventuellement publics (et pourquoi pas des examens !) pour déterminer si une telle saisie a été réalisée.¹

Non seulement il faut prendre au sérieux la doctrine frégeo-wittgensteinienne selon laquelle certains aspects de la réalité ne peuvent être exprimés par des propositions et doivent se montrer, mais il est difficile d'envisager une autre solution pertinente, du moins en ce qui concerne la philosophie de la logique, domaine dans lequel Wittgenstein a, dit P. Geach, « révisé les conceptions frégeennes sans être infidèle à l'esprit de Frege »². Mais l'auteur du *Tractatus* a également cherché à étendre l'idée frégeenne de données intuitives et ineffables à l'éthique et l'esthétique, où certains énoncés dépourvus de sens pourraient s'avérer indispensables pour saisir un contenu d'ordre intuitif :

Quelques-unes des expressions morales, esthétiques et religieuses, écrit le commentateur britannique, serviront au même genre de but que celui qu'ont en logique les élucidations qui nous initient à l'usage de la notation : c'est-à-dire qu'aucune des phrases en question n'est à la fois syntaxiquement bien formée et sémantiquement pourvue d'une *Bedeutung*, mais elles peuvent néanmoins parvenir à transmettre des intuitions.³

une relation déterminée avec "b" dit que aRb », c'est que l'idée erronée d'une primauté du signe complexe « aRb » par rapport au fait propositionnel et au fait extra-langagier auquel ce dernier renvoie pourrait nous conduire à tenter d'appréhender isolément un prétendu signe simple « R » et à nous demander ensuite quel type de chose un tel signe pourrait bien dénoter.

1. P. Geach, *art. cit.*, p. 68.

2. *Idem*.

3. *Ibid.*, p. 69.

2. L'analyse de Jacques Bouveresse en 1981 : paradoxes et expressions imagées

Jacques Bouveresse a repris et développé les analyses de Peter Geach dans une conférence de 1980 et un article paru l'année suivante. L'originalité de ce travail, qui affirme de nouveau l'importance logique de distinctions catégorielles inexprimables par l'idéographie, réside dans l'analyse de l'usage frégeen d'« expressions imagées » (*Erläuterungen*) incorrectes du point de vue logique mais nécessaires pour guider le lecteur vers une saisie adéquate des distinctions fondamentales.

Il s'agit d'abord d'approfondir les recherches du philosophe de Leeds par la mise au jour de certains présupposés de l'idéographie telle que l'entendait son inventeur, présupposés qui donnent parfois lieu à des positions radicales concernant le statut des propositions logiques. La position selon laquelle il existe des distinctions logiques catégorielles ineffables susceptibles de déterminer simultanément le langage et la réalité peut ainsi être éclairée par le présupposé universaliste du maître d'Iéna. La thèse de l'universalité de la logique, si elle n'est jamais nommée ou discutée explicitement dans les textes frégeens, n'en est pas moins sous-jacente à de multiples assertions du logicien allemand. Comme l'avait déjà remarqué Jean van Heijenoort dans les années Soixante¹, l'objet que Frege assigne à la logique est l'unique univers envisageable, définitivement fixé et composé de tout ce qui existe. C'est à partir d'une telle conception de la logique que doivent être comprises certaines positions radicales (tel le refus d'attribuer aux fonctions un domaine de définition particulier), notamment le rejet de tout discours métasystématique à propos de l'idéographie : « rien ne peut, ou ne doit, explique J. van Heijenoort, être dit en dehors du système »².

La logique de Frege serait alors à la fois une science si universelle qu'elle ne pourrait avoir d'extériorité et une langue symbolique que le lecteur devrait apprendre à maîtriser. Mais un tel apprentissage n'est possible que par un usage particulier du langage qui – selon les propres mots de Frege – passe par de simples « indications » et met en jeu le « bon vouloir » du lecteur. Et, comme le remarque J. van Heijenoort, « l'influence de Frege sur Wittgenstein est ici évidente »³ : l'insuffisance du symbolisme idéographique semble en effet palliée par un emploi proprement ostensif du langage, voire par une authentique

1. Voir J. van Heijenoort, « Logic as Calculus and Logic as Language ».

2. *Ibid.*, p. 442, trad. de J. Bouveresse dans *art. cit.*, p. 23 : « Et, de fait, Frege ne soulève jamais aucune question métasystématique (consistance, indépendance des axiomes, complétude). Frege est effectivement tout à fait conscient du fait qu'un système formel quelconque exige des règles qui ne sont pas exprimées dans le système ; mais ces règles sont vides de toute logique intuitive ; ce sont des "règles pour l'application de nos signes" [*Begriffsschrift*, p. 25]. C'est dans une telle manipulation de signes, dont on a exprimé toute espèce de logique argumentative, que Frege voit précisément l'avantage d'un système formel ».

3. *Ibid.*, p. 445.

monstration. Un tel emploi du discours contrevient au « principe de complétude » selon lequel chaque concept doit être strictement délimité par une définition, mais il ne va pas de soi, du point de vue de Frege, que la formulation de conventions explicites destinées à restreindre le domaine d'application d'un concept permette de clarifier la situation sans faire naître des problèmes bien plus difficiles à résoudre :

[Il] donne l'impression, écrit J. Bouveresse, de considérer que l'entreprise qui consisterait à essayer d'explicitier entièrement les restrictions tacites auxquelles obéit incontestablement, de ce point de vue, notre usage ordinaire des termes relationnels et conceptuels est beaucoup trop ardue pour pouvoir être envisagée sérieusement.¹

Qu'un tel jugement soit ou non correct, la distinction fondamentale entre concept et objet en laquelle consiste pour l'essentiel l'analyse frégréenne de la proposition (« le lien propositionnel », explique justement J. Bouveresse, résulte chez Frege « d'un processus de complétion d'une partie "creuse" et d'une partie "pleine" ») échappe à toute définition en raison de l'impossibilité de mettre en mots le caractère « insaturé » (*ungesättigt*) du concept qui oppose ce dernier à la « saturation » de l'objet. Dans la mesure où il voile cette impossibilité, le langage quotidien nous contraint à une « inexactitude [...] qui, lorsque nous n'en avons pas conscience, nous empêche de percevoir l'essence de la chose »², donnant lieu à des formules paradoxales. Ainsi un énoncé tel que : « le concept 'cheval' est un concept que l'on acquiert aisément », pour reprendre l'exemple donné par Benno Kerry dans le débat qui l'oppose à Frege sur ce point³, est-il du point de vue idéographique une falsification, une contradiction, voire un pur non-sens :

Le langage, écrit Frege, estampille de la sorte un concept comme étant un objet, par le fait qu'il ne peut insérer sa désignation dans la construction grammaticale qu'il effectue qu'en tant que nom propre. Mais, du même coup, il commet à proprement parler une falsification. Ainsi le mot « concept » lui-même, pris exactement, est déjà fautif, dans la mesure où les mots « est un concept » exigent comme sujet grammatical un nom propre ; car ce qu'ils exigent par-là est à proprement parler une contradiction, puisqu'aucun nom propre ne peut désigner un concept, ou peut-être, mieux encore, un non-sens.⁴

Toute prédication d'ordre supérieur doit ainsi être réduite au statut de pur non-sens. Dès lors que nous utilisons des mots comme « concept », « relation » ou

1. J. Bouveresse, *art. cit.*, p. 25-26.

2. Nachgelassene Schriften, p. 192, cité par J. Bouveresse, *art. cit.*, p. 32.

3. Voir « Über Begriff und Gegenstand », dans *Kleine Schriften*, p. 194-195, trad. p. 130.

4. *Ibid.*

« fonction », nous « passons à côté de la cible que nous voulons atteindre »¹. Comme l'explique David Bell, la difficulté ne tient pas tant à l'absence de métalangage dans la logique frégeenne qu'au fait que « Frege n'a [...], comme Wittgenstein, pas fait de distinction radicale entre le fait de parler d'entités extra-langagières et le fait de parler de langues »². L'idée de métalangage ne serait qu'une échappatoire fictive dans la mesure où les problèmes philosophiques fondamentaux nous ramènent à la forme essentielle de toute expression langagière. Elle ne permettrait donc nullement de sortir de la logique pour prendre sur elle un point de vue extérieur car – c'est là le présupposé fondamental de l'universalité de la logique partagé par Frege et Wittgenstein – la logique n'a pas d'extérieur.

D'où la nécessité de faire appel à des « expressions imagées » (« commentaires explicatifs » ou « élucidations », *Erläuterungen*), i.e. des formules logiquement incorrectes mais indispensables d'un point de vue didactique pour permettre la compréhension du symbolisme de l'idéographie. Si, comme le remarque Jacques Bouveresse, le paradoxe relatif à la distinction concept/objet, dit du concept cheval en référence à l'exemple paradigmatique de Benno Kerry, n'a jamais représenté une véritable source d'inquiétude pour le logicien d'Iéna, c'est qu'il n'a jamais été tenté de considérer que la nécessité de recourir à un mode d'expression approximatif, métaphorique ou même franchement paradoxal imposait inévitablement la conclusion que la nature des choses concernées n'est pas et ne peut pas être réellement comprise.³

L'œuvre du logicien d'Iéna comporte un certain nombre de remarques qui soulignent la valeur de cet emploi particulier du langage. S'il ne rejette aucunement les définitions, Frege semble avoir pris acte du principe pascalien selon lequel il est impossible de tout définir et de tout démontrer : une définition n'est au fond qu'une abréviation de signes, de telle sorte que le travail de définition doit nous faire aboutir à des termes simples indéfinissables auxquels il faut bien pouvoir accéder d'une façon déterminée. Comme l'explique Frege dans quelques lignes de « Über die Grundlagen der Geometrie » :

Nous devons reconnaître des éléments logiques premiers (*logische Urelemente*), qui ne sont pas définissables. Dans ce cas là également, le besoin se fait sentir de s'assurer que l'on désigne la même chose par le même signe. Lorsque les chercheurs se sont entendus sur ces éléments premiers, il faut ici introduire autre chose ; cette autre chose, je l'appelle élucidation (*Erläuterung*). Celle-ci a donc pour objectifs de permettre la compréhension des chercheurs entre eux et la communication de la science. On peut la renvoyer à une propédeutique. Dans le système de la science, elle

1. J. Bouveresse, *art. cit.* p. 33.

2. D. Bell, *Frege's Theory of Judgement*, p. 39, trad. de J. Bouveresse, *art. cit.*, p. 38, modifiée.

3. *Ibid.*, p. 39.

n'a pas de place ; dans ce système, aucune inférence n'est fondée sur elle. Quelqu'un qui ne chercherait que pour lui-même n'aurait pas besoin d'elle. Le but des élucidations est un but pratique et, lorsque celui-ci est atteint, il faut considérer qu'elles ont donné satisfaction. Dans ce genre de chose, il faut compter sur une certaine bonne volonté, sur une compréhension qui coopère (*entgegenkommendes Verständnis*) et sur la faculté de deviner (*Erraten*), car sans un caractère imagé (*Bildlichkeit*) de l'expression, il sera dans bien des cas impossible de s'en sortir. Cependant on peut, en tout état de cause, exiger de l'auteur d'une élucidation qu'il sache lui-même de façon précise ce qu'il veut dire, afin qu'il reste en accord avec lui-même et que, si la possibilité d'un malentendu se présente malgré la bonne volonté manifestée, il soit prêt à compléter et à améliorer son élucidation.¹

Notion davantage pragmatique que logique, l'élucidation met en jeu une « faculté de deviner » du lecteur, lequel ne doit pas « rechigner à y mettre un petit grain de sel » lorsque la simplicité d'un « fait logique premier » (*eine logische Urtatsache*) empêche sa définition². En tant que données fondamentales (nommées « *Urzeichen* », « *Urelemente* », « *Urscheinungen* »), les fonctions ne pourront être définies mais seulement caractérisées par des élucidations :

Il est impossible d'indiquer par une définition ce qu'est une fonction, écrit le logicien en 1914, parce que l'on a affaire ici à quelque chose de simple et d'inalysable (*etwas Einfaches und Unzerlegbares*).³

La notion de fonction doit être tenue pour primitive car toute tentative en vue de la définir s'avère circulaire : constituant en effet une forme logique fondamentale, la distinction fonction-argument doit être présupposée par toute proposition bien construite⁴.

Ainsi le système idéographique requiert-il un mode de saisie non-discursif des données logiques premières. Et comme l'écrit J. Bouveresse, « ce qui ne peut être dit sur les signes et qui peut être compris sans avoir été réellement expliqué

1. Frege, « Über die Grundlagen der Geometrie », 1906, dans *Kleine Schriften*, p. 288, trad. angl. p. 300-301. Ce passage est cité par J. Largeault, *op. cit.*, p. 353-354, et par J. Bouveresse, *art. cit.*, p. 41-42. Nous reprenons la traduction de J. Bouveresse en la modifiant.

2. Ce serait, comme le remarquent G. Baker et P.M.S. Hacker, une erreur fondamentale que de confondre définition et élucidation, car cette dernière n'intervient que lorsqu'il est impossible de définir et s'applique seulement à propos d'éléments logiques primordiaux. Voir G. Baker et P.M.S. Hacker, *Frege: Logical Excavations*, p. 115. On pourra aussi consulter : Christian Bermes, *Philosophie der Bedeutung: Bedeutung als Bestimmung und Bestimmbarkeit*, p. 73.

3. *Nachgelassene Schriften*, p. 254.

4. La simple formule : « La fonction est... » aboutit en effet nécessairement à un paradoxe puisque le nom de fonction devient un nom d'argument, suggérant ainsi que l'on a affaire à une entité saturée, ce qui n'est précisément pas le cas. Comme l'explique Frege à Russell le 29 juin 1902, « nous nous trouvons placés ici, par la nature du langage, dans une situation contraignante qui nous oblige à utiliser des expressions inexactes (*ungenauen Ausdrücken*) » (*Wissenschaftlicher Briefwechsel*, p. 218).

se montre dans leur usage correct»¹, Frege préfigurant en ce sens l'idée tractarienne d'une monstration par l'usage (3.262). Les termes « *Erläuterung* », « *erläutern* » apparaissent d'ailleurs dans plusieurs passages significatifs du *Tractatus*, non seulement en 6.54 où l'ensemble du contenu discursif de l'ouvrage est qualifié d'élucidatoire, mais aussi de façon plus critique en 3.263 où Wittgenstein dénonce la circularité intrinsèque des *Erläuterungen* (cf. *supra*, § 30, C, 5). Quant au fameux paradoxe du concept « cheval », il y a lieu d'interroger son rapport à la distinction opérée par le *Tractatus* entre concepts formels (parmi lesquels il faut compter le concept d'objet) et concepts proprement dits (4.126 & sqq., cf. *supra*, § 30, C, 2). Si Wittgenstein présente son traitement des concepts formels en tant que variables comme opposé à l'assimilation frégeo-russellienne de ces pseudo-concepts à des fonctions ou des classes, il n'est pas impossible qu'il ait été influencé par le statut paradoxal qu'occupe la fonction dans la théorie de Frege. En effet, le paradoxe du concept cheval tient à ce qu'il nous semble possible, au quotidien, de parler d'un concept de la même manière que d'une ville, d'un volcan ou de quelque autre objet. Et une illusion analogue est en jeu à propos des concepts formels du *Tractatus* qui nous semblent pouvoir faire l'objet de propositions au même titre que les concepts matériels (on croit pouvoir dire : « Il y a des objets » comme on dit : « Il y a des livres »). Mais l'analogie est en réalité assez limitée : si dire d'un concept qu'il est un concept transforme le concept en objet, dire d'un objet qu'il est un objet revient à ne rien dire du tout et non à le transformer en un concept. L'unique point commun perceptible, qui est toutefois décisif, semble en fin de compte se situer dans l'idée d'une monstration de la fonction comme telle, plus ou moins implicite mais présente chez Frege et étendue par Wittgenstein à toutes les propriétés internes (donc non seulement aux fonctions mais aussi aux objets, aux complexes, aux faits, aux propositions, etc.).

3. Critiques de la lecture orthodoxe par les « néo-wittgensteiniens »

S'opposant à la lecture ineffabiliste de P. Geach qu'a approfondie J. Bouveresse, lecture qui attribue à Frege et Wittgenstein l'idée selon laquelle certaines distinctions logiques sont absolument indicibles, les resolute readers se sont efforcés de construire une nouvelle interprétation du rapport entre l'auteur du *Tractatus* et le maître d'Iéna. Cora Diamond, qui s'accorde avec Peter Geach pour voir en Frege une source d'influence majeure de Wittgenstein, reprochera dans cette optique au commentateur de Leeds de s'être « dégonflé », d'avoir « fait la poule mouillée » (*chickening out*), c'est-à-dire de n'avoir pas effectué pleinement le rejet de l'échelle tractarienne. On ne s'arrêtera pas ici sur la stratégie interprétative de la philosophe américaine, consistant à attribuer à

1. *Art. cit.*, p. 42.

Frege une démarche d'ordre « thérapeutique » dans son débat avec Benno Kerry¹.

Le projet d'une lecture « résolue » du rapport de Wittgenstein à Frege peut paraître mieux défendu par James Conant à travers ses analyses des idées d'élucidation et de non-sens chez les deux logiciens-philosophes. J. Conant affirme que Wittgenstein aurait identifié une tension dans la pensée frégeenne entre deux conceptions du non-sens, que le commentateur américain appelle respectivement la conception substantielle et la conception austère du non-sens (voir *supra*, part. I, section III, § 25)². Soutenir la conception substantielle du non-sens consiste à faire une distinction entre deux types de non-sens : le simple non-sens, lequel est simplement incompréhensible, n'exprime aucune pensée, et le non-sens substantiel, composé d'éléments signifiants assemblés de façon logiquement incorrecte, qui exprimerait une pensée incohérente d'un point de vue logique. Au contraire, la conception austère affirme, comme nous l'avons vu dans la première partie du présent travail, qu'il ne saurait exister qu'un seul ordre de non-sens, le simple non-sens, et qu'une violation de la syntaxe logique ne peut en aucun cas exprimer un authentique contenu de pensée.

En rupture avec l'interprétation « standard » de Wittgenstein que présuppose l'évocation par Peter Geach d'« aspects de la réalité » prétendument ineffables, la thèse fondamentale de James Conant est qu'il faut considérer le *Tractatus* comme une tentative en vue de dépasser la tension qui s'opère chez Frege entre les deux grandes conceptions du non-sens mises en exergue par sa lecture « résolue ». Dans son débat avec Benno Kerry, Frege est en effet amené à se dire « contraint » par la nature du langage à s'exprimer de façon incorrecte : « sous l'effet d'une nécessité linguistique, l'expression, prise à la lettre, trahit la pensée », écrit-il par exemple dans « Concept et objet »³, suggérant qu'il tente bien de dire quelque chose d'indicible, ce qui pourrait nous pousser à le rattacher à la conception substantielle. Pourtant, remarque J. Conant, cette conception ne s'accorde pas avec d'autres aspects de la philosophie de Frege, en particulier avec ceux dont le *Tractatus* a pu hériter.

Le professeur de Chicago s'intéresse d'abord à la question de la possibilité d'identifier la catégorie logique d'une expression lorsque cette expression

1. Voir Cora Diamond, *The Realistic Spirit*, notamment les chapitres 2, 3, 5, 6. La lecture de C. Diamond paraît considérablement fragilisée par le fait que l'auteur de « Über Begriff und Gegenstand » a sans nul doute reconnu l'existence de contenus positifs indicibles. Malgré cette donnée patente, l'auteur n'hésite pas à prendre pour exemple la distinction entre fonction et objet afin d'attribuer à Frege une attitude thérapeutique et négative, lors même que le logicien affirme de façon répétée l'existence objective de réalités correspondant à ces notions fondamentales mais impossibles à dire (voir *op. cit.*, trad. p. 248).

2. Voir surtout « Elucidation and Nonsense in Frege and Early Wittgenstein » et « The Method of the *Tractatus* ». On consultera également, par ordre d'importance pour la question ici abordée, « Jeter l'échelle » ; « Throwing Away the Top of the Ladder » ; « Must We Show What We Cannot Say? » ; « Two Conceptions of Die Überwindung der Metaphysik: Carnap and Early Wittgenstein ».

3. « Über Begriff und Gegenstand », *Kleine Schriften*, p. 205, trad. p. 140.

apparaît à la mauvaise place, question à propos de laquelle Wittgenstein aurait selon lui discerné une tension dans la conception fré géenne. Plusieurs doctrines de Frege et une part considérable de sa pratique méthodologique suggèrent en effet que l'on ne peut saisir la catégorie logique d'une expression dans une formule mal construite. Si l'on tient à appliquer avec rigueur les trois principes exposés par le maître d'Iéna dans l'introduction des *Grundlagen der Arithmetik* (séparer le psychologique du logique, rechercher le sens des mots non pas isolément mais pris dans leur contexte, ne jamais perdre de vue la différence entre concept et objet¹), et tel était le cas de Wittgenstein, on ne peut, pour voir s'il s'agit d'une expression d'objet ou de fonction, se contenter de faire référence à la manière dont ce mot a jusqu'ici été employé ; il faut analyser le rôle qu'il joue dans la structure logique du jugement, la manière dont il contribue à la totalité de son sens. Frege a en effet insisté sur le fait qu'un même terme du langage ordinaire peut être employé tantôt comme un nom propre, tantôt comme un terme conceptuel (tel est par exemple le cas du mot « lune », lequel peut à la fois désigner une planète déterminée, la Lune, et qualifier toute planète qui est le satellite naturel d'une autre). Si nous disons : « Trieste n'est pas une Vienne », nous employons le mot « Vienne », qui est d'ordinaire un nom propre, comme un terme conceptuel. Pour analyser de façon juste le rôle du mot au sein de la proposition, il faut d'abord considérer cette dernière dans sa globalité, sans quoi l'on risque d'appréhender le terme isolé de façon purement psychologique et de manquer par là le sens exprimé.

Dans le *Tractatus*, l'importance des trois principes fré géens s'exprime à travers la remarque selon laquelle le langage ordinaire permet souvent à un même signe (i.e. une donnée perceptible arbitraire pouvant être utilisée pour former des représentations) de symboliser de différentes façons (i.e. d'avoir différents modes de dénotation, voir 3.323). Cette distinction signe/symbole permet à J. Conant de préciser sa distinction entre non-sens substantiel et simple non-sens : un non-sens substantiel serait une proposition composée de signes qui symbolisent mais ont une syntaxe logiquement imparfaite en raison d'un désaccord relatif aux catégories logiques de ses symboles ; un simple non-sens est une suite de signes en lesquels aucun symbole ne peut être reconnu et qui n'a de ce fait pas de syntaxe logique discernable. Étant donné cette précision, peut-on soutenir que le texte du *Tractatus* se laisse interpréter comme exprimant un non-sens substantiel ? En accord avec le principe de contextualité fré géen, Wittgenstein écrit en 3.326 : « Pour reconnaître le symbole à même le signe, il faut prendre garde à son usage pourvu de sens » (*Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muss man auf den sinnvollen Gebrauch achten*). J. Conant remarque que le même verbe, *erkennen*, apparaît dans cette proposition et en 6.54 lorsque Wittgenstein dit que ses propositions doivent apparaître comme des élucidations (celui qui le comprend « les reconnaît à la fin comme dépourvues de sens, *als unsinnig erkennt* »), et que « l'usage pourvu de sens » (*den sinnvollen*

1. Cf. *supra*, § 41.

Gebrauch) peut être opposé à l'adjectif *unsinnig* qui apparaît dans la pénultième remarque du *Traité*. Commentant ensuite 3.326, le professeur de Chicago explique :

Pour pouvoir reconnaître le symbole à même le signe, il faut que la suite au sein de laquelle apparaît le signe soit *sinnvoll*. Reconnaître un *Satz* comme dépourvu de sens (*Unsinn*) consiste à ne pas pouvoir reconnaître le symbole à même le signe. Pour le *Tractatus*, ces deux formes de reconnaissance s'éclipsent mutuellement [alors que pour les tenants de la conception substantielle du non-sens, il faut que ces deux formes de reconnaissance soient compatibles, que l'on puisse reconnaître le symbole dans le signe tout en reconnaissant que la proposition est mal formée du point de vue de la syntaxe logique]. Reconnaître un *Satz* comme dépourvu de sens (*Unsinn*), pour le *Tractatus*, ce n'est pas reconnaître qu'il tente de dire quelque chose qui ne peut être dit, mais plutôt qu'il ne parvient à rien dire du tout.¹

Le *Tractatus* ne permet pas de penser un non-sens substantiel dans la mesure où il tient pour impossible qu'un signe symbolise s'il ne s'intègre pas à une proposition pourvue de sens, de telle sorte qu'il est absurde de considérer un *unsinnigen Satz* comme susceptible de dénoter de quelque façon que ce soit. S'appuyant sur les principes méthodologiques de Frege, Wittgenstein en serait venu à considérer qu'en l'absence de tout contexte d'« usage pourvu de sens » d'une proposition, il est impossible d'accorder une valeur logique aux termes isolés constituant la (pseudo) proposition en question. Il ne peut ainsi y avoir d'exemple de proposition en laquelle un nom propre apparaîtrait à la place d'un terme conceptuel, car la place logique de terme conceptuel suffit à faire de tout ce qui s'y présente un terme conceptuel. Au fond, la seule manière dont une proposition peut être dépourvue de sens (*unsinnig*) réside dans son incapacité à symboliser, et un prétendu contenu dépourvu de sens ne saurait donc être indiqué par voie symbolique.

S'il n'est pas impossible que Frege ait, comme le soutient Peter Geach, accordé à ses élucidations le rôle positif de transmettre des intuitions, certaines doctrines du maître dont a hérité Wittgenstein devaient le conduire à s'opposer de façon radicale à la conception substantielle du non-sens pour soutenir sa conception austère. Quel est alors le but des élucidations tractariennes ? À suivre la conception austère du non-sens que James Conant identifie dans le *Tractatus*, la seule interprétation possible revient à assigner aux *Erläuterungen* de Wittgenstein la tâche de révéler, par l'emploi de simples non-sens, que ce qui semblait être un non-sens substantiel n'est en réalité qu'un pur non-sens. Le lecteur serait alors conduit à franchir plusieurs étapes successives : saisir l'idée selon laquelle il doit y avoir de l'indicible, puis se rendre compte que cet indicible ne peut pas plus être pensé que dit, et finalement saisir qu'il n'y a en réalité rien du tout à saisir, le sommet de l'échelle n'étant atteint qu'à cette

1. J. Conant, « Elucidation and Nonsense in Frege and Early Wittgenstein », p. 194.

dernière étape. Comprendre Wittgenstein reviendrait au fond à faire une certaine expérience, un exercice de pensée consistant à subir une illusion de sens pour ensuite la dissoudre et enfin se rendre compte qu'il n'y a rien au-delà du langage si ce n'est le pur non-sens.

Une telle lecture permet d'envisager une évolution continue de la méthode philosophique de Wittgenstein qui, en développant certaines remarques frégueniennes, aurait pu assigner une fonction strictement négative au travail d'élucidation pour être peu à peu conduit à caractériser sa démarche en termes de thérapie. « La thérapie, n'hésite pas à écrire Kelly Dean Jolley dans la lignée de James Conant, commence chez Frege »¹, bien que le maître n'ait probablement pas été lui-même conscient de ce qu'il devait apprendre à Wittgenstein. Cette thérapie, ou du moins son modèle primitif, l'élucidation, pouvait être trouvée dans les « œuvres grandioses » du logicien, notamment dans son débat avec Benno Kerry sur la distinction concept/objet, et Wittgenstein l'y a effectivement trouvée. Dans cette optique, si le *Tractatus* peut être lu comme une lettre dont Frege serait le premier destinataire, Wittgenstein semble avoir voulu prévenir (ou guérir) son aîné d'un mal philosophique qui le menaçait et lui avoir envoyé son texte comme on envoie un remède.

À l'issue de ce bref état des lieux, il pourrait sembler aller de soi que l'origine de l'idée de monstration proposée par Wittgenstein dans le *Tractatus* doive être localisée quelque part chez Frege. Il importe de mentionner que cela n'a en réalité rien d'évident. Force est en effet de constater que la recherche repose ici pour l'essentiel sur des hypothèses de lecture plutôt que sur des données textuelles explicites, données dont le manque a été mis en avant par Peter Hacker dans sa célèbre critique de Cora Diamond et James Conant. Selon le philosophe d'Oxford, la genèse de la distinction tractarienne doit être recherchée dans :

une réflexion sur la théorie des types de Russell, et non, comme l'affirment Diamond et Conant (en l'absence de tout support textuel), [dans] une réflexion sur l'embarras que produit chez Frege l'assertion selon laquelle le concept de cheval est (ou n'est pas) un concept. [...] Diamond [...] le soutient en s'appuyant sur les thèses avancées par Geach dans « Saying and Showing in Frege and Wittgenstein ». Toutefois, il n'y a chez Geach aucune preuve de cette assertion.²

L'existence d'origines frégueniennes de la distinction entre « ce qui se dit » et « ce qui se voit » dans le *Tractatus* demeure en elle-même une question difficile, à laquelle les textes dont nous disposons à ce jour ne permettent pas d'apporter une réponse certaine. Les désaccords persistants entre commentateurs illustrent en définitive la possible coexistence d'hypothèses exégétiques inconciliables à

1. K.D. Jolley, 'The Concept « Horse » Paradox and Wittgensteinian Conceptual Investigations. *A Prolegomenon to Philosophical Investigations*, p. 9. On consultera en particulier le chap. 2 : « Frege at Therapy », p. 9-21.

2. P.M.S. Hacker, « Was He Trying to Whistle it? », 2000, p. 371, trad. p. 46.

propos d'un Traité composé de remarques lapidaires et dont l'auteur assume totalement la démarche consistant à ne pas mentionner ses sources. Wittgenstein était-il d'ailleurs lui-même capable de départager les influences respectives des quelques auteurs qui ont le plus stimulé sa pensée ? Rien n'est moins sûr, en tout cas si l'on accorde toute sa portée à une phrase importante du Vorwort : « Jusqu'à quel point mes efforts coïncident avec ceux d'autres philosophes, je n'en veux pas juger. En vérité, ce que j'ai ici écrit n'élève dans son détail absolument aucune prétention à la nouveauté ; et c'est pourquoi je ne donne pas non plus de sources, car il m'est indifférent que ce que j'ai pensé, un autre l'ait déjà pensé avant moi ».

Bibliographie indicative

Gottlob Frege

- *Begriffsschrift: eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle, L. Nebert Verlag, 1879, trad. Corinne Besson, Idéographie, Paris, Vrin, 1999.
- *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884), Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1961, trad. Claude Imbert, Les Fondements de l'arithmétique, Paris, Seuil, 1969.
- *Grundgesetze der Arithmetik*, Iena, Pohle, 1893 et 1903, trad. angl. partielle Montgomery Furth, The Basic Laws of Arithmetic, Los Angeles, University of California Press, 1964.
- *Nachgelassene Schriften*, Hans Hermes et al. (éds) Felix Meiner, Hamburg, 1969, trad. Philippe de Rouilhan, Claudine Tiercelin (dir.) *Écrits posthumes* (1969), Nîmes, Éditions J. Chambon, 1994.
- *Kleine Schriften*, Ignacio Angelelli (éd.), Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1967, trad. partielle Claude Imbert dans *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, 1971.
- *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Gottfried Gabriel et al. (éds), Hamburg, Felix Meiner Verlag, 1976, trad. partielle dans Gottfried Gabriel et al. (éds) *Frege, Philosophical and Mathematical Correspondence*, Oxford, Basil Blackwell, 1980.

Ludwig Wittgenstein

- *Tagebücher 1914-1916*, dans *Schriften* 1, Frankfurt am Main, Suhrkamp, 1960, p. 85-278, trad. Gilles-Gaston Granger, *Carnets 1914-1916*, Paris, Gallimard, 1971 [MS 101-103]. Cet ouvrage contient les « Notes on Logic » (« Notes sur la logique » [TS 201a, 201b]) et les « Notes dictated to G.E. Moore » (« Notes dictées à G.E. Moore en 1913 » [MS 301]).
- *Tractatus Logico-philosophicus*—*Logisch-philosophische Abhandlung* (1921), texte allemand, Frankfurt am Main, Suhrkamp, 1960, trad. anglaise Frank Plumpton Ramsay & Charles Key Ogden, *Tractatus Logico-philosophicus* (édition revue et

corrigée par l'auteur), Routledge and Kegan Paul, 1922, trad. anglaise David Pears & Brian McGuinness, Routledge and Kegan Paul, 1961, trad. Pierre Klossowski, Paris, Gallimard, 1961, trad. G.-G. Granger, *Tractatus logico-philosophicus*, Paris, Gallimard, 1993 [TSS 202-203, MSS 101-104, 301, TSS 201a-b].

– Zettel, G.E.M. Anscombe, G.H. von Wright (éds), Oxford, Basil Blackwell, 1967, trad. Jean-Pierre Cometti et Elisabeth Rigal, Fiches, Paris, Gallimard, 2008 [TS 233].

– Wittgenstein's Nachlass. The Bergen Electronic Edition, 5 Faksimile-CD-ROM, Bergen/Oxford, Universitetet i Bergen/OUP, 1998-2000 [MSS 101-183, TSS 201-233, 235-245, MS 301, TSS 302-306, 309-310].

– Brian McGuinness, Georg Henrik von Wright (éds) *Ludwig Wittgenstein: Cambridge Letters, Correspondence with Russell, Keynes, Moore, Ramsey and Sraffa*, Oxford, Basil Blackwell, 1995, 1997.

Bertrand Russell

– Letter to Frege, 16 June 1902, trad. Philippe de Rouilhan dans François Rivenc & Ph. de Rouilhan (dir.) *Logique et fondement des mathématiques, Anthologie (1850-1914)*, Paris, Payot, 1992, p. 237.

– *The Principles of Mathematics* (1903), London, George Allen and Unwin LTD., 1964, trad. partielle Jean-Michel Roy dans *Écrits de logique philosophique*, Paris, PUF, 1989.

– « Mathematical Logic as based on the Theory of Types » (1908), dans Robert Charles Marsh (éd.) Bertrand Russell. *Logic and Knowledge*, p. 57-102.

– *Principia Mathematica*, avec Alfred North Whitehead, Cambridge, Cambridge University Press, 1910-1913 (3 vol.), trad. partielle J.-M. Roy dans *op. cit.*

ÉTUDES

Ouvrages

Angelelli Ignacio, *Études sur Frege et la philosophie traditionnelle*, Paris, Vrin, 2007.

Anscombe Gertrude Elizabeth Margaret, avec Peter Geach, *Three Philosophers*, Oxford, Basil Blackwell, 1961.

Baker Gordon :

– Avec Peter Hacker, *Frege: Logical Excavations*, Oxford, Basil Blackwell, 1984.

– *Wittgenstein, Frege and the Vienna Circle*, Oxford, Basil Blackwell, 1988.

Beane Michael, Reck, Erich H. (éd.) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers, 4 vol.*, London, Routledge, 2005.

Bell David, *Frege's Theory of Judgement*, Oxford, OUP, 1979.

Belna Jean-Pierre, *La Notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege*, Paris, Vrin, 1996.

Benmakhlouf Ali :

– *Gottlob Frege, logicien philosophe*, Paris, PUF, 1997.

- Frege, *le nécessaire et le superflu*, Paris, Mathesis, Vrin, 2002.
- Crary Alice, Read Rupert (éds) *The New Wittgenstein*, Londres/New York, Routledge, 2000.
- De Rouilhan Philippe, *Frege, les paradoxes de la représentation*, Paris, Les Éditions de Minuit, 1988.
- Diamond Cora, *The Realistic Spirit*, Cambridge, The MIT Press, 1992.
- Dummett Michael :
 - *Frege: Philosophy of Language*, London, Duckworth, 1973.
 - *Frege and others Philosophers*, Oxford, Clarendon Press, 1991.
- Gandon Sébastien, *Logique et langage. Etudes sur le premier Wittgenstein*, Paris, Vrin, 2002.
- Hacker Peter Michael Stephan :
 - *Wittgenstein's Place in Twentieth-century Analytic Philosophy*, Oxford, Basil Blackwell, 1996.
 - *Insight and Illusion, Wittgenstein on Philosophy and the Metaphysics of Experience*, Oxford, Clarendon Press, 1972.
- Jolley Kelly Dean, *The Concept « Horse » Paradox and Wittgensteinian Conceptual Investigations. A Prolegomenon to Philosophical Investigations*, Aldershot, Ashgate, 2007.
- Kreiser Lothar, *Gottlob Frege, Leben-Werk-Zeit*, Hambourg, Felix Meiner Verlag, 2001.
- Kenny Anthony, *Frege. An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy* (1988), Oxford, Basil Blackwell, 1995.
- Largeault Jean, *Logique et philosophie chez Frege*, Paris-Louvain, Nauwelaerts, 1970.
- Sluga Hans, *Gottlob Frege*, London, Routledge and Kegan Paul, 1980.
- Weiner Joan, *Frege in Perspective*, London, Cornell University Press, 1990.

ARTICLES

- Baker Gordon, « Logical Operators in Begriffsschrift », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 69-82.
- Beaney Michael, « Frege, Russell and Logicism » dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 1, London, Routledge, 2005, p. 213-241.
- Benacerraf Paul, « Frege: The Last Logician », dans T. Uehling and H. Wettstein (éds.) *Midwest Studies in Philosophy*, vol. 6, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1981, p. 17-36.
- Bouveresse Jacques, « Les origines frégréennes de la distinction entre “ce qui se dit” et “ce qui se voit” dans le *Tractatus logico-philosophicus* de Wittgenstein », *Recherches sur la philosophie et le langage*, n°1, participants : Pierre Bourdieu, Jacques Bouveresse, Régine Pietra, et al., Saint Martin d'Hères, Institut de philosophie et de sociologie, 1981, p. 17-55.

Burge Tyler, "Frege on Knowing the Foundations", *Mind*, vol. 107, n°426, 1998, p. 305-347.

Conant James Ferguson, « Elucidation and Nonsense in Frege and Early Wittgenstein », dans A. Crary, R. Read (éds) *The New Wittgenstein*, London, Routledge, 2000, p. 174-217.

Copi Irving M., « Frege and Wittgenstein's *Tractatus* » (1975), dans Stuart Shanker (éd.) *Ludwig Wittgenstein, Critical Assessments*, 5 vol., vol. 1 : *From the Notebooks to Philosophical Grammar. The Construction and Dismantling of the Tractatus*, London, Routledge, 1986, p. 158-169.

Diamond Cora :

– « Frege et le non-sens », dans *L'Esprit réaliste. Wittgenstein, la philosophie et l'esprit* (1995), Paris, PUF, 2004, p. 103-130.

– « Ce que le non-sens pourrait être », dans *L'Esprit réaliste. Wittgenstein, la philosophie et l'esprit* (1995), Paris, PUF, 2004, p. 131-156.

– « Throwing Away the Ladder: How to Read the *Tractatus* », dans *The Realistic Spirit*, chap. 6, p. 179-204 (trad. dans *L'Esprit réaliste*, chap. 6).

Dummett Michael, « Frege and Wittgenstein », dans Michael Dummett, *Frege and others Philosophers*, Oxford, Clarendon Press, 1991, p. 236-248.

Geach Peter T., « Saying and Showing in Frege and Wittgenstein », dans J. Hintikka (éd.) *Essays on Wittgenstein in Honour of G. H. von Wright*, Amsterdam, North-Holland Publishing Compagny, 1976, p. 54-55.

Glock Hans-Johan, « Sense and Meaning in Frege and the *Tractatus* », dans G. Oliveri (éd.) *From the Tractatus to the Tractatus and Other Essays*, Frankfurt am Main, Peter Lang, p. 53-68.

Goldfarb Warren :

– « Frege's Understanding of Frege. The Pre-Tractarian Evidence », dans Erich H. Reck (éd.) *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*, New York, OUP, 2002, p. 187-199.

– « Frege's Conception of Logic », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 50-69.

– « Truth and Metatheory in Frege », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 109-136.

Hacker Peter :

– « Frege and Wittgenstein on Elucidations », *Mind*, 1975, n°84, p. 601-609.

– « Semantic Holism: Frege and Wittgenstein », dans C.G. Luckhardt (éd.) *Wittgenstein, Sources and Perspectives*, Hassocks, Harvester, 1979, p. 213-242.

– « Was He Trying to Whistle it? », dans A. Crary, R. Read (éds) *The New Wittgenstein*, London, Routledge, 2000, p. 174-217, trad. Jean-Luc Gautero, « Essayait-il donc de le siffler ? » dans E. Rigal (dir.) *Wittgenstein, état des lieux*, Paris, Vrin, 2008, p. 11-63.

Hintikka, Jaakko, « Semantics: A revolt against Frege », dans F. Guttorm (éd.) *Contemporary Philosophy. vol. 1*, La Haye, Martinus Nijhoff, 1981, p. 57-82.

Hugly Philip, « Ineffability in Frege's Logic », dans H. Sluga (éd.) *The Philosophy of Frege. A Four-Volume Collection of Scholarly Articles on All Aspects of Frege's Philosophy*, New-York and London, Garland, 1993, vol. 2, p. 111-128.

Imbert Claude :

– « Frege, entre Kant et Wittgenstein », dans M. Marion, A. Voizard (dir.) *Frege. Logique et philosophie*, Paris, L'Harmattan, 1998, p. 261-292.

– « L'héritage frégeen du *Tractatus* », *Revue internationale de philosophie*, vol. 23, n°88-9, 1969, p. 205-222.

Janik Alan :

– « Introduction » à Gottlob Frege: Briefe an Ludwig Wittgenstein, dans Wittgenstein in Focus – Im Brennpunkt: Wittgenstein, Grazer philosophische Studien, 1989, vol. 33-34, p. 56-33.

Jeshion Robin, "Frege's Notions of Self-evidence", *Mind*, vol. 110, 2001, p. 937-976.

Kerry Benno, « Über Anschauung und ihre psychische Verarbeitung », quatrième article, *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie*, 1887, p. 249-307.

Künne Wolfgang, « Wittgenstein and Frege's Logical Investigations », dans Hans-Johan Glock, J. Hyman (éds) *Wittgenstein and Analytic Philosophy, Essays for P. M. S. Hacker*, Oxford, OUP, 2009, p. 26-62.

Levine James, « Logic and Truth in Frege », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers, vol. 2*, London, Routledge, 2005, p. 231-248.

Macbeth Daniel, « Frege and Early Wittgenstein on Logic and Language », dans E. H. Reck (éd.) *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*, Oxford, OUP, 2002, p. 201-225.

Jean-Maurice :

– « Pas un traître mot. Pourquoi Frege ne pouvait comprendre le *Tractatus* », dans *Philosophie*, 1992 (9), n°34, p.15-36.

– « Quatre lettres en réponse au *Tractatus* », *Philosophie*, 1992 (9), n°34, p. 3-14.

Perzanowski Jerzy, « Ce qu'il y a de non frégeen dans la sémantique du *Tractatus* de Wittgenstein et pourquoi », dans *Wittgenstein et la philosophie aujourd'hui*, textes présentés par Jan Sebestik et Antonia Soulez, Paris, Klincksiek, 1992, p. 163-177.

Reck Erich H., « Wittgenstein's "Great Debt" to Frege. Biographical Traces and Philosophical Themes », dans E. H. Reck (éd.) *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*, New York, OUP, 2002, p. 3-38.

Ricketts Thomas :

- « Frege, The Tractatus and the Logocentric Predicament », *Noûs*, vol. 19, No. 1, 1985, London, Basil Blackwell, Mars 1985, p. 3-15.
- « Objectivity and Objecthood : Frege's Metaphysics of Judgment » dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 1, London, Routledge, 2005, p. 313-340.
- « Frege's 1906 Foray into Metalogic », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 136-156.
- « Logic and Truth in Frege », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 229-231.
- « Truth-values and Courses-of-value in Frege's Grundgesetze », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 3, London, Routledge, 2005, p. 218-245.
- « Wittgenstein against Frege and Russell », dans Erich H. Reck (éd.) *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*, Oxford, OUP, 2002, p. 227- 251.
- « Frege's 1906 Foray into Metalogic », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 136-155.

Schmitz François :

- « Dédain pour le logicisme frégeen et incompréhension du Tractatus en France entre les deux Guerres », dans Frédéric Nef (dir.) *Acta du colloque Wittgenstein*, Mauvezin, Trans-Europ-Repress, 1990, p. 175-194.

Simons Peter, « Frege and Wittgenstein, Truth and Negation », dans Rudolf Haller, Johannes Brandl (éds) *Wittgenstein, eine Neubewertung*, Wien, Verlag Holder-Pichler-Tempsky, 1990, p. 119-129.

Sluga Hans, « Frege on the Indefinability of Truth », dans Erich H. Reck (éd.) *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*, Oxford, OUP, 2002, p. 75-95.

Stanley Jason, « Truth and Metatheory in Frege », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 109-135.

Sullivan Peter M., « Metaperspectives and Internalism in Frege », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 2, London, Routledge, 2005, p. 85-105.

Weiner Joan :

- « On Fregean Elucidation », dans Michael Beaney, Erich H. Reck (éds) *Gottlob Frege, Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol. 4, London, Routledge, 2005, p. 197-215.

« Section 31 Revisited. Frege's Elucidations », dans Erich H. Reck (éd.) *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*, New York, OUP, 2002, p. 149-182.

- « What was Frege trying to prove? A response to Jeshion », *Mind*, vol. 113, 2004, p. 115-129.

Is a Full-blooded Theory of Meaning Possible?¹

Carlos **MARQUEZ**

(Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro)

cmmarquezs@gmail.com

Résumé

Le débat entre une modeste ou vigoureuse théorie de la signification dépend de deux manières de comprendre la relation entre signification et vérité : une conception étroite qui caractérise les conditions de vérité en *termes* de structures référentielles vides et une large qui spécifie des structures référentielles prenant en compte des attributions de sens soumises à des conditions d'assertion. Le premier point de cet article est de montrer que Dummett et McDowell convergent en argumentant contre la conception étroite. Le débat entre la modestie de MacDowell et la vigueur de Dummett est aussi déterminé par la distinction entre une approche vérificationniste et une autre vériconditionnelle de la théorie de la signification. Le second point de cet article est d'établir comment à la fois le vérificationnisme et une caractérisation large des conditions de vérité libèrent un espace pour la notion frégréenne de sens. Troisièmement, j'aimerais relier le débat entre vigueur et modestie à la conception large de la vériconditionnalité. La question sous-jacente à cette reformulation est de savoir si une caractérisation austère de la notion de sens suffit ou si est requise une conception substantive. Finalement, j'avancerai qu'alors qu'une caractérisation austère tient pour garantie la connaissance en vertu de laquelle il est possible

1. The present paper was supported by a pos-doctoral junior fellowship (PDJ) from the CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, (n° do processo 152155/2016-3) as part of a research developed at the philosophy department of the PUC-Rio de Janeiro under the supervision of professor Ludovic Soutif, to whom I am very grateful. I am also grateful to professor Adrian Cussins from the National University of Colombia for his continuous support and valuable insights.

de comprendre des phrases d'un langage, une caractérisation substantive s'avère nécessaire pour rendre compte du fait que l'on doit avoir une telle connaissance. L'idée générale est alors de montrer qu'il est possible, et comment c'est possible, de fournir une caractérisation substantive de la notion frégréenne de sens dans une conception large de la théorie vériconditionnelle de la signification.

Mots-clés

Sémantique vériconditionnelle, vérificationisme, modestie, fort, significations dépendantes des objets, Frege, Tarski, Dummett, McDowell, Evans.

ملخص

يمضي النقاش بين نظرية معتدلة وأخرى بالغة القوة للمعنى عبر طريقين لفهم العلاقة بين المعنى والصدق: الأول يتمثل في التصور الضيق الذي يميز شروط الصدق بالنظر إلى البني المرجعية الخالصة؛ والثاني يتجلى في التصور الواسع الذي يُعول على البني المرجعية دون إغفال إسنادات المعنى بمقتضى شروط التأكيد. ويهدف هذا المقال أولاً إلى تبين تلاقي كل من دامت وماكدويل في رفض التصور الضيق، حيث تؤطر المناقشة بين نزعة ماكدويل المعتدلة ونزعة دامت القوية بالتمييز أيضاً بين مقارنة التحقق ومقاربة شروط الصدق فيما يتعلق بنظرية المعنى. ويهدف المقال ثانياً إلى تبين كيف يمكن لكل من نزعة التحقق والتوصيف الواسع لشروط الصدق أن يُفسح المجال لفكرة المعنى عند فريجه. وأود ثلثاً أن أعيد النظر في النقاش بين النزعتين القوية والمعتدلة في إطار الرؤية الواسعة لشروط الصدق. والسؤال المطروح بمقتضى هذه الصيغة هو ما إذا كان التوصيف الصارم لفكرة المعنى كافياً أم أننا في حاجة إلى توصيف جوهري. وأزعم في النهاية أنه على حين أن التوصيف الصارم يفترض أن المعرفة المكتسبة بمقتضاه من الممكن أن تؤدي إلى فهم جمل أية لغة، فإن التوصيف الجوهري ضروري كي نفهم ماهية هذه المعرفة. والفكرة العامة هي تبين أنه يمكن، وكيف يمكن، أن نقدم توصيفاً جوهرياً لمفهوم المعنى عند فريجه في إطار التصور الواسع لنظرية شروط صدق المعنى.

كلمات مفتاحية

سيমানطيقا شروط الصدق، نزعة التحقق، اعتدال – بالغ القوة، معاني قائمة على الموضوعات، فريجه، تارسكي، دامت، ماكدويل، إيفانس.

Abstract

The debate between a modest and a full-blooded theory of meaning is framed by two ways of understanding the relation between meaning and truth: a narrow conception that characterizes truth-conditions in terms of bare referential structures and a broad conception that specifies referential structures while taking into account ascriptions of senses under assertion conditions. The first point of this paper is to show that Dummett and McDowell converge in arguing against the narrow conception. The debate between McDowell's modesty and Dummett's full-bloodedness is also framed by the distinction between a verificationist and a truth-conditional approach to the theory of meaning. The second point of this paper is to show how both verificationism and the broad characterization of truth-conditions leave space for the Fregean notion of sense. Thirdly, I would like to reset the debate between full-bloodedness and modesty within the broad truth-conditional view. The question under that reformulation concerns whether an austere characterization of the notion of sense is enough or if a substantive one is required. Finally, I will argue that while an austere characterization takes for granted the knowledge in virtue of which it is possible to understand sentences of a language, a substantive one is necessary in order to provide an account of what it is to have such knowledge. The general idea is to show that it is possible, and how is possible, to provide a substantive characterization of the Fregean notion of sense within a broad conception of a truth-conditional theory of meaning.

Keywords

Truth-conditional semantics, verificationism, modesty, full-blooded, object-dependent senses, Frege, Tarski, Dummett, McDowell, Evans.

1. Introduction

The equivalence thesis concerning truth: for any sentence A, A is equivalent to "it is true that A" or to "S is true" where S is ('structural descriptive') name of A (Cfr. Dummett, 1978a, p. xx) is a truism that relates meaning and truth. When philosophers hold the meaning of a sentence is specified by its truth conditions, they are thinking under some way or other the equivalence thesis. The same structure that determines truth determines meaning and conversely.

There are basically two understandings of the equivalence thesis, hence for two understandings of what a truth-conditional theory of meaning is. According to the first, a theory of meaning is merely a manual of translation. The rules of truth-conditional theories relate object language's sentences with metalanguage's sentences. The association between language and metalanguage allows to explain what it is to learn and understand a language assuming that whoever knows the theory knows the meaning of the metalanguage's sentences. In this case, to understand a language is like learning a new one from another that is already mastered. According to the second, truth-conditional theories associate sentences mentioned with sentences used in which reference conditions are specified. The knowledge of what is said by sentences in which reference conditions are established is enough to understand expressions of the object language.

Translational semantics mainly faces two objections: on one hand, to know a translation is not enough to reach an understanding of a language. A speaker might know a translation relation without knowing the meanings of the sentences of both languages. On the other hand, if users know the meaning of sentences of the metalanguage, the theory presupposes but it does not explain what it is to have such a knowledge in virtue of which it is possible to understand the object language.

The equivalence thesis serves also as a common background on the debate between a modest and a full-blooded theory of meaning (Cfr. Dummett 1978a, 1993, 1996a, 1996b, McDowell, 1998, 2002). According to that background, a truth-conditional theory of meaning is not just a translation manual, it should explain what it is to understand a language by specifying and explaining the knowledge in virtue of which speakers are capable of using linguistic expressions (the norms that guide speakers in their uses). Accepting the use-mention distinction should be taken into account here, there are however two other understandings of the equivalence thesis. One is supported by the work of Tarski: a narrow conception that characterizes truth-conditions in terms of bare referential structures. The other is based on some ideas coming from Frege: a broad conception that characterizes referential structures taking into account contents asserted by language users, and accordingly, determining not only referents but also senses. The first purpose of this paper is to show that Dummett and McDowell converge in arguing against the narrow characterization of a truth-conditional theory of meaning.

The debate between McDowell's modest conception of meaning and Dummett's conception of a full-blooded theory is closely linked in turn to the distinction between a verificationist and a truth-conditional semantics. In arguing against modesty, Dummett argues generally against truth-conditional theories and supports verificationism. While arguing against full-bloodedness, McDowell argues against verificationism and supports truth-conditional theories. From Dummett's perspective, while verificationism provides a

substantive characterization of senses based on the idea of criteria and processes needed to identify referents, truth-conditional theories leave no room for those notions. The previous point presupposes that truth-conditional theories determine reference conditions without taking into account elements of the force theory. Dummett assumes McDowell's conception is equivalent, or at least closely related, to a narrow conception of truth. McDowell's efforts however are directed to show how it is possible to capture the notion of sense from a broad characterization according to which it is not possible to determine reference without taking into account elements of the force theory. From this point conjunctly with the object-dependence thesis, according to which singular thoughts are dependent on the existence of the object referred by singular terms, and what I will call symmetry thesis, according to which a theory of reference is at the same time a theory of sense, McDowell favors an austere characterization of senses. The second point of this paper is to show how both verificationism and a broad characterization of a truth-conditional theory leave space to Frege's notion of sense (see, McDowell, 1998).

Thirdly, I would like to show how it is possible to articulate the debate between a full-blooded and a modest conception within a broad truth-conditional view. The question that arises under this framework is, if a substantive characterization of senses is necessary or if an austere characterization is enough. Against full-bloodedness, McDowell argues that substantive characterizations of senses as criteria or procedures to determine semantic values fall into a kind of descriptivism. If thoughts are composed of senses, and senses are criteria to identify referents, e.g. "an object that satisfy such and such condition", it is possible to individuate singular thoughts regardless the existence of the objects referred. A descriptivist conception of singular senses entails then antirealism: singular thoughts are not essentially related to what is the case. The substantive characterization, assuming that it is contaminated with descriptivism, should be then rejected because it leads to antirealism. An austere characterization would be enough, so it that it would not be necessary to develop a full-blooded account of meaning. However, I would like to argue that although it is true that symmetry and object-dependence are incompatible with descriptivism, it is simply not true these theses are incompatible with any attempt to characterize senses in a substantive way.

Finally, I will argue that while an austere characterization takes for granted the knowledge in virtue of which it is possible to understand sentences of a language, a substantive one is required in order to provide an account of what it is to have such a knowledge. The general idea of this paper is then to provide a substantive characterization of the notion of sense within a broad truth-conditional conception fulfilling at the same time Dummett's worries about full-bloodedness and understanding while rejecting descriptivism. Evans in particular accepts symmetry and object-dependence although he develops a project of a truth-conditional theory of meaning that leaves aside descriptivism

without abandoning the idea of providing an account of the knowledge in virtue of which speakers understand singular sentences.

The previous itinerary is basically a synthesis between McDowell's insistence on truth-conditional theories and Dummett's insistence on the required development of a substantive account of senses.

Dummett argued that a theory of meaning is a theory knowledge of which is required to understand expressions of a language and argued that in order to achieve that objective it is necessary to take into account assertion conditions not barely truth-conditions. The contrast between force and reference is important here to appreciate that a theory of meaning resorting only on referential structures is not enough. However, this contrast does not undermine a conception according to which in order to specify clauses of a truth-conditional theory it is necessary to take into account the determination of referential structures from the point of view of contents ascribed to language users in order to make sense of their linguistic behaviors. McDowell has argued the co-dependency between force theory, reference theory and sense theory entails the postulation of object-dependent senses and a rejection of descriptivism, which in turn allow us to avoid verificationism and consequently blocks any attempt to develop a constructivist theories of meaning: it is wrong to provide substantive specifications of senses in terms of processes, methods or criteria under which the reference is determined. The main point throughout this paper is to show that it is possible to accept symmetry and object-dependence without throwing out the constructivist project. In other words, it is possible to articulate a substantive characterization of the notion of sense inside a broad truth-conditional conception, while avoiding descriptivism and austerity, i.e, to develop a full-blooded theory "from within content".

2. Frege's conceptual notation and Tarski's semantic definition of truth

Tarski's theory of truth describes how to apply the predicate true to object language's sentences taking for granted what it is to express a true content in sentences of a metalanguage. That is plainly obvious by noticing every application of the predicate "true" on the left side depends on what is established on the right side of a T-sentence. In explaining how the predicate "true" is applied to a singular sentence, let's say "snow is white", it is taken for granted what it is to be true for uses of the sentence Snow is white. The theory presupposes, firstly, the content expressed is true if the interpretation of the singular term satisfies the interpretation of the general term; secondly, that the interpretation of every term corresponds to its reference.

According to Frege, truth it is not only a predicate, it is the point that guides the development of an assertion theory. Frege speaks of judgments as transitions from thoughts to the truth. The relation between thought and truth relevant for logic is not a descriptive one, but a normative one: reference and

truth are not properties of senses and thoughts, but aims at which senses and thoughts are directed¹.

When Frege speaks of judgments as an advance from thought to the truth, or as strivings to the truth, he always places these considerations in the context of the equivalence thesis, opposing assertions used seriously and scientifically with assertive sentences used hypothetically and fictionally². The discourse about fictional contexts serves here I think to provide an argument like the following: there are two possible ways to capture the relationship between thought and truth: either truth is a predicate applied to thoughts or it is the point at which thoughts are directed. The first characterization does not provide a distinction between predication and assertion: an utterance preserves the same structure in proper and fictional contexts, although the copula in the first case accomplishes only a predicative function, while in the second it has a dual function: to predicate and to express a commitment to the truth. Logic should be sensible to the distinction between the game of proper and mock assertions, if it will be used for scientific porpoises. The relationship between thought and truth that matters for scientific porpoises is not merely the subject-predicate relation, but the direction-point one. Therefore, logic concerns not merely with an explanation of the conditions under which the predicate "true" can be applied, but to an account of what it is for a thought to be directed to the truth. The equivalence thesis remains silent to that point: the equivalence between "the thought that 5 is a prime number, is true" and "5 is a prime number" is tautological in every context. When a speaker utters a singular sentence "*a* is *F*" he could, on one hand, be only pretending as if he is making a proper commitment, just saying that *a* is *F* without striving to the truth, or on the other hand, asserting properly that *a* is *F* being committed to the truth of the thought. So, utterances of indicative sentences merge into a single structure the act of predication and the act of assertion. Although the sentential structures are

1. Remember here, Frege's distinction between the judgment -vertical- stroke and the content – horizontal- line.

2. "in every judgment, no matter how trivial, the step down the level of thoughts to the level of referents (the objective) has already been taken one might be tempted to regard the relation of the thought to the true not as that of the sense to the referent, but rather as that of subject to predicate. One can, indeed, say: "The thought, that 5 is a prime number, is true" But closer examination shows that nothing more has been said than in the simple sentence "5 is a prime number". The truth claim arises in each case from the form of the declarative sentence, and when the latter lacks its usual force, e.g., in the mouth of an actor upon the stage, even the sentence "the thought that 5 is a prime number is true" contains only a thought and indeed the same thought as the simple "5 is a prime number". It follows that the relation of the thought to the true may not be compared with that of subject to predicate. Subject and predicate (understood in the logical sense) are indeed elements of thought; they stand on the same level for knowledge. By combining subject and predicate, one reaches only a thought, never passes from the sense to its referent, never from the thought to its truth-value. One moves at the same level but never advances from one level to the next. A truth-value cannot be part of a thought; any more than say the sun can, for it is not a sense but an object." (Frege, 1948, pp. 216-217. The emphases are mine)

exactly the same, in the second case, but not in the first, there is a commitment to the truth of what is said. Sentential structure, either syntactically or semantically, does not capture that difference between a content to which the speaker is committed and a content to which he is not. We should then enquire to the link between thought and truth by providing a theory of the conditions to advance from thoughts to the truth, and not just about conditions under which it is possible to predicate “true” or “false” as labels applied to a thought. Accordingly with the previous considerations, the relation between truth and meaning captured by the equivalence thesis is not reduced to “scientific systematization of regularities in a complex phenomenon” (Dummett, 1987, p. 260). Frege has advanced this point in order to argue against psychological explanations of judging, but it is not only a point against psychologism. Specifications of regularities underlying the phenomenon of judging, either psychological or behavioral or semantical, ignore relevant normative aspects. A theory of judgment is neither a psychological theory nor behavioral one nor a theory of reference. Of course, judging and inferring are processes that satisfy psychological, behavioral and semantic regularities; however, these processes are also rational activities governed by rules and commitments. Just as playing chess and to recognize what it is to win at chess are psychological, behavioral and semantic processes, but playing chess with a commitment to win and playing without this commitment constitute different practices.

The distinction between utterance in fictional contexts and genuine assertions can serve as to note that a theory of judgment is not just a descriptive theory of facts and its regularities. The same facts and regularities can occur when an actor is saying that *a* is *F* on the stage and when is he saying that *a* is *F* offstage. However, in one case the actor is only playing with his utterances, pretending as if certain commitments were maintained or strived for when in fact they are not. On the other case he is committed, or at least he strives to be committed, to the truth. The difference between merely expressing a thought and the practice of making rational judgment is not supported either by a difference in the processes by virtue of which the actor utters the sentence, or by a difference in the assignment of referential structures. The difference depends on the commitments acquired when the sentence is uttered.

Here it worth notice that to be committed to the truth of a thought is not just a psychological attitude. If this were so, an internal recognition of the actor would imply that his linguistic behaviors are within the game’s assertion. However, regardless of the attitude the actor maintains about his thoughts, when he utters sentences in the context of the play he is not asserting anything. When an individual expresses a judgment by an assertion, nor he is only “accepting inwardly in judgment” or “accepting outwardly in the assertion” that the thought is true, neither he is only carrying out a process that has as a product a structure which can be label with the predicates “... is true”, “... is false”. Even if we have intentions to speak the truth or even if we fail to do that, to make a judgment essentially entails it is possible to evaluate our

commitments. Precisely for this reason, the refutation of an assertion involves the compulsion to support the claim with further evidence or withdraw it if it is not possible to find additional evidence: in judging the speakers of a language are objectively committed to the truth of a thought.

3. Chess and language

It is useful to develop the analogy between chess and language in order to understand the difference between a semantic theory that explains how to apply the predicate “true” to sentences of a language and a theory of judgment. Dummett has said that one thing is to provide a theory of how to apply the labels “win”, “lose”, “tie” to a formal description of chess and another one to provide a theory considering the point of the game is to win.

Let us compare truth and falsity with the winning and losing of a board game. For a particular game we may imagine first formulating the rules by specifying the initial position and the permissible moves; the game comes to an end when there is no permissible move. We may then distinguish between two (or three) kinds of final position, which we call ‘Win’ (meaning that the player to make the first move wins), ‘Lose’ (similarly) and possibly ‘Draw’. Unless we tacitly appeal to the usual meanings of the words ‘win’, ‘lose’ and ‘draw’, this description leaves out the vital point -that it is the object of a player to win. It is part of the concept of winning a game that a player plays to win, and this part of the concept is not conveyed by a classification of the end positions into winning ones and losing ones. We can imagine a variant of chess in which it is the object of each player to be checkmated, and this would be an entirely different game; but the formal description we imagined would coincide with the formal description of chess. The whole theory of chess could be formulated with reference to the formal description; but which theorems of this theory interested us would depend upon whether we wished to play chess or a variant game (Dummett, 1978b, p. 2)

Against the analogy, McDowell has objected the following: while utterances are composed of terms that refer to extralinguistic entities, chess games do not have referents. Hence, he concludes, while sentences have semantic properties, chess games do not. While utterances express contents whose constituents are senses, chess games do not express thoughts¹.

1. “See, e.g., “What is a Theory of Meaning? (II), p.76. I think Dummett is disposed to hope for help, in addressing this question, from a supposed analogy with the way in which a theory of a game like chess would enable one to characterize the significance of a move in terms of the difference it makes to the state of the game- not the mere fact that such-and-such a piece is now here rather than there, but the change that the move effects in the prospects of the players (See “What Do I Know When I Know a Language?”, pp. 102-5, and *The interpretation of Frege’s Philosophy*, pp. 75-6) But this analogy can not help with the nature of the transition from “outside” content to “inside”. For chess moves does not have contents; we do not hesitate to credit them with significance, but this is not a matter of their being expressive of thoughts” (McDowell, 1998a, p. 93)

A purely formal system is defined by rules that transform states or configurations only under the base of its formal properties. Purely formal systems are self-contained in the following sense: their configurations and constructions are not related to structures external to the system. Under this description the analogy is weak. While sentences have semantic properties, chess construction does not require semantic interpretations. The analogy proposed, however, is not between a purely formal description of chess and language. The point is to compare the design of a logic that characterizes the rational activity of playing and the design of a logic that characterize the rational activity of judging.

If the purpose is to provide a theory of practices, formal descriptions should be complemented by a theory that assigns values to each board in the series of playing boards. The usual way to capture these rules is to follow compositionality: determining intermediate values based on the value of final states and then to compose the value of final states as a function of the value of the intermediate ones and the construction's form. Chess putatively logic would then be composed by two types of rules: (1) formal rules that establish the framework for all possible constructions, and (2) semantic rules that determine intermediate values based on the values assigned to final states. Semantic rules aim is to establish values on whose base it is possible for a system to decide between transitions leading to final states that are labeled "win" and transitions leading to final states that are labeled "lose" or "tie".

Chess board-configurations are not interpreted with respect to external entities; however they have a value. Playing chess is a rational activity that involves making a series of choices that are aimed at winning. Chess is basically a decision game whose point is to decide which moves are best to reach certain goal. Some movements are better than others because every movement has a value relative to the value of the final configuration. Chessboards configurations do not refer to external entities but they have a value under which they are selected.

Here again it is useful to notice that an evaluation is not just a matter of internal acceptance. If that were the case, to play at the level of a master would not require more than my recognition that all my plays are good. The value of a movement is not subjective, it is there so that some people is able to recognize it (chess masters) and others not. A chess game is won if the sequence ends in a configuration in which the opponent's king is in checkmate. Hence, a putatively logic of chess should assign to sequences ending in this state the value "win". If the goal is to win when the own king is checkmate, the assignment of ending labels would acquire another meaning. Semantic rules for nonstandard chess would assign the value "lose" to sequences that ends in the opponent king checkmated. By playing chess, players recognize some strategies and tactics as better than others and compete to design best strategies to win. What movements are better depends on the purpose of the activity. Movements that

are better at chess are probably worse in nonstandard chess. Since assigning values to intermediate states depend on assigned values to the final states, and since the values “win”, “lose”, “tie” assigned to end states depends on the point of activity, assignments of values depend on what is to win at the activity described. In sum, assignments of values to syntactical constructions depend on the point of the activity that is characterized.

The minimal structure that makes sense in chess is a game. It is the structure that can be said to be “win”, “lose” or “tie”. The constituents of a game are movements on chessboard configurations, advances from a particular board configuration to another one. A game consists of transitions between configurations of boards. The value for each setting is determined by the role it plays in determining the configuration of the target. Perhaps if we knew what would be the winning conditions, we could develop a syntactic-semantic theory in which the value of each configuration is determined only by these conditions. Having assigned to each configuration semantic values taking into account the conditions to achieve the value of the final configuration, the value of each chess game “win”, “lose” or “draw” could be determined based on the value of its constituents. The logical rules for chess would look then more or less as follows: “a chess game “G” is won if G consists of a sequence of configurations of such and such values.” These rules determine under what conditions the predicate “win” is applied to well-formed constructions as a function of the constituents’ values of their constituents. In a similar way Tarski’s semantic theories determine how to apply the predicate “true” to sentences of a language based on the values assigned to sentential constituents. Now, we can apply the label “win” in accordance to rules of chess, even if the target when the sequence was produced is not to win. When the game was played without aiming to win, to apply the label to the sequence does not alter the fact that the game was played without this point at view. When the game is played with this aim at view, two acts are linked to the same formal structure: the act of performing well formed configurations that can be labeled “win”, “lose” or “draw” and the act of playing a game in order to win. A chess theory should be sensitive to the objective of the game; if not, it could be mistaken as a theory about another activity, e.g., with a theory about nonstandard chess. In order to develop a logic of chess it is then not enough to describe how to apply labels to well-formed sequences, since it is possible to lose sight of the practice that it is intended to capture. That is basically Dummett’s point.

McDowell’s objection is reduced to the following: the analogy between language and chess is weak because while sentences have semantic properties, i.e., sentential constituents refer to extralinguistic entities; chess games do not have semantic properties. However, firstly sentential constituents have as references extralinguistic entities, objects and sets (or properties or concepts) because the relationship between referents is what plays a role in determining the truth-value of a sentence. Frege used the term *bedeutung* in order to signal precisely that the very same thing of which a sentence is about, what is referred,

is the very same thing that plays a role in determining the truth-value. Secondly reference is a relationship between language and extralinguistic entities, but it is not strictly speaking something independent to the asserted contents. There are no specifications of bare referents in virtue of which the reference relation could be established. In clauses of a theory of reference like “Hesperus” denotes Hesperus, the singular term is related to an object through the way it is used in the language. Similarly, constituents of a chess game are values assigned to chessboard configurations, these values serve as interpretations of chess settings because they play a role in determining what it is to win at the game. The semantic relation between boards and values is not independent of how players’ behavior becomes intelligible: chessboard configurations relate to values depending on how these settings are strivings for winning. Sentences express thoughts, structures which true or false, chess games do not express any content in this sense, they do not express structures for which the rules are the rules of truth, but they express movements that are selected by their role in order to win.

The analogy between chess and language illustrates the following differences between a theory of reference and a theory of judgment. First, rules of a reference theory explains how to apply the predicate true as a function of constituents’ values. Following the analogy, the design of these rules requires to take into account the point of the activity analyzed. As Dummett says: “unless we tacitly appeal to the usual meanings of the words 'win', 'lose' and 'draw', This description leaves out the vital point -that it is the object of a player to win” (Dummett, 1978b, p.2). Second, as much as the minimal structure that makes sense in chess is a game, a construction whose norm is to win, the minimal structure that makes sense in judging is a structure to which a truth-value is assigned, a judgment. Third, as well as constituents of chess games are not chessboard configurations and values associated with these settings, but movements, constituents of a judgment, “a move in the language game”, are not semantic values associated to terms, but transitions between judgments (when a judgment is general) and transactions between singular and general terms (when a judgment is singular); no referential structures but moves between referential structures.

If a theory of meaning is strictly formulated in terms of clauses of a theory of reference like “ $F(a)$ is true if and only if a satisfies F ”, it follows the content of “ $F(a)$ ” is exhausted in the relation between referents. The utterance expresses, however, that the object presented as a satisfy the relation presented as F . Tarski’s clauses for a theory of truth do not capture this idea of particular forms to know objects and properties which are concerned in order to develop a theory of understanding.

In contrast to tarskinian semantics, Frege takes as given semantic mappings between singular terms and objects and between sentences and truth-values, in order to determine the semantic contribution of every constituent to the

judgment. The difference in the assignments implies a difference in the kind of structures that are relevant to the analysis, while the class of structures that are relevant to the tarskinian analysis are referential, the kind of structures relevant for the fregean ones are assertions' constituents, transitions from one judgment to another. A theory of truth can leave aside the "striving for" relation between thought and truth, and as such its scope is to determine the rules under which the predicate true is applied. In contrast, a theory of judgment is not limited to specifications of semantic regularities. The semantic rules determine under which conditions the predicate true is applied to a formal descriptions of a language, because judging implies a commitment to truth not vice versa¹.

According to how do we conceive the relationship between sense and reference underlying the equivalence thesis, we would then understand in two different ways what a truth-conditional theory is: either the elements required to explain what it is to understand an expression are bare referential structures, what I will call narrow conception; or, the elements are asserted contents (sense related with referents), which I will call broad conception. In the narrow conception meaning is strictly explained by relations between reference values, in the broad conception it is explained by judgments transitions.

4. Wide and narrow truth's conception

Contrasting the use of conditional statements to which a truth value is not assigned if the antecedent is false, with the use of singular sentences to which a truth value is not assigned if it contains empty singular terms, Dummett points out the following: how the statement is used, what is its sense, does not depend on the assignment of a "neither true nor false" value, but on the commitments made by the speaker when the sentence is uttered.

Someone uttering a conditional statement of the kind described may very well have no opinion as to whether the antecedent was going to turn out true or false; that is, he is not taken as having misused the statement or misled his hearers if he envisages it as a possibility that that case will arise in which he is said not to have made a statement true or false. All that he conveys by uttering the conditional statement is that he excludes the possibility that the case will arise in which he is said to have said something false, namely that the antecedent is true and the consequent is false. With the case of a singular statement it is quite different. Here someone is definitely either misusing the form of a statement or misleading his hearers if he envisages it as a possibility that that case will arise in which what he said will be said to be neither true nor false, namely that the singular term has no reference. He conveys more by making the statement than just that he excludes the possibility of its being false,

1. "The roots of the notions of truth and falsity lie in the distinction between a speaker's being, objectively, right or wrong in what he says when he makes an assertion" (Dummett, 1978a, p. xvii).

he commits himself to its being true. (Dummett, 1978a, p. 11. The emphases are mine).

Dummett argues that in cases where it is possible to speak of statements that are neither true nor false, it is necessary to associate a third value to the utterance in order to provide a systematic and smooth account of complex constructions in which such sentences appear as constituents. There is an intrinsic connection between the applicability of the predicate true to assertoric sentences and the fact that an assertion can only be correct or incorrect. Since there is no gap in the linguistic convention of assertion, conceiving a statement as "neither true nor false" is to treat it as a kind of falsehood or as a kind of truth. In developing a systematic theory of content in terms of truth-conditions it is necessary to introduce a third value in order to explain how to deal with complex constructions under the assumption that there are constituents that satisfy the "neither true nor false" predicate¹. However, this classification in three values is not compatible with the idea that there is no room for a gap in judging. If a correct assertion is a true assertion and an incorrect one is a false one, assertions that are "neither true nor false" would be neither correct nor incorrect. Since there is no gap in assertions conditions, it is only possible to take cases of singular statements including empty singular terms as cases of assertion if there are two ways in which an assertion may be incorrect: when the statement is classified as "false" and when it is classified as "neither true nor false". Appealing to the classification between designated and undesignated values, Dummett set the difference between correct and incorrect assertions in terms of utterances with designated values and utterances associated with undesignated ones. While the principle of *tertium non datur* applies to assertions, there are only two options an assertion has a designated or an undesignated value, three different values can be assigned in the systematic theory: two ways of having a designated value or two ways to have an undesignated one. To accept the principle of *tertium non datur* for assertions implies to accept it to sentential constructions only if the bivalence principle is taken as well as given. From this point Dummett remarks the following:

(i) The sense of a sentence is determined wholly by knowing the case in which it has a designated value and the cases in which it has an undesignated one.

1. "the simplest and the most basic principle on which "true" and "false" may be applied to assertoric utterance will, then, be that such an utterance is true when the speaker is right in what he says, false when he is wrong. To think that the notion of presupposition belongs to the same fundamental level as that of assertion will therefore be to think that there is a place for a linguistic convention that interposes a gap between the condition for a speaker to be right in making a certain utterance and the condition for him to be wrong. Such an utterance will bear to a presuppositionless assertion the same relation that is borne by a conditional bet to an unconditional one. But, as I argued in 'Truth' while in the case of a bet, the significance of a gap is immediately apparent, there seems to be no place for any such gap in the case of an assertoric." (Dummett, 1978a, p. xvii)

(ii) Finer distinctions between different designated values or different undesignated ones, however naturally they come to us, are justified only if they are needed in order to give a truth-functional account of the formation of complex statements by means of operators.

(iii) In most philosophical discussions of truth and falsity, what we really have in mind is the distinction between a designated and an undesignated value, and hence choosing the names 'truth' and 'falsity' for particular designated and undesignated values respectively will only obscure the issue.

(iv) Saying that in certain circumstance a statement is neither true nor false does not determine whether the statement is in that case to count as having an undesignated or a designated value, i.e., whether someone who asserts the statement is or is not taken as excluding the possibility that that case obtains. (Dummett, 1978a, p.14)

Even if a theory of truth assigns semantic values to each sentence (as it should if the goal is to explain meaning in terms of semantic roles), the assigned values do not determine how the sentence is used. Even if in order to deal with complex structures it is assumed that problematic statements constitute "a move in the language game" so that they have a semantic value, determining how the statement is used depends on the conditions of assertion not on the semantic structure. In the case of conditionals speakers are committed with the following: if the antecedent is true and the consequent false the assertion is incorrect. Otherwise, if the conditional is true or is neither true nor false, the assertion is correct. In the case of singular sentences the speaker is committed to the following: if the statement is true the assertion is correct. Otherwise, if the statement is false or if it is neither true nor false, the assertion is incorrect. Attribution of a third value does not decided between correct or incorrect uses, and therefore does not determine the way in which the statement is used. In the first case the speaker "is not taken as having misused the statement or misled his hearers if he envisages it as a possibility that that case will arise in which he is said not to have made a statement true or false" (Dummett, 1978a, p. 11). In the second case, the opposite is true: "Here someone is definitely either misusing the form of a statement or misleading his hearers if he envisages it as a possibility that that case will arise in which what he said will be said to neither true nor false, namely that the singular term has no reference" (Dummett, 1978a, p. 11).

Assignments of referents are not enough to account for what is to understand language's expressions. The stipulation of truth-values based on semantic values explains how to build complex structures from atomic one but it ignores the commitments in using these constructions. It does not determine, for example, if the utterance of neither true nor false statements does or does not constitute a correct or incorrect use. In other words, it is possible to make intelligible a community's linguistic behavior through coextensive theories of truth: a theory that takes as false the use of singular statements with empty

singular terms or a theory that assumes that such statements do not express anything true or false. In the same way, it is possible to make intelligible players' movements on chessboards by a theory which takes as won games in which the objective is to checkmate the opponent's king or through a theory that takes as won games in which it is to checkmate the own king. Until the theorist define how speakers or players are committed to the assigned values, i.e., the point to attach these values to complex structures, he cannot decide which theory accounts for speakers or players behaviors¹. Therefore, Dummett concludes a theory of meaning is not of truth-conditional but a theory of assertion.

Are we then to say that laying down the truth-conditions for a sentence is not sufficient to determine its sense, that something further will have to be stipulated as well? Rather than say this we should abandon the notions of truth and falsity altogether. In order to characterize the sense of expressions of our two forms, only twofold classification of possible relevant circumstances is necessary. We need to distinguish those states of affairs such that if the speaker envisaged them as possibilities he would held to be either misusing the statement or misleading his hearers, and those of which this is not the case. (Dummett, 1978a, p.11)

Against the previous considerations, McDowell argues a theory of truth determine semantic values by providing appropriate ascriptions of propositional attitudes to speakers. The way in which speaker's behavior becomes intelligible certifies the truth-conditional clauses that preserves the ascribed contents. Reference relations established by a theory of truth provide the semantic structure to a theory of sense, given that truth-conditions are established by taking into account ascriptions of propositional attitudes under which the speakers' linguistic behavior become intelligible. A truth-conditional theory does not provide bare referential specifications. It should specify clauses of the theory of reference by taking into account principles of the force theory. Specified in this way clauses of the theory of reference are determined by the

1. "Again, to be told that we say of a statement containing a singular term which lacks reference that it is neither true nor false is so far only to be informed of a point of usage; no philosophical consequences can yet be drawn. Rather, we need to ask whether describing such a statement as neither true nor false accords better with the general point of classifying statements as true or false than to describe it as false. Suppose we learn that in a particular language such statements are described as 'false': how are we to tell whether this shows that they use such statements differently from ourselves or merely that 'false' is not an exact translation of their word? To say that we use singular statements in such a way that they are neither true nor false when the subject has no reference is meant to characterise our use of singular statements; hence it ought to be possible to describe when in a language not containing words for 'true' and 'false' singular statements would be used in the same way as we use them, and when they would be used so as to be false when the subject had no reference. Until we have an account of the general point of the classification into true and false we do not know what interest attaches to saying of certain statements that they are neither true nor false; and until we have an account of how the truth-conditions of a statement determine its meaning the description of the meaning by stating the truth-conditions is valueless" (Dummett, 1978a, pp. 3-4)

content of the speech acts in question, so that theories of how to apply the predicate “true” certified by force theories are theories of sense. In McDowell’s words:

When Davidson suggests that a certain sort of truth-theory can be treated as if it were a meaning theory, his point is that one could arrive at a truth-theory for a language by achieving a set of entitlements that are stronger than what the theory actually says...ultimately the whole construction would need to be anchored in entitlement to suppositions about what complete speech acts, assertions in the case of indicative sentences can be made by uttering forms of words in the language...what really interest us is the content of those entitlements, and a truth-theory established in the right way is no more than a manageable device for collecting the business parts of the entitlements, the connection between, on the one hand words and combinations of words and, on the other, what one can express by using them, thought the truth-theory does not itself specify anything as that. (McDowell, 1998d, p.110)

Here we have a common background and a deep divergence between Dummett’s verificationism and McDowell’s truth-conditional conception. While the former argues: (1) specifications of semantic values that do not take into account what is the point in making these specifications are not specifications of contents (2) a theory of truth is a theory that specifies how to apply the predicate “true” only in terms as a function of semantic values. Therefore, (3) a theory of sense is not a theory of truth-conditions but a theory of assertion conditions. The second, accepts the first premise, but rejects the second, and supports (2') If a theory of truth should serve to establish a theory of sense, it is necessary to determine semantic values through appropriate ascriptions of content (to specify truth-conditions certified by appropriate ascriptions of propositional attitudes that make speaker’s linguistic behavior intelligible) Therefore, (3') a theory of sense is a theory of truth-conditions. The common background is the first premise: in order to characterize senses through the development of a semantic theory the theorist must take into account speaker's epistemic commitments or, as McDowell put it, ascriptions of propositional attitudes that makes speaker’s linguistic behavior intelligible. What bothers McDowell is Dummett's conception of truth-conditions and specifications of semantic values that are not assertions’ content specifications, i.e., the idea that a theory of reference can be developed as the core of a theory sense without taking into account the force theory.

According to my sketch when a theorist comes to explain and justify the claim that the notion of truth might figure essentially in the “core” of a theory of meaning, he will do so by appeal to the notion of the content of an assertion. In Dummett’s view, by contrast, there is a requirement that one should be able to explain what one is about, in constructing the “core”, before one goes on to bring its materials into relation with such notions, which belong to the theory of force. (McDowell, 1998d, p. 89)

The profound divergence is the rejection of the second premise and consequently the conclusion: while Dummett identifies the truth-conditional conception with the narrow view and infers that if the goal is to specify sense, it is necessary to specify assertion conditions and not truth-conditions; McDowell identifies the truth-conditional conception with the wide view and infers a codependency between truth-conditions and assertion-conditions. If truth conditions are set taking into account ascription of propositional attitudes under which linguistic behaviors becomes intelligible, it is enough to determine truth conditions in order to specify senses. Between each coextensive truth-theory there should be one that accounts for the speakers' behavior. The truth-theory privileged in that way, establishes specifications of reference conditions that are specified by the content of the speech acts ascribed to the speaker; so, that theory is a theory of the senses associated to their uses. The point here is not to supplement a theory of reference with a theory of force and a theory of sense, as if each could be established independently, or to establish a priority of the force theory over the theory of reference. A theory of meaning describes and reveals internal codependent relations between reference, sense and force. Content ascriptions satisfy two requirements at the same time. The requirement from outside, that is, to make intelligible the linguistic behavior, i.e., the requirement to take into account elements of the force theory. The requirement from within, that is, to reveal the referential structure under which it is possible to explain complex constructions, i.e., the requirement to take into account elements of the reference theory.

Certification of a theory as a theory of sense requires it to be capable of functioning in the ascription of propositional acts. That might suggest that the position I am outlining here promises elucidation of the notion of sense in terms of the notions of propositional acts, assumed to be conceptually prior. But that would be a misrepresentation. Acceptable ascriptions of propositional acts must simultaneously meet two requirements: not only the requirement, from outside the envisaged bipartite theory, that the acts ascribed be intelligible, but also a requirement from within, evidently compulsory given even the dimmest insight into how language works, that it be possible to represent the content of propositional acts performed by uttering a sentence as dependent on the repeatable contribution of its components. The second requirement suggest that the notion of the content of a propositional act cannot be viewed as accessible in advance, of, at least, an adumbration of the idea that the determination of such contents by the words used should be describable by a theory that works systematically across a language, generating specification of the content of propositional acts potentially performed in the utterance of any sentence, by way of its structure and suitable properties assigned to its components. That idea simply is the idea of a theory of sense. What I am proposing here, then, is not elucidation of the notion of sense in terms of other

notions, still less any hope of reducing it to those others, but simply a description of its relation to those others. (McDowell, 1998c, pp.6-7)

While from arguments against the narrow view, Dummett dissociates between truth-conditions and assertion conditions, supporting a priority of the force theory over the theory of reference, McDowell supports a codependency, which leads him to reject verificationism. If ascriptions of content are ascriptions of truth conditions that are intrinsically related to attributions of propositional attitudes in terms of which linguistic behaviors becomes intelligible, then it is sufficient to provide an explanation of meaning in terms of truth. It is not necessary also to provide an explanation in terms of verification conditions. If we contrast verificationism with the narrow view, it is tempting to reject the truth-conditional. However, if we contrast it with respect to the wide view it seems no longer necessary to abandon the truth-conditional conception. If the determination of truth conditions is carried out by means of clauses certified by the ascription of propositional attitudes, then these clauses serve as specifications of senses.

5. Austere conception of the notion of sense

Frege introduced the notion of sense, firstly, to account for cases of sentences that have the same truth-value, being built by co-referential terms, but nevertheless having different cognitive significance. Secondly, to give an account of cases of referential opacity: someone may believe and not believe or believe not, at the same time, about the same that it satisfies the same property without contradiction. The notion of sense explains how it is possible to preserve speakers' rationality in cases where about the same thing it is believed and not believed or believed not that it satisfies the same property. If "Phosphorus" (hereinafter P) and "Hesperus" (hereinafter H) are co-referential terms, "H is H" and "H is P" are true sentences. If meaning is reduced to reference, then to understand "H is P" implies to know that "H is P" is true. A wide view in relation to truth and austere in relation to the notion of sense shows how is it possible to make room for the notion of sense with the elements provided by the theory of reference without providing explicit specifications of senses. The main problem for this approach is then to explain how it is possible to understand statements like "H is P" through knowledge of clauses of the theory of reference without knowing that the statement is true.

McDowell appeals to the distinction between knowledge of truths and knowledge of things in order to explain how is it possible to understand a sentence without knowing that it is true. In order to understand sentences of a language in which the name "Hesperus" appears as a constituent it is enough to know that "Hesperus" denotes Hesperus. What is required here is the knowledge that the proposition expressed by (1) "'Hesperus' denotes Hesperus" is true, not knowledge that the sentence (1) is true. Knowing the sentence (1) is true does not mean knowing the proposition expressed by (1). Someone who knows the truth of the axioms without knowing the proposition

expressed do not know the denotation or meaning of the expressions specified by the axioms. Therefore, although he has knowledge that allows him to make complex constructions, he has no knowledge that allows him to understand the content of such constructions¹. Now, the knowledge of the propositions expressed in (1) and (2) ““Phosphorus” denotes Phosphorus” is knowledge of facts expressed by sentences, not discriminative knowledge of objects. (See McDowell, 1998f, p.175). If it is possible to know to what refers “H” and to what refers “P”, without knowing which object is the referent of “H” and which object is the referent of “P”, then the inference from knowledge of truth-conditions to knowledge the truth value of “H is P” is blocked. If a language user knows that “Hesperus” denotes Hesperus and that “Phosphorus” denotes Phosphorus, he can understand the sentence “Hesperus is Phosphorus”, without knowing that the sentence “Hesperus is Phosphorus” is true. Even if he knows of Hesperus that it is the referent of “Hesperus” and of Phosphorus that it is the referent of “phosphorus”, he does not know that the referent of “Hesperus” is the referent of “Phosphorus”.

One advantage of the austere explanation is “(to) have... left ways of recognizing objects entirely out of account”(McDowell, 1998a, p.177). The theory is sensitive to the way in which speakers use expressions because the axioms are adjusted taking into account the theorems under which the required propositional attitudes ascribed are set in order to explain linguistic behaviors. In order to explain cases of referential opacity, the clauses of the theory of truth does not have to establish senses as specifications, descriptions or criteria to identify objects. Specifications of senses are equivalent to specifications of referents that are certified by making sense of the linguistic behavior through proper ascriptions of propositional attitudes. So, knowing the proposition ““H” refers H” consist in knowing the referent of “Hesperus” presented as Hesperus not as Phosphorus. Senses are shown in setting clauses of the theory of truth, without explicitly specifying by a description or by general formulas the way in which referents are identified² (See Evans 1985, pp. 294-295).

1. A clause like ““Hesperus” stands for Hesperus”, on my account, would figure in a theory that, for speech acts in which the name was uttered, warranted specifying their content by means of sentences in which the name was used, that is, sentences that mentioned the planet. Such a clause would do no work in the description of a linguistic capacity possessed by a given speaker...unless he showed an ability to use the name on the part of others, in speech acts construable as being about the planet. Someone whose knowledge about “Hesperus” was limited to its being a name with a bearer would simply not be enabled thereby to behave in those ways. (McDowell, 1998f, p.182)

2. This metaphor of manners of presentation can be interpreted in the context of the austere conception. Difference in sense between “Hesperus” and “Phosphorus” lies in the fact that the clauses in the theory of sense that specify the object presented by the names are constrained to present it in the ways in which the respective names present it. They meet this constraint –surely infalible- by actually using the respective names (McDowell, 1998f, p.181)

McDowell conceives the proposal to specify senses through criteria to determine referents as a kind of unnecessary and problematic descriptivism¹. If thoughts are directed to objects by means of specifications or criteria of identification, "thought relates to objects with an essential indirectness: by way of a blueprint or specification that, if formulated, would be expressed in purely general terms" (McDowell, 1998f, p.186). To specify senses in a more informative way in order to characterize the evidence by which speakers recognize referents, involves the postulation of object independent senses, which brings us back to the idea that there is no a direct relation between singular thoughts and what is the case².

The idea that it is possible to express singular thoughts whose constituents do not refer is not alien to Frege: he sometimes said that in fictional contexts assertions do not have a true value, and therefore singular terms do not refer. Frege also said that judging is a cognitive advance from thought to its truth-value, suggesting that if we retreat from judgment to thought, we find a structure that is not inherently object-directed. The combination of these two considerations suggests at least that it is possible to individuate thoughts regardless of reference. How to account for these considerations while accepting the object-dependence thesis?

The answer is very simple in principle: singular statements without truth-values do not express object-dependent thoughts and therefore do not express proper thoughts. As McDowell would say:

1. "Dummett himself sees no merit in the idea that underlies this second justification for the "neither true nor false" thesis. He refuses to allow that there can be the sort of illusion of understanding that I have discussed above. Thus he endorses, in effect, the leading idea of the first accretion (descriptivism); and, since he has no truck with Russell's conception of the logically proper name, this means that he makes no thing of the intuition that I credited to a robust sense of reality. But this refusal to allow illusions of understanding, so far from being, as Dummett suggests, the only alternative to an obvious absurdity, requires a view that, from the standpoint of the robust sense of reality, looks quite unattractive: a view according to which knowing one's way about in a language -being able to recognize the thoughts pressed in it- is prior to and independent of knowing one's way about in the world" (McDowell, 1998g, p. 211)

2. "Opposition to this, on behalf of Frege, involves, I believe, a suspect conception of how thought relates to reality, and ultimately a suspect conception of mind. The Fregean view would have to seek its support in the idea that thought relates to objects with an essential indirectness: by way of a blueprint or specification that, if formulated, would be expressed in purely general terms. Whether the object exists or not would then be incidental to the availability of the thought. Underlying that idea is the following line of argument. When we mention an object in describing a thought we are giving only an extrinsic characterization of the thought (since the mention of the object takes us outside the subject's mind); but there must be an intrinsic characterization available (one that does not take us outside the subject's mind), and that characterization would have succeeded in specifying the essential core of the thought even if extramental reality had not obliged by containing the object...the real content of the thought expressed would need to be given by an intrinsic characterization; and that would specify the content of the thought without mentioning extra-mental objects, and thus in purely general terms" (McDowell, 1998f, p.187)

The syntax of sentences of the relevant sort fits them to express singular thoughts if any; where a singular thought is a thought that would not be available to be thought or expressed if the relevant object, or objects, did not exist. It follows that if one utters a sentence of the relevant sort, containing a singular term that, in that utterance, lacks denotation, then one expresses no thought at all; consequently, neither a truth nor a falsehood. (McDowell, 1998g, p. 204)

The syntactic category of singular terms includes singular terms expressing proper and apparent senses (mock-thoughts). When a speaker makes an assertion without truth-value he believes, by the syntactic structure and because of his competence on the language, that he is expressing a singular thought, although he is not actually doing so. Contrary to the idea that a name without reference can still express a sense, for McDowell vacuous names do not have either referent or sense.

The question here is how to make intelligible speaker's behavior and beliefs that involve serious utterances of assertoric sentences containing empty singular terms without ascribing senses to these utterances. On one hand, if a referent is associated to a name, the belief ascribed can be described transparently as the belief that the referent, say *a*, does or does not satisfy the condition, say *F*. If a speaker utters a singular sentence "*a* is *F*", it is possible to ascribe him the following belief: he thinks of *a* that it is *F*. On the other hand, if the name do not refer, it is not possible to ascribe proper beliefs transparently as in the previous way. Although he believes that *a* is *F*, he does not believe of *a* that it is *F*. A radical interpreter could deduce from the evidence the speaker believe to have a belief that can be ascribed transparently. In the first case, what provides sense to the speaker's behavior is the transparent assignment. In the second case, however, it is a second order false belief: the speaker believes, falsely, he is expressing a transparent belief of first order. His words are meant to express something, but since there is no object it is not possible to ascribe him any content suited to the statement, no belief is expressed by his words. So, taking into account the linguistic behavior, the theorist can determine speakers' commitments with a first order belief transparently or speakers' commitments false second order belief.

In the same line of defense, McDowell presents the following argument: A thought is something that is judged. A judgment is a step forward from thought to the truth. A judgment is right or wrong, if the thought expressed is true or not true. Thoughts containing empty singular terms are neither true nor false. If these thoughts are neither true nor false and a thought is something that is to be judged, then there are cases in which judgments are incorrect because thoughts expressed are false and cases in which they are incorrect because thoughts expressed are neither true nor false. It makes no sense the idea of incorrect judgments expressing a thought that is neither true nor false, because judging consists in saying that the object referred satisfies or does not satisfy

the condition referred. In the case of thoughts without truth-value there is no object that satisfies or dissatisfies the condition or there is no condition to be satisfied, so these are not cases of judgment or subsequently of incorrect judgment. So, thoughts without truth-value are not judgeable or there are no thoughts without truth values. If there are non judgeable thoughts, the notion of “thought” lost its unity¹. Therefore, thoughts even before the act of judging are essentially directed to the world. The retreat from judgment in thinking is not a retreat from something directed to the world into something that is not so directed². Singular thought are about what is the case, even if they have not yet been stated either inwardly in judgment or outwardly in assertion.

The heart of the undesirable consequences entailed by the divergence between truth-conditions and modes of presentation is that a competent user could understand expressions without having knowledge of the world (knowledge of what his expressions are about)³. The way to avoid this skepticism about the connection between thought and world is trying to form a unified theory of sense and reference: to specify referents is at the same time to specify senses. Specifying reference conditions in the way in which the linguistic community presents the referent is equivalent to specify the senses uttered by the speakers of the community. In a crucial passage of *Mind and World*, McDowell expresses this point, which I will call symmetry thesis, in the following words:

1. “The idea of a thought without a truth-value, which this doctrine commits him to, is problematic by lights that should have been Frege’s own. Judging, in Frege’s account, is advancing from a thought to the truth-value true. Such an advance is correctly undertaken if the thought is true, incorrect if not. This may seem to allow for cases in which a judgement is incorrect because the thought involved fails to be true, not by being false but by having no truth-value—because an expression of it would contain an expression without *Bedeutung*. But can we really recognize what happens in such a case as judging? Judging is judging something to be so. Supposing there is no condition such that if it is met—if things are indeed so—the judgement is true, how can what we are dealing with be a case of judging? But if there is such a condition, it is either met or not, and we are back to thoughts with one or other of the truth-values, true or false...Perhaps the idea would be that some thoughts are judgeable—the ones that do have truth-values—and some not. But what is the unity in the concept of a thought, if thoughts are supposed to come in these two varieties—one such that to specify one of its members is to specify how things are according to it, the other not? If it does not belong to a thought as such to be judgeable, Frege’s conception of judgement as advancing from a thought to a truth-value lacks the straightforwardness it seemed to have.” (McDowell, 2005, pp. 60-61).

2. “Advancing from a thought to its truth-value...cannot be a step that starts from a configuration that is not world-directed and moves to a stance that is world-directed, though with a loss of structured significance. A thought is already to the effect that things are thus- and-so. It does not acquire its bearing on the world when someone affirms it inwardly in judgement or outwardly in assertion. And when we do focus on singular terms, it needs no detail of interpretation to see that for Frege having an object in mind can only be entertaining a thought partly determined by a singular *Sinn*. There is no need for a further step—advancing from a thought to a truth-value—in order to arrive at a position in which one’s mind is directed towards the associated *Bedeutung*. One’s mind is already directed towards the associated *Bedeutung* just by virtue of entertaining a thought determined by the relevant *Sinn*.” (McDowell, 2005, p.57)

3. See McDowell ‘Singular Thought and the Extent of Inner Space’, 1986.

I find it helpful (in this connection) to reflect in a remark of Wittgenstein: "When we say, and mean, that such-and-such is the case, we -and our meaning- do not stop anywhere short of the fact: but we mean: this-is-so" (...) we can formulate this point in a style Wittgenstein would have been uncomfortable with: there is no ontological gap between the sort of thing one can think and the sort of thing that can be the case. When one thinks truly, what one thinks is what is the case. So since the world is everything that is the case (*Tractatus*) there is no gap between thought as such and the world. Of course thought can be distanced from the world by being false, but there is no distance from the world implicit in the very idea of thought. (McDowell, 1994, p. 27. Emphasis are mine)¹

From symmetry and object-dependence, McDowell argue against constructivist attempts to formulate a full-blooded theory of meaning. If singular thoughts are intrinsically related to what is the case, it is not necessary to engage in constructive philosophy projects that attempt to provide a positive answer to the question: "how is it possible for there to be thinking directed at how things are?" (McDowell, 1994, p. xiii). Supporting in behalves of symmetry and object-dependence is for him, or so I think, a way to dissolve the duality between the realm of thoughts and the realm of facts, so that "how is it possible?" questions do not longer constitute problems in need for a direct answer. If it is not possible to specify senses as ways to recognize objects that are not at the same time specifications of referents, there is no room for characterizing senses as criteria or descriptions that serves as intermediaries in determining referents. Also, if specifications of ways of being should be counted at the same time as specifications of correction conditions, the understanding of a term is overtly manifested only to those who are already members of the linguistic community, i.e., only to those who share an understanding of expressions' proper use.

6. Rule-following argument and antirealism

McDowell's opposition to constructive projects is not only based on symmetry and object-dependence theses, from his particular reading of Wittgenstein's rule-following argument he concludes: "a theory of content is a theory from within". If that is so, then full-blooded theories -characterized as an attempt to account for linguistic contents as from outside -explain what is it to understand an expression describing linguistic behaviors as something that is overtly manifested even to those who are not part of the language community, so that they are deviated. According to McDowell, to develop a full-blooded theory is

1. Or as Frege (1956) would say: "Facts, facts, facts cries the scientist if he wants to emphasize the necessity of a firm foundation for science" What is a fact? A fact is a thought that is true" (p. 307)

equivalent to try to specify content from descriptions of linguistic patterns that do not involve content, which is in principle impossible¹.

There are basically two readings about the idea that the ultimate foundation, that in which to follow a rule consists, is a practice. On one reading, Wittgenstein's rule-following argument entails that there is a pragmatic level of linguistic regularities that serves as a basis to the level of interpretation where normative notions of correctness and incorrectness apply. On McDowell's reading, it does not involve postulating a basic level of practices in which the interpretation is based, but to reveal that a correct or incorrect understanding of an expression is itself a practice. To conceive a level in which linguistic behavior is open to any viewer, even those who are not members of the linguistic community, involves descending to a non-normative stage and return to the question of how to link the realm of content with the realm of facts. This dissociation between two levels, the level of practices and the level of understanding, reintroduces the problem of how to link structures not specified in terms of content, linguistic behaviors opened even to those who are not part of the language community, with normative structures, the type of linguistic behaviors that are only accessible to members of the community. The distinction between practices and interpretations reintroduces the problem of how to link the level of linguistic behaviors described "as from outside", to the normative level of content. Which in turn entails either nihilism or idealism: either, there is nothing under which an expression means one thing rather than another, "at that level Wright's picture has no room for norms, and hence it - given the normativeness of meaning- no room for meaning" (McDowell, 1998, p.235), or that under which an expression means one thing rather than another depends on our certification.

McDowell's point is not to isolate these two levels. The level of linguistic behavior is completely normative, it should be described "from within content"

1. But we can extract a different idea from passages in which Dummett suggests that the redundancy theory gives a word for truth a role only within a language. That means that such a word "is of no use in giving an account of the language as from the outside", and he indicates that this is what excludes a truth-conditional conception of meaning. The idea is, then, that a proper account of a language must be "as from the outside"; and I believe this is the key to a correct interpretation of the supposed global requirement of full-bloodedness...Dummett's idea is that a proper theory of meaning for a language would be formulated "as from outside" content altogether... This may cast light on the way in which Dummett's understanding of the truth-conditional conception of meaning diverges...from the understanding of the conception that I sketched. If a truth-conditional "core" would need to be formulated "as from outside" content, it could not be the case, as in my sketch, that its specifications of truth-conditions were entitled to be regarded as such by virtue of their being -already- specifications of content for actual or potential assertions. In showing how to arrive at such specifications of content on the basis of material from the "core", a theory of force would be showing how to effect transitions from a standpoint "outside" content to a standpoint at which content has come into view, and such transitions would evidently be substantial. (McDowell, 1998d, p.90)

so that it is open only to those who share an understanding of the language. This reading is summed up brilliantly in the following paragraph:

Wittgenstein's problem is to steer a course between a Scylla and a Charybdis. Scylla is the idea that understanding is always interpretation. This idea is disastrous because embracing it confronts us with the dilemma of §4 above: the choice between the paradox that there is no substance to meaning, on the one hand, and the fantastic mythology of the super-rigid machine, on the other. We can avoid Scylla by stressing that, say, calling something "green" can be like crying "Help!" when one is drowning –simply how one has learned to react to this situation. But then we risk steering on to Charybdis- the picture of a basic level at which there are no norms; if we embrace that, I have suggested, then we cannot prevent meaning from coming to seem an illusion. The point of PI §198, and part of the point of §§201-202, is that the key to finding the indispensable middle course is the idea of a custom or a practice. How can a performance both be nothing but a "blind" reaction to a situation, not an attempt to act on an interpretation (avoiding Scylla); and be a case of going by a rule (avoiding Charybdis)? The answer is: by belonging to a custom (PI §198), practice (PI §202), or institution (RFM VI-31). (McDowell, 2002b, p.242)

The main moral is, in a wittgensteinian sentence: "Following according to the rule is fundamental to our language game", i.e., the normative conception of the meaning goes all the way down to the level of facts¹.

Given the basis on which it is founded -in particular, the view of modes of presentation as criteria to identify the reference regardless of the existence of the referents and the view of linguistic behavior as a structure that is open even to those who are not members of the community- verificationism reintroduces the dualism between normative structures and non-normative structures of linguistic regularities.

The anti-realist conception (that is, the patterns that governs our understanding of expressions are not independent of our certification) presupposes a gap between assertion conditions and truth conditions (the conditions under which

1. In *Mind and World*, McDowell formulates this point although in epistemological terms: "Kant comes within a whisker of a satisfactory escape from the oscillation. He points the way to undermining the central confusion in the Myth of the Given. According to the Myth of the Given, the obligation to be responsibly alive to the dictates of reason lapses when we come to the ultimate points of contact between thinking and reality: the Given is a brute effect of the world, not something justified by it. But in fact the obligation must be in force all the way out to reality. The world itself must exert a rational constraint on our thinking. If we suppose that rational answerability lapses at some outermost point of the space of reasons, short of the world itself, our picture ceases to depict anything recognizable as empirical judgment; we obliterated empirical content altogether. If it were not for the transcendental framework, we could credit Kant with a clear formulation of that insight." (McDowell, 1996, pp. 42-43). As McDowell notice: the epistemological question is based on a fundamental anxiety: the question about the contact between thinking and reality.

what is said is equivalent to what is the case). The dissociation between evidential conditions in virtue of which a sentence is asserted and the conditions under which it is said that such and such is the case, conduces the verificationist to conclude that it is not possible to specify what it is to understand utterances of sentences of a language through clauses that establishes its truth-conditions. If assertion conditions are not truth-conditions, if it is only possible to use expressions whose understanding the speaker is able to manifest in the linguistic behavior and if linguistic behaviors are characterized in terms of dispositions to assent to a sentence in such and such circumstances, it follows that the relation between understanding and truth-conditions is only hypothetical. Antirealism pose a question against the truth-conditional conception only if it characterizes the linguistic behavior in terms of being willing to assent to a sentence as something manifested even for individuals who do not understand the language, and if it conceives the clauses of the theory of truth as independent to clauses which settle the content of assertions.

To embrace the duality between truth-conditions and assertion conditions ultimately leads to a kind of skepticism about meaning: specifications of what is the case do not determine meaning. In seeking to get rid of skepticism, the verificationist falls into a kind of nihilism or a kind of idealism: the correction of our understanding does not depend on how things are regardless of our certification. Given the previous consequences, McDowell argues that the condition of possibility to account for meaning as a normative phenomenon requires to accept that linguistic behaviors are overtly manifested only to those who are part of the linguistic community, “a condition for the possibility of finding real application for the notion of meaning at all is that we reject anti-realism” (McDowell, 1989, p.249). We manifest a proper use of sentences in our linguistic behavior only to those who participate in our linguistic practices.

A theory of understanding is a theory of uses overtly manifested in circumstances of assent, if the manifested behavior is characterized by taking into account the contents that speakers express in their utterances and if the contents are specified in terms of the conditions that make these utterances true, clauses of a theory of understanding are clauses of the conditions under which these utterance are true. The condition of possibility for a theory of meaning is that the characterization of linguistic practices should be only accessible to members of the linguistic community, i.e., it is only possible to characterize linguistic behavior from within content. So that, in the final level in which our thoughts are anchored to reality (the level of singular thoughts), the specification of thought depends on the specification of referents. Accordingly to McDowell this means giving up the transcendental anxiety that motivates constructive philosophy projects. To dissolve the tension between the elements that give rise to the question how it is possible that our thoughts are directed to what is the case, implies that it is no longer necessary to rise this question, therefore, neither to answer it. Attempts to develop full-blooded theories are

based on the mistake of assuming that sense theory, reference theory and force theory are independent. If we dissolve the isolation, the question of how to account for the relationship between thought and reality becomes pointless.

7. Substantive conception of senses without descriptivism

Even if determining senses consists in formulating clauses of the truth theory that specify the way in which referents are given in assertions, even if it is necessary for the normative conception of meaning to go all the way down to the level of facts, the purpose to formulate such a theory is to explain the knowledge in virtue of which speakers determine the truth of such sentences. To avoid this explanation, taking for granted that they exercise this knowledge, is not a progress.

Since it is not possible to ascribe beliefs to which the speaker does not have evidence, the theory is sensitive to the evidence under which they have such beliefs, although it is not necessary to explicitly specify this evidence as part of the contents expressed by the language users. On the one hand, speakers have the ability to relate expressions and referents, without an explicit knowledge of the clauses that describe their ability, i.e., it is not necessary for those who understand the language, to have a knowledge of clauses that determine the correlation between the evidence under which the object is recognized as the bearer of the name and correct uses of the name. On the other hand, those who understand the utterances of the speaker based on the knowledge of its truth-conditions know how to use the expressions on the right side of the truth theory that describes the ability of the speakers. The theory is sensitive to evidence under which the referents are identified because the ascription of propositional attitudes involves taking into account this evidence. Both the speaker and the interpreter are sensitive to the correlation between the use of the expressions and the evidence supporting these uses if they understand the right side of the sentences of the truth theory, and they need not to specify this correlation through clauses that determine the verification conditions of the statements independently of its truth-conditions. At this point it is necessary to follow McDowell:

Would knowledge that “Aphla” stands for Aphla and “Ateb” for Ateb, in the context of suitable further knowledge not directly involving the names, suffice for understanding utterance containing them? Or would one need, rather, knowledge in whose spelling out the bearer of each name is specified in a more informative way? In the present case, the material from which a description theorist might hope to construct more substantial specifications is the obtaining of more or less systematic difference between the evidential situations that ultimately account for utterances containing the names. And here again it seems clear that to insist on knowledge of those differences is to insist on more than would suffice. A competent speaker need not be reflective about the evidential ancestry of his remarks. They have whatever evidential ancestry they do without his needing to know that they do. And it

is their having it, not his knowing that they do, that counts. (McDowell, 1998f, pp.189-190)

Knowledge of the axioms of the theory of truth is enough to understand sentences of a language; it is not also required to specify in a more informative way the knowledge of how the expressions relate to their referents. The main problem, however, is what it is to understand sentences in which, e.g., the expression “Aphla” appears. As McDowell accepts “it seems clear that to insist on knowledge of those differences is to insist on more than would suffice”, but that is precisely the point to provide a theory of meaning: to explain what it is to possess the knowledge in virtue of which speakers understand a language, i.e., the very same knowledge in virtue of which speakers determine the truth of sentences of the language.

McDowell’s austere conception of senses requires that knowledge of truth-conditions presuppose the ability to use the expressions on the right side of a theory of truth. For those who have this skill it is not necessary to explain in what consists such knowledge. For those who do not have this ability, it cannot be explained. Accordingly, McDowellian theories of meaning specify the knowledge in virtue of which sentences are understood by taking for granted that this knowledge is deployed in the ability to use language expressions. These kinds of theories do not explain what it is to have that knowledge¹. By responding in this way, we have not made much progress. Dummett insistence is precisely that it has no value to consider the practical ability to use the expression on the model of an articulated knowledge of the truth conditions because to ask what it is to understand an expression is equivalent to ask what it is to have a knowledge that is manifested in the ability to use and respond intelligently to speech acts².

1. “As I noted earlier (&5), Dummett talks of a theory of understanding as specifying (implicit) knowledge in whose possession understanding actually consists; but we can let his argument begin, at least, without jibbing at that. He insists that it is worthless to consider a practical capacity on the model of knowledge of the members of an articulated set of propositions, if one can give no account of what it would be to know the individual propositions...Why not to say, then, that those remarks constitute (for that case) something meeting Dummett’s demand that we specify not merely what would be known in the hypothetical state of knowledge, but also what knowing it would consist in? What is counted as constituting a manifestation in linguistic behaviour of the hypothetical state of knowledge (or, better, of the capacity with the name for which it is claimed that that knowledge, in its context, would suffice) is, according to that suggestion, something like this: whatever behaviour would manifest an ability to use the name, or respond intelligently to uses of it, in speech acts construable as being about the planet; more specifically speech acts in stating whose content we can use the name that appears on the right-hand side of the relevant clause, in a way appropriately tied to the occurrence, in the utterance being interpreted, of the name mentioned on the left-hand side of the relevant clause”. (McDowell, 1998f, p. 192)

2. “Why are those theory-presupposing specifications not allowed to count? Since Dummett does not even contemplate them, his lecture contains no explicit answer. It is easy to guess, however, that they do not occur to him, even as candidates to be ruled out, because he assumes that the

While the difference in evidence is displayed in the theorems from which speaker's behavior becomes intelligible and thus adjusts the formulation of the axioms of the theory of truth, the connections between uses of expressions and the kind of situations that trigger the speaker's beliefs is partly constitutive of the ability to use such expressions. A competent speaker does not require to possess a descriptive knowledge of the evidence that correlates with his ability to use the expressions, but his ability is correlated with the evidence. This does not mean that the evidence do not count for an explanation of what it is to understand the sentences in which these expressions appear, it only means that in explaining what the understanding of these expressions is, it is not necessary to specify the dispositions to use the expressions correspondingly to the differential evidence by means of concepts that the speaker has to possess. Who uses "*Phosphorus*" and "*Hesperus*" regardless of the situation that triggers their beliefs can not be counted as someone who has the ability to use such expressions in two different senses. The connection between uses of the expressions and the kind of evidential situations that serve to activate different beliefs is partly constitutive of the meaning of those expressions. Therefore, to be competent in the use of language is not necessary to recognize descriptively how those situations that trigger their beliefs differ, it is not necessary to have an explicit knowledge of the evidence in virtue of which some expression's uses differ or a descriptive understanding of how evidential differences correlates with differences in use; but if we have to count different uses as differing in sense, the ability to use an expression in different situations should be correlated with a difference in the evidence that activates the beliefs in which those expressions appear.

The previous considerations reveal an alternative path to the austere conception. Answering the question what it is to have a knowledge that is manifested in the ability to use and respond intelligently to uses of expressions of a language, consists partly in taking into account the dispositions to use the expressions correlatively with the evidential difference that activates the speakers' beliefs through concepts that speakers do not require to possess, i.e., consists partly in the adscription of non-conceptual content that guide speakers uses of the expressions. Something close to that view is brightly synthesized in the following lines of Evans:

To give an account of how a thought concerns an object is to explain how the subject knows which object is in question. In the case of "today", the subject, of course, knows which day is in question, but this knowledge at least partly consists in a disposition to judge the thoughts (which depend upon this knowledge) as true or false according to how things observably are upon that day which in no way rests upon his capacity to identify that day as meeting some antecedently given condition, but depends only upon his being alive on that day. There should be no mystery here; we can test very

acceptability of the demand to say what the knowledge would consist in is the acceptability of a demand for a reduction." (McDowell, 1998f, pp. 193-194)

easily whether or not someone, in his interpretation of a sentence, is thinking of the day in the right way by seeing if he is disposed to judge the sentence as true or false according to how things observably are on that day. Similarly, I should want to place in a central position in any account of what makes a man's thought concern a particular place in the way which is required for understanding sentences containing the term "here", a knowledge of which place is in question which at least partly consists in a disposition to judge that thought as true or false according to how things observably are at that place – a disposition which he can have vis-a-vis just one place in the universe in virtue of his occupying it, and which in no way depends upon his capacity to recognize that place as the unique satisfier of some description. If these accounts are on anything like the right lines, it is very easy to understand how these 'way of thinking' are irreducible to any other, since no other way of knowing which object is in question, certainly no 'descriptive' way, can guarantee the existence of the relevant dispositions. (Evans, 1985, pp. 303-304. The emphases are mine)

Knowledge of truth-conditions presupposes the ability to use the expressions on the right side of a theory of truth. It is possible to explain what it is to possess this skill by a theory that explains the correlation between uses and evidential situations through concepts that are not ascribed to the speaker, and it is necessary if the aim is to explain what it is to have this ability. The correlation between uses and evidential situations is shown in clauses that determine the referents under conceptual contents expressed, contents under which speakers linguistic behaviors become intelligible. However, it requires at the same time to explain in what consist these correlations, through concepts that the speaker does not require to possess.

A wide truth-conditional conception and a substantive characterization of senses can be formulated in terms of a theory of truth that specify senses by means of concepts that capture speaker's dispositions to use the expressions accordingly to the evidential difference by means of conceptual contents speakers does not require to possess. As specified through non-conceptual contents the characterization of these modes of presentation is neither presented as a descriptive intermediary nor independent of the reference.

8. A plea for immodesty

Meaning is normative in the following sense: attributions of content satisfies criteria of correctness and incorrectness. Hence, a theory of content should avoid two risks: falling into psychologism or behaviorism. Content is something that is not subjective, it is open to inspection and is publicly manifest; and it is something that is not reducible to actual and dispositional regularities of behavior. Full-blooded characterizations of concepts expressed by atomic terms "as from outside" (see Dummett 1996b) should explain how it is possible to reintroduce the normative character of meaning without falling into psychologism or behaviorism. Dummett (1996b) introduced the notion of

implicit knowledge by noticing precisely the need to overcome these two dangers. What guides speakers in transitions from speech patterns to content is a kind of a knowledge that shows itself in part by the behavioral manifestation of practical skills necessary for understanding (e.g. the ability to discriminate between things that fall under the concept, say table, and things that do not fall under the concept, is externally manifested in assenting to "table" whenever there is an indication to tables) –external aspect of the implicit knowledge-, and a kind of knowledge that is manifested also in subject's disposition to recognize as correct formulations of that which guide his practical skills when these formulations are presented to him –internal aspect of the implicit knowledge-. Against the notion of implicit knowledge McDowell basically poses two problems:

(1) Subject's dispositions to recognize as correct formulations of that which guide his practical skills when presented before these formulations, presupposes an understanding of the very same guide:

First, there is a problem about the idea that linguistic practice might be guided by implicit knowledge of parts of a theory of meaning that employ concepts expressed by primitive terms of its object language. Consider Dummett's suggested explanation of the concept square¹. Perhaps a speaker of English might be induced to acknowledge it as correct. But the explanation contains uses of the word "square". So the comprehension of this object of acknowledge would be an exercise of the very capacity we were trying to see as guided by the implicit knowledge that the acknowledgement supposedly reveals. If we needed guidance in our overt practice, we would need it just as much in our understanding of the supposed guide. (McDowell, 1998d, p.95)

(2) The external appearance of implicit knowledge falls under the skeptical paradox of the rule-following argument. If implicit knowledge is manifested in behaviors characterized as from outside content, different behavior patterns can be accommodated to the presumed knowledge that guides speakers' understanding.

1. "What is to grasp the concept square, say? At the very least, it is to be able to discriminate between things that are square and those that are not. Such an ability can be described only to one who will, on occasion treat square things differently from things that are not square; one way, among many other possible ways, of doing this is to apply the word "square" to square things and not to others. This sketch of an account of (what is to have) the concept square does not hesitate to employ that concept. So if we judged it according to whether it might serve to confer possession of the concept on someone, it would be exposed as hopeless. What makes it nevertheless pass muster in Dummett's eyes? The point is, I conjecture, that it uses the word "square" only in first intention –that is, never inside content-specifying "that"-clause. Thus, although the concept is employed, it is not, so to speak, displayed in its role as a determinant of content; a grasp of the role is not taken for granted. It is in this sense, I believe, that the account is supposed to be apt for incorporation in a theory of meaning that explains (what it is to have) concepts "as from outside" content altogether." (McDowell, 1998d, p.91)

The second difficulty concerns the outward aspect of the conception of implicit knowledge: the claim that the implicit knowledge can be manifested in linguistic behavior, characterized “as from outside” content. Consider again Dummett’s suggested explanation of things in some distinctive way (for instance, to call them “square”). Can implicit knowledge that that is how square things are to be treated be manifested in behavior, characterized “as from outside” content? It may seem that nothing could be simpler: the manifestation would be someone’s treating a square thing in whatever way is in question. But any such performance would be an equally good manifestation of any of an indefinite number of different pieces of such implicit knowledge. (Consider implicit knowledge to the effect that that is the way to treat things that are either square or...)¹. (McDowell, 1998d, p.96)

According to the previous section, there is, however, a non descriptivist way to articulate a substantive notion of sense within the framework of a theory of assertion that is at the same time a theory of reference, i.e., a form of articulate a kind of constructivism that does not place the manifestation of expressions’ understanding at a level which is below the normative bed. A level in which to share a language consists on correspondences between language dispositions to react to particular evidential situations characterized in terms of non-conceptual contents. A full-blooded theory that characterizes constituents content “from within”. The explanation “from within” takes into account the form in which we ordinarily make sense of linguistic behavior under descriptions such as “the speaker asserts that ...”, “the speaker said that ...” explaining the correlation between behavior and situations that give rise to different uses through non-conceptual content. The idea is not to characterize descriptions such as “... the speaker asserts that” in terms of behavioral descriptions to a level that is not normative. The point is: when a user asserts that... he is guided by normative structures that allow the act of asserting, structures that can be described “from within” as non-conceptual contents.

If the concepts expressed by atomic terms are not characterized “as from outside” it is not necessary to reintroduce the normative character of meaning through the notion of implicit knowledge. The alternative proposal is to explicit guidelines that allow the speaker to assert that... by resorting to the notion of non-conceptual content. It is not necessary for the speaker to recognize conceptually what guides his uses of expressions; so that, the skeptical paradox

1. “If we have to capture the pattern in someone’s writing a serie of numerals otherwise than in terms like “obeying the instruction to go on adding 2”, there are always alternative patterns that fit any stretch of such behavior; for instance, if the series-extender has not yet reached 1000, a pattern that goes “..., 998, 1000, 1002, 1004,...” and a pattern that goes “..., 998, 1000, 1004, 1008,...” ...it is unaffected by Dummett’s insistence that the patterns we are to look for must hang together rationally; indeed, in the representative case of the series “2,4,6,8,...,996,998,...”, the competing patterns is precisely an alternative candidate for making rational sense of the behavior –if we are not allowed to make sense of it as obeying the instruction to add 2 (or executing the intention to add 2).” (McDowell, 1998e, p.115)

does not apply here, given that what drives the speaker is not an interpretation or a rule that associates behavior patterns to content.

In fact the position of McDowell requires that it should be possible for a user to verify the evidential conditions in which he is willing to take an assertion as true or false, i.e., to meet at the same time, the realistic principle that understanding a concept depends on independent certification conditions under which the application of the concept leads to the truth, and to meet the antirealist principle that understanding of concepts should be displayed overtly through our linguistic behavior. To achieve this intermediate formulation it is necessary to purge antirealism of the following idea: the characterization in non-normative terms of behaviors that exhibit our understanding. To avoid descriptivist characterization of modes of presentation as intermediaries used in determining the reference, it is not necessary, as McDowell assumes, to go so far as to characterize such patterns by conceptual contents, in terms of the contents of the thought expressed by speakers of a language. In articulating an intermediate position in which the linguistic behavior of the speaker is characterized by concepts he is not required to possess it is possible to circumvent Scylla and Charibdys, admitting that normative notions go until the last foundation, without assuming that understanding a language presupposes the use of conceptual resources.

Paradoxically, McDowell approaches to this conception in the following passages:

Of course it would be wrong to suggest that once we abandon the aspiration to full-bloodedness, a middle course between behaviourism and psychologism becomes wholly unproblematic. Steering that middle course requires the difficult idea that competence in a language is an ability to embody one's mind –the cast of one's thoughts- in words that one speaks, and to hear other's thoughts in their words. If we envisaged the acquisition of this ability, with a first language, as a matter of suitably linking vocal propensities to an antecedent capacity to entertain the thoughts, we would be lapsing back into the conception of language as a code. So we have to entitle ourselves to the idea that acquiring a first language is, not learning a behavioural outlet for antecedent states of mind, but becoming minded in ways that the language is anyway able to express. We have to equip ourselves to see how our ability to have dealings with content can be, not a mere natural endowment (something we can take for granted), but an achievement, which an individual attains by acquiring membership in a linguistic community. Now a modest theory of meaning, by design, starts in the midst of contents; so it cannot contribute to this task of representing content as an achievement. This may make it seem that recognition of the task reinstates the obligation of full-bloodedness; but if I am right about full-bloodedness, that thought must be wrong. A better thought might be that it is precisely because full-bloodedness is impossible –because there is no explaining content in general “as from outside”- that the task of representing content as an achievement is as difficult as it is. What is needed is an

understanding of how content, explicitly conceived as inaccessible except “from inside”, can be comprehended as a precipitate of simpler modes of activity and awareness than those in which it figures. (McDowell, 1998d, pp. 104-105).

A modest theory that sails between psychologism and behaviorism should show under what conditions it is possible to develop structures under which, to put it in some way, thought can be comprehended as a precipitate of simpler modes of activity. Constructions of linguistic structures entail an effort to develop our thoughts from the noises we emit. Modest theories assume that the understanding of these structures is only accessible to those who are part of the linguistic community, i.e., those who has the conceptual skills necessary to understand those expressions; therefore, it does not explain in what consists the development of these skills. Which brings us to the idea that a full-blooded theory of meaning is necessary. Since, it is not possible to formulate a full-blooded theory that explains transitions “as from outside”, the only possible way is an understanding of contents “from within” as an achievement from simpler forms of activity. The option here is precisely to explain the ways in which we express conceptual contents from simpler ways of activity through non-conceptual contents. In order to achieve this, it is not necessary to give up the possibility of formulate a full-blooded explanation, it is only necessary to give up full-blooded characterizations of content “as from outside.”

10. Modest proposal against modesty

I hope to have shown how is it possible in general a full-blooded theory of meaning. Finally, I would like to highlight an objection directed to modest theories that is hidden between the lines above.

There are some similarities between translational semantic and a modest theory. If the goal is to explain what is to understand sentences of a language in terms of knowledge of a theory of truth, one of the following two options is followed: for each axiom of the theory of truth, those who understands the theory has a knowledge of the propositions expressed in the axioms or they have a knowledge of the truth of the equivalence set by the axioms. In the first case, who understands the theory knows how to apply at least some of the meta-concepts. In the second case, who knows the truth of the equivalence at least know what it is to apply the notion of truth. To provide an account of what is it to understand a language taking for granted the knowledge whereby it is possible to apply a concept, the theory does not reach the goal it is supposed to accomplish: the aim ultimately is to explain in what consists this knowledge in virtue of which it is possible to apply a concept. A modest theory does not explain what it is to possess conceptual skills or what it is to have the ability to articulate predicative structures.

McDowell assumes it is only possible to explain what it is to understand an expression to those who know what it is to apply the concept expressed. The

clauses of the correct theory of truth establish semantic properties of the object language sentences using these same sentences (or equivalent ones), which in turn presupposes that those who understands the theory knows how to apply the concepts articulated in the last sentences. Trying to provide an account of the latter involves for him a return to the dichotomy between contents and facts. If this is the case, it is only possible to formulate a theory of understanding for someone who is a member of the language community, since only members of linguistic community recognize linguistic behavior specification in terms of the contents ascribed to the speakers. However, in the full-blooded sense, the point is not confined to explain what is to be a competent user by assuming he has the conceptual resources required to understand sentences used in the theory, the goal is more fundamental. It is not only to determine what resources are needed in order for us to put our thoughts in our expressions, but to determine what resources are needed to have the necessary conceptual abilities to articulate thoughts.

Basically what distinguishes a modest and a full-blooded theory is that the second, while not the first, seeks to explain the conceptual skills under which it is possible to understand a language. This does not imply that the full-blooded theory has to start from a non-normative level characterization of linguistic behavior. What McDowell specifically shows is that a theory of meaning cannot be formulated as from outside normativeness and he extends this argument to conclude that theory of meaning cannot be formulated as from outside conceptual content. This makes sense if it is not possible to formulate a theory that specify at the same time modes of presentations and conditions of correction for different types of content. However, there is an attempt to provide a positive characterization of the notion of non-conceptual content that takes into account these two aspects. In Cussins' (2003) characterization, while modes of presentation and correction conditions of conceptual content are referential, modes of presentation and correction conditions of non-conceptual content are mediational. Accepting the distinction between referential and mediational content have the advantage of opening a way to develop a theory of expressive systems articulated in terms rules that link referential and mediational contents, a theory of linguistic systems that explains the understanding of conceptual content as an achievement from simpler forms of activity.

REFERENCES

- Brandom, (1998) *Making it Explicit*. Cambridge, Mass.
 Cussins, A. (1990) 'The connectionist construction of concepts', in: Boden, M. (ed.) *The Philosophy of Artificial Intelligence*, Oxford University Press.
 ———, (1992) 'Content, embodiment, and objectivity: The theory of cognitive trails', in: *Mind* 101 (404):651-88.

- _____ (1993) "Nonconceptual content and the elimination of misconceived composites", in: *Mind and Language* 8 (2): 234-52.
- _____ (1999) "Subjectivity, objectivity and Frames of References in Evan's Theory of Thought", in: *The Electronic Journal for Analytic Philosophy*, January. <http://www.phil.indiana.edu/ejap/ejap.html>.
- _____ (2003) 'Content, conceptual content, and nonconceptual content'. En: Y. Gunther (ed.) *Essays on Nonconceptual Content*. Cambridge, Mass: MIT Press.
- _____ (2010) The priority of expressive content over context, relations between semantics and pragmatics, and the role of mediational content in explaining the linguistic underdetermination and semantic flexibility of language. Forthcoming
- Davidson, D. (1984) *Inquiries into Truth and Interpretation*, Clarendon Press, Oxford.
- _____ (2006) *The essential Davidson*, Clarendon Press.
- Dummett, M. (1978a) *Truth and other enigmas*, London.
- _____ (1978b) 'Truth'. In: *Truth and other enigmas*, London.
- _____ (1987) 'Reply to John McDowell', in: Taylor, B. (ed.) Michael Dummett: *Contributions to philosophy*. Martinus Nijhoff Publishers
- _____ (1991) *Frege Philosophy of mathematics*, Gerald Duckworth.
- _____ (1993) *The logical basis of metaphysics*, Harvard University Press
- _____ (1996a) *Origins of Analytic Philosophy*, Harvard University Press
- _____ (1996b) *The Seas of Language*, Oxford University Press
- _____ (1996c) "What is theory of meaning I", in: *The Seas of Language*, Oxford University Press
- _____ (1996d) "What is theory of meaning II", in: *The Seas of Language*, Oxford University Press
- _____ (1996e) "What do I Know when I know a language", in: *The Seas of Language*, Oxford University Press
- Evans, G. (1982) *Varieties of Reference*. Oxford University Press.
- _____ (1985) *Collected Papers*. Oxford University Press.
- Evans, G. and McDowell, J. (eds.) (1976) *Truth and Meaning: Essays in Semantics*, Clarendon Press.
- Frege, G. (1948) "Sense and Reference", in: *The philosophical Review*, Vol. 57, No. 3 (May, 1948), pp. 209-230
- _____ (1956) "The Thought: a Logical Inquiry", in: *Mind*, New Series, Vol. 65, No 259 (Jul., 1956), pp. 289-311.
- _____, (1972) *Conceptual Notation*. Oxford University Press.
- _____, (1979) *Posthumous Writings*. Blackwell.
- _____, (1980) *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Blackwell.
- Gaskin, R. (2008) *The Unity of the proposition*. Oxford University Press.
- Gunther, Y. (ed.) (2003) *Essays on Nonconceptual Content*, Cambridge, Mass: MIT Press.
- Haugeland, J. (1986) *Artificial Intelligence: the Very Idea*. The Massachusetts Institute of Technology.

- _____ (1998) *Having Thought: Essays in the Metaphysics of mind*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Kripke, S. (1989) *Wittgenstein: reglas y lenguaje privado*. México: UNAM.
- Luntley, M. (1996) "Dynamic Thoughts and Empty Minds", in: *European Review of Philosophy* 2.
- McDowell, J. (1994) *Mind and World*. Harvard U. Press.
- _____ (1998a) *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (1998b) 'Precis of 'Mind and World'', *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 58, No 2, pp. 365-368
- _____ (1998c) "Truth-conditions, Bivalence and Verificationism", in: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (1998d) "In Defence of Modesty". In: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (1998e) "Another Plea for Modesty". En: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____, (1998f) 'On the Sense and Reference of a Proper Name', in: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____, (1998g) 'Truth-Value Gaps', En: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (1998h) 'De Re Senses', In: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (1998i) 'Singular Thought and the Extent of Inner Space', in: *Meaning, Knowledge and Reality*, Harvard University Press.
- _____, (1998j) Reply to Commentators, *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 58, No 2, pp. 403-431.
- _____ (2002a) *Mind, Value and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (2002b) 'Wittgenstein on Following a Rule', in: *Mind, Value and Reality*, Harvard University Press.
- _____ (2005) 'Evan's Frege', in: Bermudez, J. L. (ed), *Thought, Reference, and Experience. Themes from the Philosophy of Gareth Evans*, Clarendon Press
- Tarski, A. (1956) *Logic, semantics, metamathematics*. Clarendon Press.
- Wittgenstein, L., (2009) *Investigaciones filosóficas*. México: UNAM.
- Wright, C. (1980) *Wittgenstein on the foundation of Mathematics*, Gregg Revivals
- _____ (1984) 'Kripke's Account of the Argument Against Private Language', in: *The Journal of Philosophy*, Vol. 81, No. 12, pp. 759-778
- _____ (1993) *Realism, Meaning and Truth*, Blackwell
- _____ (1998) McDowell's oscilation, *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 58, No 2, pp. 395-402.
- _____ (2003) 'McDowell, demonstrative concepts, and nonconceptual representational content', *Disputatio* 14.
- _____ (2004) 'Meaning and intention as judgement dependent', in: Miller, A. and Wright, C., (ed), *Rule-following and Meaning*, Acumen, Chesham.
- Wright, C. and Hale, B. (1997) *A companion to the philosophy of language*, Blackwell.

